第 16 卷 增刊　　控 制 与 决 策　　2001 年 11 月
Vol. 16 Suppl　　CONTROL AND DECISION　　Nov. 2001

文章编号: 1001-0920(2001)0S-0705-04

转库流向优化模型——特殊 0-1 线性整数规划问题

高　天[1], 王梦光[1], 唐立新[1], 宋建海[2]
(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 上海宝钢 计算机系统工程有限公司, 上海 201900)

摘　要: 对某钢铁企业出厂决策系统的子系统——转库流向优化问题进行了系统分析, 在此基础上建立了数学模型, 对这一类特殊的 0-1 线性整数规划问题进行了研究。仿真与实践分别表明了模型的有效性和实用性。

关键词: 转库流向优化; 系统分析; 0-1 线性整数规划; NP-难问题
中图分类号: O221. 4　　**文献标识码**: A

The Optimizing Model of the Redeposit Direction ——The Special 0-1 Linear Integer Programming Problem

GAO Tian[1], *WANG Meng-guang*[1], *TANG Li-xin*[1], *SONG Jian-hai*[2]
(1. School of Information System and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. Computer System Engineering Company, Baosteel, Shanghai 201900, China)

Abstract: The optimizing problem of redeposit direction is analyzed, which is the subsystem of the decision-making system for delivery department in the steel enterprise. A mathematics model is set up with the study of this special 0-1 linear integer programming. Simulation and application show the validity and effectiveness of the model.

Key words: optimization of direction of re-deposit; systems analysis; 0-1 LP; NP-hard

1 引　　言

在大量的决策支持系统中, 其功能的实现是基于数学模型。在这些模型中 0-1 整数规划问题有着广泛的用途, 这类问题在规模很大时多为NP-难问题(或是NP-完全问题)[1]。

在基于模型的企业决策支持系统中存在两个问题: 1) 建立一个合理的数学模型; 2) 寻找快速求解方法[2,3]。目前有关线性整数规划的解法分为两类: 精确解法(如分支定界法与切割法等)和启发式算法。这些解法在理论和实际中都有广泛的应用和大量的成功范例[3~5]。由于实际问题千差万别, 已有的解法多存在其固有的局限性, 因而对于 0-1 整数规划解法的研究尚有大量工作要做。

本文在对某钢铁企业发货出厂决策支持系统的一个子系统——转库作业日计划问题的物流分析中, 对这类特殊问题进行了系统分析, 并在此基础上, 建立了具有特殊系数的 0-1 线性整数规划模型; 用现场的实际数据进行试算, 得到了满意的结果。目

收稿日期: 2001-03-12; **修回日期**: 2001-04-10
基金项目: 国家自然科学基金项目(79700006)
作者简介: 高天(1960—)男, 吉林长春人, 副教授, 博士生, 从事物流计划与调度、整数规划解法等研究; 王梦光(1936—), 女, 吉林省吉林市人, 教授, 博士生导师, 从事生产计划与调度、智能优化方法等研究。

前, 该子系统已并入整个出厂决策支持系统并上线运行, 效果良好。

2 转库流向决策的业务现状和物流分析

在某钢铁企业的发货系统中, 各条产线生产的产成品首先进入相应产线的末端库。当末端库的库存过大时, 则称末端库发生涨库, 此时, 需要按一定的转库优先顺序, 选择一定数量的合同转库到成品仓库, 以释放库存, 保证相应产线生产的顺利进行。同时, 为了加快产成品的发货周期, 对于运输方式为厂内铁运的国内合同和运输方式为水运的国外合同, 也需要转库到成品仓库, 以方便列车装车和出口合同的集批装船。发货部门的物流情况如图 1 所示。

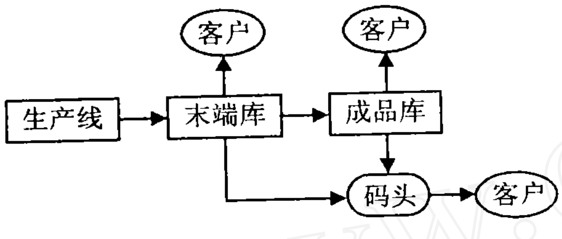

图 1 发货部门物流情况

在该钢铁企业中, 各产线的末端库共有 60 多个, 成品仓库包括码头库、铁路库和堆场, 共有 18 个, 成品码头 2 个, 这些共同构成了企业内部的成品货物物流网络。转库中末端库与成品库关联关系如图 2 所示。

发货部门的物流管理人员每天需要对各末端库中的合同, 依据仓库是否涨库、合同是否为铁路直装以及合同的运输方式与国内外标志, 结合各仓库出入库能力, 来确定其是否转库。由于缺乏仓库动态出入库能力和仓库动态库存信息, 不能综合考虑资源与能力的平衡, 使得转库流向决策的随意性很大。为了提高转库流向决策的准确性, 避免发货物流不畅或不必要的资源浪费, 需要建立转库流向优化数学模型, 用来辅助物流管理人员进行科学决策。

3 数学模型及符号说明

转库作业日计划需要确定转库流向和作业时间安排。该企业转库过程中构成物流运动最小的单位是“准发”。所谓“准发”是指准予发货的同类产品的一个组成单位。转库流向指“准发”由始点库(生产线末端库) 转出到终点库(成品库 —— 码头、火车站、堆场) 入库。

具体模型描述如下

$$\max \sum_{t=1}^{3} \sum_{k\in K} \sum_{j\in J} \sum_{i\in I_j} w_i q_i c_{ik} x_{tijk} \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j\in J} \sum_{i\in I} v_{ik} x_{tijk} \le V_{tk}, \quad t = 1,2,3, \quad \forall k \in K \tag{2}$$

$$\sum_{k\in K} \sum_{i\in I} p_{ij} x_{tijk} \le P_{tj}, \quad t = 1,2,3, \quad \forall j \in J \tag{3}$$

$$\sum_{j\in J} \sum_{i\in I_j} d_{ik} x_{tijk} \le D_{tk}, \quad t = 1,2,3, \quad \forall k \in K \tag{4}$$

$$\sum_{t=1}^{3} \sum_{k\in K} x_{tijk} \le 1, \quad \forall i \in I_j, \quad \forall j \in J \tag{5}$$

各参数的意义如下

$$x_{tijk} = \begin{cases} 1, & j \text{ 班第 } i \text{ 个准发在第 } t \text{ 班转向 } k \text{ 库} \\ 0, & \text{其 它} \end{cases}$$
$$i \in I_j, \quad j \in J, \quad t = 1,2,3 \tag{6}$$

K: 所有转库中所涉及的终点库集合;

k: 转库所涉及的终点库, $k \in K$;

J: 所有有转库需求的准发所涉及到的始点库集合;

j: 需转库准发所涉及的始点库, $j \in J$;

I: 全体准发编号集合;

I_j: j 库需转库的准发集合;

i: 第 j 库需转库的准发的编号, $i \in I_j$, $\bigcup_{j\in J} I_j = I$;

c_{ik}: i 准发转至 k 终点库之“收益”, 同一准发转向不同的终点库有不同的“收益”;

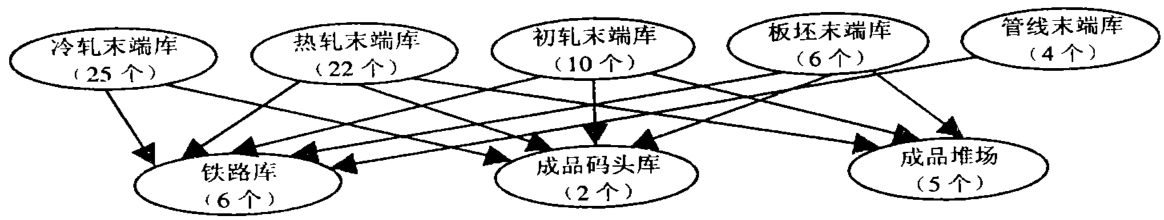

图 2 末端库与成品库关联关系

q_i: i 准发的权重系数;

V_{tk}: k 终点库在第 t 班的可用库容(单位: t);

w_i: i 准发的重量(t);

v_{ik}: i 准发转向 k 终点库时占用的 k 终点库库容(t);

p_{ij}: j 始点库 i 准发出库所需能力(件);

P_{tj}: j 始点库在第 t 班转库可用的出库能力(件);

d_{ik}: i 准发转至 k 终点库所需的入库能力(件);

D_{tk}: k 终点库在第 t 班转库可用的入库能力(件)。

式(1) 是目标函数, 其意义是使最多的准发转向最合适的终点库; 式(2) 表示转向 k 库的准发所占的总库容应小于 k 终点库的可用库容; 式(3) 表示 j 始点库出库能力约束; 式(4) 表示 k 终点库入库能力约束; 式(5) 表示一个准发最多转库一次; 式(6) 表示决策变量是 0-1 变量。

4　问题特性分析

4.1　模型系数性质分析

在上述企业决策支持系统中, 问题的模型为 0-1 整数规划问题。对这类具有特殊约束条件(所有系数均为非负) 的 0-1 线性整数规划问题(0-1 LP), 其一般性数学描述如下

$$(\mathrm{P})\quad \max \sum_{j\in J} c_j x_j$$
$$\text{s.t.}\quad AX \le B$$
$$x_j \in \{0,1\},\quad j = 1,2,\cdots,n$$

其中 $A = (a_{ij})_{m\times n},\quad a_{ij} \ge 0,\quad i\in I,\quad j\in J$

$B = (b_1, b_2, \cdots, b_m)^{\mathrm{T}},\quad b_i > 0,\quad i \in I$

$c_j \ge 0,\quad j \in J$

$I = \{i \mid 1 \le i \le m, \text{自然数}\}$

$J = \{j \mid 1 \le j \le n, \text{自然数}\}$

问题(P) 在变量个数很多时, 采用分支定界法因其时效性差, 在实际中不可用。对此, 本文提出采用松弛线性规划与应用能力弹性特性相结合的方法来求解问题(P)。

在本算法中将条件(6) 松弛为 $x^t_{ijk} \in [0,1]$, 即 $0 \le x^t_{ijk} \le 1$, 则可得到 0-1 线性整数规划(P) 的松弛问题(P′), 其一般表示为

$$(\mathrm{P}')\quad \max \sum_{j\in J} c_j x_j$$
$$\text{s.t.}\quad AX \le B$$
$$x_j \in [0,1],\quad j = 1,2,\cdots,n$$

其中 $A = (a_{ij})_{m\times n},\quad a_{ij} \ge 0,\quad i\in I,\quad j\in J$

$B = (b_1, b_2, \cdots, b_m)^{\mathrm{T}},\quad b_i > 0,\quad i \in I$

$c_j \ge 0,\quad j \in J$

$I = \{i \mid 1 \le i \le m, \text{自然数}\}$

$J = \{j \mid 1 \le j \le n, \text{自然数}\}$

经分析, 对于模型(1)～(5), 问题(P) 的系数矩阵 A 是稀疏矩阵, 其具体形式如下(某一具体时间段, 具有角块结构, 总体是稀疏的)

$$A = \begin{bmatrix} A_{1jk} \\ A_{2jk} \end{bmatrix}_{2\times L}$$

其中 $L = |J| \times |K|$, $|\cdot|$ 表示 $|\ |$ 中的个数。各分块矩阵如下(每个角块是稀疏的, 以下均有 $j = 1, 2, \cdots, |J|$; $k = 1, 2, \cdots, |K|$)

$$A_{1jk} = \begin{bmatrix} \Lambda_{j_1 1} & & \\ & \ddots & \\ & & \Lambda_{j_{|K|}|K|} \end{bmatrix}$$

$$A_{2jk} = \begin{bmatrix} \Gamma_{1k_1} & & \\ & \ddots & \\ & & \Gamma_{|J|k_{|J|}} \end{bmatrix}$$

其中

$$\Lambda_{j_k k} = \begin{bmatrix} p_{ij_k} & \cdots & p_{I_j j_k} \\ 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

$$i \in I_j;\quad j_1, \cdots, j_{|K|} \in J$$

$$\Gamma_{jk_j} = \begin{bmatrix} v_{ik_j} & \cdots & v_{I_j k_j} \\ d_{ik} & \cdots & d_{I_j k} \end{bmatrix}$$

$$i \in I_j;\quad k_1, \cdots, k_{|J|} \in K$$

始点库 j 与终点库 k 的关联关系由图 2 所建立的数据库给出。

利用这样的性质, 在求解编程过程中采用稀疏格式就会大大降低处理数据的数量和时间。

4.2　实际问题性质分析

在实际问题中, 除工作时间是固定的以外, 可用的库存能力、出库能力及入库能力都是有弹性的, 其能力指标数((P) 中 b_i 的给定值) 是保险指数最大值的特征值。

通过上述分析, 我们设计算法如下:

1) 当右端能力约束很大时, 即 $b_i \ge \frac{2}{3}\sum_{j\in J} a_{ij}$ 时, 对问题(P), 松弛为(P′), 求解线性规划(P′) 得最优解 $z^* = (x_1^*, \cdots, x_n^*)$, 用能力弹性特性对 z^* 做后处理: 如某分量 $x_j^* \ge 0.9$, 则令 $x_j^* = 1$。然后进行作业计划编制工作。

2) 当右端能力约束严重不足时, 即 $b_i < \frac{2}{3}\sum_{j\in J} a_{ij}$ 时, 利用实际问题的系数矩阵的特殊性, 采用启发式算法求解(P), 以便减少计算时间, 提高工作效率。

5 仿真研究

下面给出一个现场问题的数据(表 1) 及几种算法的仿真结果(表 2)。其中表 1 只给出准发个数及模型中的变量数和结果。

编制算例的运算环境:

硬件: PC 微机(P II/350, 64M, 6.4G)。

软件: SAS(Statistic Analysis System), 其中分支定界算法为 SAS 软件提供的。

表 1 实际问题数据

数据组别	变量数 m	约束个数 n
一组	1 371	144
二组	1 371	144

表 2 计算结果

组别	目标值	解性质	运算时间	结论
一组	209 291	可行解	约 20 s	可用
二组	207 362	可行解	约 20.5 s	可用

通过上述结果可得如下结论:

1) 针对转库流向优化问题而建立的数学模型符合实际情况, 能很好地体现实际现场情况和用户的需求。

2) 对数学模型的求解和处理符合现场要求。就目前系统上线运行的效果而言, 满足了用户的需求。

参考文献:

[1] C H Papadimitriou, K Steiglitz. 组合最优化算法和复杂性[M]. 刘振宏, 蔡茂诚译. 北京: 清华大学出版社, 1988.

[2] S Marthllo, D Pisinger, P Toth. New trends in exact algorithm for 0-1 knapsack problem[J]. European J of Operational Research, 2000, 123(2): 325-332.

[3] 王梦光, 刘士新, 黄敏. 资源受限工程调度问题的最新发展[J]. 控制与决策, 1996, 11(增): 105-112.

[4] 唐焕文, 秦学志, 王雪华. 大系统优化算法有效算法的研究[J]. 系统工程学报, 1997, 12(1): 1-8.

[5] S Saihi. A perturbation heuristic for a class of location [J]. J of Operation Research Soc, 1997, (48): 1233-1240.

(上接第 704 页)

定理 5 设(A1)～(A3) 满足, 则完全信息条件下的 H^∞ 控制问题可解当且仅当下列条件之一成立:

1) $H_1 \in \mathrm{dom}(\mathrm{Ric})$, 2) $H_\infty \in \mathrm{dom}(\mathrm{Ric})$

所求控制 $u = -B_2^* R_\infty x$, 这里 $R_\infty = \mathrm{Ric}(H_\infty)$。

证明 可以证明完全信息条件 H^∞ 控制问题等价于 maxmin 对策问题 $\max_v \min_u J_\gamma[u, v]$, 这里 $J_\gamma[u, v] = \|z\|_2^2 - \gamma^2\|v\|_2^2$。由定理 4 即得。

参考文献:

[1] Yakubovich V A. Linear-quadratic optimization problem and frequency theorem for periodic systems[J]. Siberian Math J, 1986, 27(4): 181-200.

[2] De Souza C E. Riccati differential equation in optimal filtering of periodic non-stabilizable systems[J]. Int J Control, 1987, 42(6): 1235-1250.

[3] Yakubovich V A, Starzhinskii V M. Linear differential equations with periodic coefficients[M]. New York: Wiley, 1975.

[4] Hewer G A. Periodicity, detectability and the matrix Riccati equation[J]. SIAM J Contr and Optim, 1975, 13(7): 1235-1251.

[5] Basar T, Bernhard P. H^∞-optimal control and related minimax design problems: A dynamic game approach [M]. Boston: Birkhauser, 1995.

[6] Limebeer D J N, Anderson B D O, Khargonekar P P *et al*. A game theoretic approach to H^∞ control for time-varying systems[J]. SIAM J Contr and Optim, 1992, 30(2): 262-283.