

文章编号: 1001-0920(2001)0S-0647-05

资源受限工程调度问题的优化方法综述

刘士新, 王梦光, 唐加福
(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 由于资源受限的工程调度问题在理论上和实际中具有重要意义, 近年来, 国内外关于这一问题的优化方法有了较大的发展, 因此根据收集到的资料, 对求解这一问题的分支定界算法、基于优先规则的启发式算法、样本算法以及智能优化算法的最新发展进行简要概述, 并指出了该问题未来的研究方向。

关键词: 工程调度; 资源限制; 分支定界算法; 启发式算法

中图分类号: O 224 **文献标识码:** A

The Optimization Algorithms for Solving Resource-constrained Project Scheduling Problem: A Review

L I U S h i - x i n , W A N G M e n g - g u a n g , T A N G J i a - f u

(School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: Because of the important theoretical values and wide practical applications of the resource-constrained project scheduling problem, there have been fast developments in the optimization algorithms for solving this problem. Some of the recent developments on branch and bound algorithms, priority-based heuristics, sampling algorithms and intelligent algorithms for solving this problem are reviewed, and the developing tendency is discussed.

Key words: project scheduling; resource-constrained; branch-and-bound; heuristics

1 引言

资源受限的工程调度问题广泛存在于建筑工程、软件开发、飞机及轮船制造等单件或小批量生产方式的企业中。近年来兴起的全球制造方式经常需求多家企业的合作以获得最大的竞争力, 这种组织结构和管理模式越来越趋向于面向工程(Project-oriented)的方式。整个制造过程具有网络结构特点, 各项目成员分布在网络的节点上, 负责整个项目的

一项或几项工作, 拥有各自的资源并共享某些公共资源; 项目成员的共同目标是快速响应市场, 以获得最大经济效益。因此, 资源受限的工程调度问题在现代化企业中显示出越来越重要的研究价值。在理论上, 该问题模型丰富, 而且多属于NP-hard问题, 求解困难, 一直吸引着国内外众多学者的关注和研究。近年来, 国内外关于这一问题的优化方法有了较大的发展。本文根据收集到的资料, 对这一问题优化方法的最新发展进行简要概述。

收稿日期: 2001-02-19; 修回日期: 2001-03-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(70002009)

作者简介: 刘士新(1968—), 男, 辽宁铁法人, 博士, 讲师, 从事资源受限工程调度、智能化优化等研究; 王梦光(1936—), 女, 吉林省吉林市人, 教授, 博士生导师, 从事生产计划与调度、智能化优化方法等研究。

2 问题的描述

典型的资源受限的工程调度问题(RCPSP)可描述如下:在一个工程中,包含着 J 项工作。由于技术上的要求,某些工作之间存在着紧前关系,例如工作 j 在它的任一紧前工作 $h, h \in P_j$ (P_j 为工作 j 的紧前工作集)完成之前不能开始。整个工程的结构由一张有向网络图表示,图中节点代表工作,弧线代表工作间紧前关系。图中各工作顺序编号应保证 P_j 中的工作编号小于 j 。工作1是唯一最早开始的工作,工作 J 是唯一最晚完成的工作,均为虚工作(不消耗资源且执行时间为0),且分别代表整个工程的开始和结束。一个可行计划是指各项工作的开始时间都已经确定,且满足紧前关系及资源约束。

设工作 $j(j = 1, 2, \dots, J)$ 的完成需要第 k 种资源量为 r_{jk} ,执行时间为 d_j 。第 k 种资源总量为常量 $R_k(k = 1, 2, \dots, K)$,工作 j 的开始时间为 S_j, A_t 为在 $(t-1, t]$ 时间段内正在进行的工作集合,则典型的资源受限工程调度问题可建立如下数学模型(相似概念见文献[1])

$$\min S_J \tag{1}$$

$$\text{s.t. } S_j - S_i \geq d_i, \quad i \in P_j \tag{2}$$

$$\sum_{j \in A_t} r_{jk} \leq R_k, \quad t = 1, 2, \dots, f_j$$

$$k = 1, 2, \dots, K \tag{3}$$

其中,式(1)为目标函数,代表工程的总工期最短;式(2)代表紧前关系约束;式(3)保证在每一阶段使用的资源量不能大于其可用量。

3 优化算法

3.1 分支定界算法

分支定界算法的基本思想是先用搜索树将问题的解空间按照一定的规则分割成子空间(分支过程),再利用合理的定界方法排除那些不包含最优解的子空间(定界过程),从而实现缩小有效搜索空间的目的。

针对RCPSP的分支定界算法通常是把搜索树的节点 g 与一个不完全计划 PS_g 和时刻 t_g 相对应, PS_g 包含工程中的部分工作,指定了每项工作的开始执行时间,并且保证满足紧前关系及资源约束。 A_g 为 PS_g 中正在执行的工作集合,处理 PS_g 的时间为 A_g 中的一项或几项工作完成而释放出资源的最早时刻,也是下一节点所对应的时刻 $t_g = \min\{S_j +$

$d_j, j \in A_g\}$,对应时刻 t_g 有一个可行工作集 $E_g = \{j | j \notin PS_g, \forall i \in P_j, S_i + d_i \leq t_g\}$ 。由于资源的限制,一般在时刻 t_g 只能调度 E_g 中的部分工作,而其余的工作被延迟,调度的工作不同便会产生不同的节点。定界方法用来剪掉搜索树不必要的分支,以减少搜索树节点的数量。当某一节点的 PS_g 已经被扩展为一个完全计划(包含工程中的全部工作)或该节点按照定界方法被剪掉时,则会发生回朔过程。

Demeulemeester等^[2]在分支定界算法中引进了最小延迟替代集的概念。在 t_g 时刻调度 E_g 中的全部工作,如果产生资源冲突,则生成最小延迟替代集 DA_g 。在节点 g 进行分支时,分别延迟每个最小延迟替代集包含的工作,形成不同分支,以解决资源冲突。文献[3]利用Windows NT操作系统的新技术对这一算法进行了改进,并在算法中借鉴了Mingozzi等^[4]建议的定界方法,大大提高了算法的求解能力和运算速度。

Patterson等^[5]提出的分支定界算法则是基于紧前关系树的概念。在该算法中搜索树每个节点对应一项工作,从根节点到某节点 g 的路径上节点所对应的工作构成一个满足紧前关系约束的工作链表,按工作链表中各工作的排列顺序调度各项工作形成一个不完全计划 PS_g ,从根节点到叶节点的路径所对应的工作链表对应一个完全计划。

Brucker等^[6]提出的分支定界算法中搜索树的节点不是代表一个不完全计划,而是所谓的调度方案。每个调度方案定义了一个可行计划的集合(可以是空集)。分支定界过程就是由根节点的调度方案向叶节点调度方案转换的扩展过程,同时利用了立即选择策略和其它定界方法来有效地控制搜索树的节点数。

在分支定界算法中,采用较为有效的下界计算方法对于控制搜索树的节点个数和提高算法的执行效率是非常重要的。传统的下界计算方法是求解原问题的松弛问题,并将求解的目标值作为原问题目标值的下界,这种方法被称为构造性(直接)方法。最近出现的破坏性(改进)下界计算方法为分支定界算法提供了新的思路,一些实验表明:利用破坏性方法求解RCPSP的下界时,可以得到比构造性方法更好的下界^[7,8]。这种新的下界计算方法将是分支定界算法的一个发展方向。

3.2 启发式算法

3.2.1 基于优先规则的启发式算法

基于优先调度规则的启发式算法由两个要素组



成: 计划生成方案和优先规则。计划生成方案可分为串行调度方案和并行调度方案, 两种方法都是对一个不完全计划进行扩展, 直至生成一个完全计划。优先规则是计算各工作优先权系数的方法。

串行调度方案包含 J 个阶段, 对应每阶段 n ($n = 1, 2, \dots, J$) 有一个不完全计划 PS_n 和一个可行工作集 $E_n := \{j | j \in PS_n, P_j \subseteq PS_n\}$ 。每一新阶段调度 E_n 中优先权最大的工作 (如果有多个工作具有相同的优先权, 则调度编号小的工作), 并指定该工作的开始时间为满足紧前关系约束和资源约束的最早可行时间。

并行调度方案最多包括 J 个阶段, 阶段 n 对应调度时间 t_n , 到 t_n 时间已经完成的工作集合为 C_n , 在 t_n 时间正在进行的工作集合为 A_n , 在 t_n 时间的可行工作集合为 $E_n, E_n := \{j | j \in \{C_n \cup A_n\}, P_j \subseteq C_n, r_{jk} \leq TR_k, k = 1, 2, \dots, K\}$ 。从阶段 n 到阶段 $n + 1$ 需要两步: 1) 计算 t_{n+1}, C_{n+1} 和 A_{n+1} , 更新各种资源的剩余量 TR_k 和 E_{n+1} ; 2) 按优先权从高到低的顺序从 E_{n+1} 中选择工作 j , 如果当前每种资源的剩余量大于工作 j 的需求量, 则调度工作 j , 同时更新各种资源的剩余量和 E_{n+1} , 重复步 2) 直至 E_{n+1} 为空。

工作的优先权系数是根据优先规则计算的。30 多年来, 研究者们针对 RCPSP 定义了多种多样的优先规则, 也有很多文章对这些规则进行了综述和比较^[9~11]。表 1 列举了一些普遍被认为较好的规则。

启发式算法对 RCPSP 的求解效果受其特征参数 NC, RF 和 RS^[14] 的影响较大, 目前尚没有一种优先规则对所有类型的问题实例都能求出令人满意的

解, 因此, 根据问题实例的参数特点来选择一种或几种启发式规则的组合来对问题进行求解, 并选择最好解形成调度计划是此类算法的一个较好策略。

3.2.2 样本算法

样本方法一般使用一种计划生成方案和一条优先规则, 在调度中不直接使用优先权系数, 而是由优先权系数 $v(j)$ 计算工作被调度的概率 $\Psi(j)$, 再根据 $\Psi(j)$ 按照一定原则调度 E_n 中工作。

根据 $\Psi(j)$ 计算方法的不同, 样本方法可分为随机样本方法 (RS)、带有偏好的随机样本方法 (BRS) 和基于后悔值带有偏好的随机样本方法 (RBRS)。在 RS 方法中, E_n 中的每项工作都具有相同的被选择概率, $\Psi(j) = 1/|E_n|$ 。BRS 方法计算 $\Psi(j)$ 时偏好优先权系数大的工作, 保证优先权大的工作具有大的被调度概率。如果优先调度优先权系数大的工作, 则工作 j 被调度概率的计算方法为^[15]

$$\Psi(j) = \frac{v(j)}{\sum_{i \in E_n} v(i)} \quad (4)$$

RBRS 是由 Drexler^[16] 首先提出的, 计算 $\Psi(j)$ 时通过工作 j 不被调度的后悔值来间接利用 $v(j)$, 同样优先调度优先权系数大的工作, 则 $\Psi(j)$ 计算过程如下

$$\rho_j := v(j) - \min_{i \in E_n} v(i) \quad (5)$$

$$\Psi(j) := \frac{\rho_j + \epsilon}{\sum_{i \in E_n} (\rho_i + \epsilon)} \quad (6)$$

其中 ρ_j 为工作 j 不被调度的后悔值, 计算时将其加 $\epsilon (> 0)$ 是为了使每项工作的被调度概率都大于 0, 从而保证可行计划集中的每个计划都有机会被生

表 1 一些求解 RCPSP 较好的规则

名称	优先规则	选择	文献	定义
GRPW	最高排列位置权重	Max	[10]	$d_j + \sum_{i \in SA_j} d_i$
MTS	最多紧后工作数	Max	[10]	$ SA_j $
RSM	资源调度方法	Max	[10]	参见文献[10]
WCS	最坏情况下的自由时间	Max	[10]	参见文献[10]
LST	最晚开始时间	Min	[10]	LS_j
MNSLK	最小自由时间	Min	[12]	$LS_j - t_n$
MNLFT	最晚完成时间	Min	[12]	$LS_j + d_j$
GRD	最大资源总需求量	Max	[12]	$d_j - \sum_k r_{jk}$
GRU	最大资源利用量	Max	[12]	$\sum_k r_{jk}$
LFS	后序工作平均机动时间	Min	[12]	$(LS_j - ES_j) / SA_j $
R&M/B/L/TI	动态加权自由时间和资源价格	Max	[12]	参见文献[12]
WACRU	修正的WRUP方法	Max	[13]	参见文献[13]

注: 表中, SA_j 为工作 j 紧后工作集, SA_j^+ 为工作 j 的所有后序工作 (直接后序或间接后序) 的集合, 其它参数意义同前。

成。通过调整系数 $\alpha > 0$ 的大小来改变偏好的大小。

3.2.3 智能优化算法

RCPS P 的智能优化方法主要包括编码方式和解码规则、相邻解的定义以及初始解产生三个要素。相邻解的定义往往由编码方式和解码规则确定; 初始解一般是随机生成或根据特定的编码方式结合一些优先规则生成, 这样既保证了初始解的多样性又保证了初始解的质量。所以, 求解 RCPS P 的智能优化算法主要区别在编码方式和解码规则上, 归纳起来可分为如下几类:

1) 紧前关系相容链表。由 3.2.1 节可知, 串行调度方案每一次执行的结果对应一个工作链表, 各工作在链表中的顺序是满足紧前关系约束的。反之, 如果给定一个满足紧前关系的工作链表, 那么应用串行调度方案解码可以生成一个可行调度计划。文献 [17, 18] 采用了此类编码方式。

2) 优先权系数向量。由 3.2.1 节可知, 如果给定一个 J 维向量, 向量中的第 j 个元素代表工作 j 的优先权系数, 那么针对该向量应用并行调度方案解码便可生成一个可行调度计划。文献 [19, 20] 采用了此类编码方式。

3) 优先规则链表。事先选定若干条优先规则构成优先规则集, 再从中依次随机选择 J 条规则构成优先规则链表(一条编码)。解码规则既可以采用串行调度方案也可以采用并行调度方案。解码过程如下: 在调度第 j 项工作时, 采用编码中的第 j 条优先规则计算当前可调度工作集中各工作的优先权, 并选择优先权最高的工作按照串行(并行)调度方案原则安排其开始时间, 直至 J 项工作全部调度完毕。文献 [21] 采用了此种编码方式, 用并行调度方案和专门设计的双向解码规则解码, 得到了较好的效果。

充分利用问题本身的特点是成功应用智能优化算法的关键, 对于求解 RCPS P 具有重要的指导意义。由于上述三类编码方式和解码规则都存在冗余编码, 即多个不同编码对应同一调度计划, 这样就会降低算法的求解效果和执行效率。所以, 结合问题特点设计更好的编码方式和解码规则是改进此类算法的关键所在。

4 问题的研究方向

当前对 RCPS P 的研究主要集中在应用精确算法和启发式算法对实现工程的某一目标进行优化。作者认为对 RCPS P 的以下几个问题值得进一步研究。

1) 启发式算法缺乏统一的程序框架。目前许多学者针对 RCPS P 提出了各种各样的启发式算法, 这些算法往往采用不同的程序框架、不同的编程语言、运行在不同的操作系统上, 所以很难准确比较它们的执行效率。另外, 多数启发式算法对 RCPS P 的求解过程具有相同或相似之处, 如何提高代码的重用性, 加强对规则的改进或参数的优化是需要解决的问题。文献 [22] 在这方面做了初步的尝试, 但这些工作仍需要进一步研究。

2) 柔性资源限制下的工程调度问题。在实际工程实施过程中, 资源的约束往往是柔性的, 如某些施工机械可以租借得到, 劳动力资源可以通过适当的加班获得增加, 等等。在 RCPS P 的优化调度过程中, 工程工期往往因为某些瓶颈资源的限制而拖长, 如果适当提高该瓶颈资源的拥有量, 工程工期会缩短很多, 从而大大提高工程的经济目标。所以, 在柔性资源限制下工程调度问题更符合实际应用。虽然多执行模式资源受限工程调度问题^[23]考虑了各工作执行模式的柔性, 但仍存在资源限制柔性的问题, 而目前对此研究很少。

3) 有限资源在多工程项目间分配问题。多工程项目同时或交叠进行是工程调度问题的又一特点。目前对有限资源在多工程项目间分配问题研究较少, 方法主要是两层决策方法^[24]。多工程调度问题中, 各工程项目往往有不同的工期底线(合同完工期), 考虑工程的提前/拖期惩罚, 如何有效分配有限资源, 使得全部工程的提前/拖期惩罚最小是具有很大实际应用价值的研究领域。

4) 调度稳定性及动态调度问题。目前, 针对 RCPS P 的调度方法都是静态调度方法, 调度计划一旦生成便意味着整个工程实施计划的确定。在实际工程的实施过程中可能会遇到多种不可预见问题, 这些问题的发生会导致工程计划无法顺利实施, 需要对现有计划进行调整, 因而导致工程不可预见费用的发生, 甚至会导致工程无法如期完成。一个稳定性好的工程计划只需较小的费用就会得到有效的调整, 而采用动态调度方法既可以提高工程调度计划的稳定性, 又可以缩短计划调整时间, 因而研究工程调度计划的稳定性和动态调度方法具有现实意义。

5 结论

利用企业现有资源降低生产成本、提高经济效益并为用户提供更好的服务一直是现代企业面临的重要问题, 而这些问题可以通过制定合理、高效的生

产计划来解决, 至少部分地解决。资源受限的工程调度问题在单件或小批量生产方式的企业中有着广泛的应用, 近年来吸引着越来越多的学者及企业管理者的研究和关注。本文根据收集到的资料, 对近年来求解这一问题的精确算法及启发式算法的最新发展进行了简要概述, 并预见该问题的未来研究方向。

参考文献:

- [1] Herroelen W, Reyck B De, Demeulemeester E. Resource-constrained project scheduling: A survey of recent developments[J]. *Computers & Ops Res*, 1998, 25(4): 279-302
- [2] Demeulemeester E, Herroelen W. A branch-and-bound procedure for the multiple resource-constrained project scheduling problem [J]. *Management Science*, 1992, 38(12): 1803-1818
- [3] Demeulemeester E, Herroelen W. New benchmark results for the resource-constrained project scheduling problem [J]. *Management Science*, 1997, 43(11): 1485-1492
- [4] Mingozzi A, Maniezzo V, Ricciardelli S *et al*. An exact algorithm for the resource-constrained project scheduling problem based on a new mathematical formulation [J]. *Management Science*, 1998, 44(5): 714-729
- [5] Patterson J H, Slowinski R, Talbot F B *et al*. An algorithm for a general class of precedence and resource constrained scheduling problem [A]. Slowinski R and Weglarz J (Eds). *Advances in Project Scheduling*[M]. Amsterdam: Elsevier Publisher, 1989. 3-28
- [6] Brucker P, Knust S, Schoo A *et al*. A branch and bound algorithm for the resource-constrained project scheduling problem [J]. *Eur J of Ops Res*, 1998, 107: 272-288
- [7] Klein R, Scholl A. Computing lower bounds by destructive improvement: An application to resource-constrained project scheduling [J]. *Eur J of Ops Res*, 1999, 112: 322-346
- [8] Brucker P, Knust S. A linear programming and constrained propagation-based lower bound for the RCPSP [J]. *Eur J of Ops Res*, 2000, 127: 355-362
- [9] Kolisch R. Serial and parallel resource-constrained project scheduling methods revisited: Theory and computation [J]. *Eur J of Ops Res*, 1996, 90: 320-333
- [10] Kolisch R, Hartmann S. Heuristic algorithms for solving the resource-constrained project scheduling problem: Classification and computational analysis [J]. *Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel*, 1998, 469.
- [11] Hartmann S, Kolisch R. Experimental evaluation of state-of-the-art heuristics for the resource-constrained project scheduling problem [J]. *Eur J of Ops Res*, 2000, 127: 394-407.
- [12] Lawrence S R, Morton T E. Resource-constrained multiproject scheduling with tardy costs: Comparing myopic, bottleneck, and resource pricing heuristics [J]. *Eur J of Ops Res*, 1993, 64: 168-187.
- [13] Thomas P R, Salhi S. An investigation into the relationship of heuristic performance with network-resource characteristics [J]. *J of the Operational Research Society*, 1997, 48: 34-43
- [14] Kolisch R, Sprecher A, Drexl A. Characterization and generation of a general class of resource-constrained project scheduling problem [J]. *Management Science*, 1995, 41(10): 1693-1703
- [15] Alvarez-Valdes R J, Tamarit M. Algoritmos heurísticos deterministas y aleatorios en secuenciación de proyectos con recursos limitados [J]. *Questio*, 1989, 13: 173-191.
- [16] Drexl A. Scheduling of project networks by job assignment [J]. *Management Science*, 1991, 30: 1590-1602
- [17] Hartmann S. A competitive genetic algorithm for resource-constrained project scheduling [J]. *Naval Research Logistics*, 1998, 45: 733-750
- [18] 刘士新, 王梦光. 一种求解资源受限工程调度问题的遗传算法 [J]. *系统工程学报*, 2002, 17.
- [19] Lee J K, Kim Y D. Search heuristics for resource constrained project scheduling [J]. *J of the Ops Res Soc*, 1996, 47(3): 678-689.
- [20] Cho J H, Kim Y D. A simulated annealing algorithm for resource constrained project scheduling problem [J]. *J of the Ops Res Soc*, 1997, 48: 736-744
- [21] Ozdamar L. A genetic algorithm approach to a general category project scheduling problem [J]. *IEEE Trans on Syst, Man and Cyber*, 1999, 29(1): 44-59
- [22] Liu Shixin, Wang Mengguang. An object-oriented methodology for solving the RCPSPs with heuristics and metaheuristics [J]. *Production Planning & Control*, 2000, 11(5): 434-442
- [23] 刘士新, 王梦光. 一种求解多执行模式资源受限工程调度问题的 SA/GA 混合算法 [J]. *系统工程学报*, 2001, 16(5).
- [24] 谈焯, 仲伟俊, 徐南荣. 多种资源在多项目间分配的两层决策方法 [J]. *系统工程学报*, 1999, 14(3): 290-295