

文章编号: 1001-0920(2001)08-0652-05

一般型最优有限预见控制及其 在地形跟踪中的应用研究

李冬梅, 胡恒章

(哈尔滨工业大学 控制科学与工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 提出一种新的预见控制方法——一般型最优有限预见控制方法, 并将其应用于巡航导弹地形跟踪控制系统的设计。将参考信号和干扰信号考虑成更一般的形式, 在其自相关函数值已知的条件下, 得到了一般型有限预见伺服系统设计问题的最优解。通过仿真证实, 采用该方法设计地形跟踪系统, 可以明显地改善巡航导弹的地形跟踪性能。

关键词: 最优控制; 有限预见控制; 二次型性能指标; 巡航导弹; 地形跟踪

中图分类号: TP 13

文献标识码: A

General Optimal Finite Preview Control and Its Application to Terrain Following System

LI Dong-mei, HU Heng-zhang

(Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: A new preview control scheme, named general optimal finite preview control, is proposed and applied to a cruise missile terrain following system. A general case for the reference signal and the disturbance signal is studied. Under the condition that the self-correlation functions of reference and disturbance signal are known, a solution to the problem of designing an optimal finite preview servomechanism is derived. Simulation results are given and the performance of terrain following is improved remarkably by the proposed scheme.

Key words: optimal control; finite preview control; quadratic performance index; cruise missile; terrain following

1 引言

巡航导弹是现代战争中不可缺少的有利武器。为了提高其生存能力, 使其能够跟踪地形起伏飞行, 必须设计出一种高性能的导弹控制器。巡航导弹本身是一个高阶非最小相位系统, 在以往的设计

中^[1~5], 由于只考虑系统当前的目标值, 设计出的系统存在较大的输出滞后, 导致系统跟踪性能不好。为此, 本文提出采用最优有限预见控制方法设计巡航导弹地形跟踪系统。

有限预见控制是在未来参考信号和未来干扰一

收稿日期: 2001-04-23

基金项目: 航天科技创新基金项目; 哈尔滨工业大学基金项目(HIT 2000. 39)

作者简介: 李冬梅(1973—), 女, 黑龙江哈尔滨人, 博士生, 从事飞行器导航与控制、最优控制的研究; 胡恒章(1932—), 男, 黑龙江哈尔滨人, 教授, 博士生导师, 从事飞行控制、智能控制等研究。

定程度已知的情况下, 充分利用这种未来信息来改善控制系统性能的方法。文献[6]通过假定参考信号为线性随机系统的输出, 推导了线性连续系统的最优有限预见控制器。[7]假定干扰为阶跃信号, 采用线性二次型积分(LQI)技术, 得到了具有积分和预见行为的线性离散系统的状态反馈控制器。[8]应用最优调节理论, 在参考信号为阶跃信号条件下, 推导了线性离散系统的最优预见伺服控制器, 该控制器包括状态反馈、积分和预见环节三部分。[9]将[8]的结论推广到线性连续系统的情形。[10]假定参考信号和干扰信号为多项式或一个线性齐次系统的输出, 提出一般型数字最优预见控制器的设计方法, 该方法的实质是解决一个无限预见问题。从以上研究可以看出, 对于线性离散系统的有限预见问题, 只给出了参考信号和干扰信号为阶跃信号情况下的最优预见控制器的设计方法。

本文在文献[8]的基础上, 利用参考信号和干扰信号的自相关函数信息, 推导并得到了参考信号和干扰信号为任意信号情况下的最优有限预见控制器的设计方法, 并将这种方法应用于巡航导弹地形跟踪系统的设计。

2 一般型最优有限预见伺服系统设计

作为控制对象的线性离散时间系统可表示为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ed(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) \end{cases} \quad (1)$$

误差信号定义为

$$e(k) = r(k) - y(k) \quad (2)$$

其中, $x(k)$ 为 $n \times 1$ 维状态向量, $y(k)$ 为 $m \times 1$ 维输出向量, $u(k)$ 为 $r \times 1$ 维输入向量, $r(k)$ 为 $m \times 1$ 维参考信号向量, $d(k)$ 为 $q \times 1$ 维干扰向量。

假设系统(1)可控、可观测, 并设 $r = m$, 可以推导出如下误差系统^[11]

$$X_0(k+1) = \Phi X_0(k) + G\Delta u(k) + G_r \Delta r(k+1) + G_d \Delta d(k) \quad (3)$$

其中

$$X_0(k) = \begin{bmatrix} e(k) \\ \Delta x(k) \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} I_m & -CA \\ 0 & A \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} -CB \\ B \end{bmatrix}, \quad G_r = \begin{bmatrix} I_m \\ 0 \end{bmatrix}, \quad G_d = \begin{bmatrix} -CE \\ E \end{bmatrix}$$

如果对误差系统(3)已设计出状态反馈

$$\Delta u(k) = F_0 X_0(k) \quad (4)$$

并已知从当前时刻 k 开始直到未来 M 步的参考信号及干扰信号, 设利用这些信号的控制输入为

$$\Delta u(k) = F_0 X_0(k) + \sum_{j=0}^M [F_r(j) \Delta r(k+j) + F_d(j) \Delta d(k+j)] \quad (5)$$

这里, $F_r(j)$ 及 $F_d(j)$ ($j = 0, 1, \dots, M$) 为待定的前馈预见矩阵。定义性能指标函数为如下包含误差项和输入项的二次型

$$J = \sum_{k=-M+1}^M [X_0^T(k) Q X_0(k) + \Delta u^T(k) R \Delta u(k)] \quad (6)$$

其中, $Q = \begin{bmatrix} Q_e & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $R^{(m+n) \times (m+n)}$ 为半正定矩阵, $Q_e R^{m \times m}$ 为正定矩阵, $R R^{r \times r}$ 为正定矩阵。

下面采用偏微分最优化的方法, 依据偏微分要求性能指标函数(6)取最小值, 从而求出预见前馈系统 $F_r(j)$ 和 $F_d(j)$ 。与文献[8]不同的是, 本文将参考信号和干扰信号考虑成更一般的形式, 并不只局限于阶跃信号的情形。

将式(5)代入式(3), 得

$$X_0(k+1) = [\Phi + GF_0] X_0(k) + G_r \Delta r(k+1) + \sum_{j=0}^M [GF_r(j) \Delta r(k+j) + GF_d(j) \Delta d(k+j)] \quad (7)$$

假设 $X_0(-M+1) = 0$, $\Delta r(k) = 0$ ($k < 1$), $\Delta d(k) = 0$ ($k < 1$), 则由式(7)可得以下关系式:

当 $k = -M+1$ 时

$$X_0(-M+2) = GF_r(M) \Delta r(1) + GF_d(M) \Delta d(1) \quad (8)$$

当 $k = -M+2$ 时

$$X_0(-M+3) = [\xi GF_r(M) + GF_r(M-1)] \Delta r(1) + [\xi GF_d(M) + GF_d(M-1)] \Delta d(1) + GF_r(M) \Delta r(2) + GF_d(M) \Delta d(2) \\ \vdots \quad (9)$$

当 $k = N(N-M)$ 时

$$X_0(N+1) = \xi^{N-1} [\xi^M GF_r(M) + \dots + GF_r(0)] \Delta r(1) + \xi^{N-1} [\xi^M GF_d(M) + \dots + [G_d + GF_d(0)]] \Delta d(1) + \dots + [\xi^M GF_r(M) + \dots + GF_r(0)] \Delta r(N) + \xi^M GF_d(M) + \dots + [G_d +$$

$$\begin{aligned}
 & GF_d(0)] \Delta d(N) + \dots + GF_r(M) \Delta r(N + \\
 & M) + GF_d(M) \Delta d(N + M) \\
 & \vdots \\
 & \quad \quad \quad (10)
 \end{aligned}$$

其中 $\xi = \Phi + GF_0$ 。

假设参考信号与干扰信号互不相关, 即满足

$$r(k + j)d(k) = 0(j = 0, 1, \dots), \text{ 将式(5) 和(8)}$$

~ (10) 的关系代入式(6), 得

$$\begin{aligned}
 J = & \text{tr} \{ [F_{rr}^T \Gamma_0 F_{rr} + 2F_{rr}^T \Lambda_{00} + \\
 & G_r^T P G_r] R_r(0) + \sum_{j=1} [F_{rr}^T \Gamma_j F_{rr} + 2F_{rr}^T \Lambda_{j1} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & G_r^T (\xi^T)^j P G_r] R_r(j) + \sum_{j=1} [F_{rr}^T \Gamma_j^T F_{rr} + \\
 & 2F_{rr}^T \Lambda_{j2}^2 + G_r^T P \xi^j G_r] R_r^T(j) + [F_{dd}^T \Gamma_0 F_{dd} + \\
 & 2F_{dd}^T \Lambda_{d0} + G_d^T P G_d] R_d(0) + \sum_{j=1} [F_{dd}^T \Gamma_j F_{dd} + \\
 & 2F_{dd}^T \Lambda_{dj}^1 + G_d^T (\xi^T)^j P G_d] R_d(j) + \\
 & \sum_{j=1} [F_{dd}^T \Gamma_j^T F_{dd} + 2F_{dd}^T \Lambda_{dj}^2 + G_d^T P \xi^j G_d] R_d^T(j) \} \quad (11)
 \end{aligned}$$

其中

$$R_r(j) = \sum_{k=1} \Delta r(k + j) \Delta r^T(k), \quad j = 0$$

$$R_d(j) = \sum_{k=1} \Delta d(k + j) \Delta d^T(k), \quad j = 0$$

$$\begin{aligned}
 F_{rr} = & \begin{bmatrix} F_r(0) \\ F_r(1) \\ \vdots \\ F_r(M) \end{bmatrix}, \quad F_{dd} = \begin{bmatrix} F_d(0) \\ F_d(1) \\ \vdots \\ F_d(M) \end{bmatrix}, \quad \Lambda_{00} = \begin{bmatrix} (G^T P \xi + R F_0) G_r \\ G^T P G_r \\ \vdots \\ G^T (\xi^T)^{M-1} P G_r \end{bmatrix}, \quad \Lambda_{d0} = \begin{bmatrix} G^T P G_d \\ G^T \xi^T P G_d \\ \vdots \\ G^T (\xi^T)^M P G_d \end{bmatrix} \\
 \Lambda_{(j)1}^1 = & \begin{bmatrix} G^T (\xi^T)^{j-1} P G_r \\ \vdots \\ G^T (\xi^T)^{M+j-1} P G_r \end{bmatrix}, \quad \Lambda_{(j)M-1}^2 = \begin{bmatrix} (G^T P \xi + R F_0) \xi^j G_r \\ \vdots \\ G^T P G_r \\ \vdots \\ G^T (\xi^T)^{M-j-1} P G_r \end{bmatrix}, \quad \Lambda_{(j)M}^2 = \begin{bmatrix} (G^T P \xi + R F_0) \xi^j G_r \\ \vdots \\ (G^T P \xi + R F_0) \xi^{j-M} G_r \end{bmatrix} \\
 \Lambda_{(j)1}^1 = & \begin{bmatrix} G^T (\xi^T)^j P G_d \\ \vdots \\ G^T (\xi^T)^{M+j} P G_d \end{bmatrix}, \quad \Lambda_{(j)M}^2 = \begin{bmatrix} (G^T P \xi + R F_0) \xi^{j-1} G_d \\ \vdots \\ G^T P G_d \\ \vdots \\ G^T (\xi^T)^{M-j} P G_d \end{bmatrix}, \quad \Lambda_{(j)M+1}^2 = \begin{bmatrix} (G^T P \xi + R F_0) \xi^{j-1} G_d \\ \vdots \\ (G^T P \xi + R F_0) \xi^{j-M} G_d \end{bmatrix} \\
 \Gamma_0 = & \begin{bmatrix} R + G^T P G & (G^T P \xi + R F_0) G & \dots & (G^T P \xi + R F_0) \xi^{M-1} G \\ G^T (\xi^T P G + F_0^T R) & R + G^T P G & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & (G^T P \xi + R F_0) G \\ G^T (\xi^T)^{M-1} (\xi^T P G + F_0^T R) & \dots & G^T (\xi^T P G + F_0^T R) & R + G^T P G \end{bmatrix} \\
 \Gamma_{(j)M-1} = & \begin{bmatrix} G^T (\xi^T)^{j-1} (\xi^T P G + F_0^T R) & \dots & R + G^T P G & \dots & (G^T P \xi + R F_0) \xi^{M-j-1} G \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G^T (\xi^T)^{M+j-1} (\xi^T P G + F_0^T R) & \dots & G^T (\xi^T)^{j-1} (\xi^T P G + F_0^T R) & \dots & R + G^T P G \end{bmatrix} \\
 \Gamma_{(j)M} = & \begin{bmatrix} G^T (\xi^T)^{M-1} (\xi^T P G + F_0^T R) & \dots & G^T (\xi^T)^{M-1} (\xi^T P G + F_0^T R) & R + G^T P G \\ \vdots & \vdots & \vdots & G^T (\xi^T)^{M-1} (\xi^T P G + F_0^T R) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G^T (\xi^T)^{2M-1} (\xi^T P G + F_0^T R) & \dots & G^T (\xi^T)^{j-1} (\xi^T P G + F_0^T R) & G^T (\xi^T)^{j-1} (\xi^T P G + F_0^T R) \end{bmatrix} \\
 \Gamma_{(j)M+1} = & \begin{bmatrix} G^T (\xi^T)^{j-1} (\xi^T P G + F_0^T R) & \dots & G^T (\xi^T)^{j-M-1} (\xi^T P G + F_0^T R) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G^T (\xi^T)^{M+j-1} (\xi^T P G + F_0^T R) & \dots & G^T (\xi^T)^{j-1} (\xi^T P G + F_0^T R) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

P 是如下 Lyapunov 方程的正定对称解

$$P = Q + F_0^T R F_0 + \xi^T P \xi \quad (12)$$

由式(10) 得

$$\frac{1}{2} \frac{\partial J}{\partial F_{rr}} = [\Gamma_0 F_{rr} + \Lambda_{r0}] R_r(0) + \sum_{j=1}^m \{[\Gamma_j F_{rr} + \Lambda_{rj}^1] R_r(j) + [\Gamma_j^T F_{rr} + \Lambda_{rj}^2] R_r^T(j)\} \quad (13)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial J}{\partial F_{dd}} = [\Gamma_0 F_{dd} + \Lambda_{d0}] R_d(0) + \sum_{j=1}^m \{[\Gamma_j F_{dd} + \Lambda_{dj}^1] R_d(j) + [\Gamma_j^T F_{dd} + \Lambda_{dj}^2] R_d^T(j)\} \quad (14)$$

定理 1 如果对于系统(3) 已设计出状态反馈(4), 参考信号 $r(k)$ 与干扰信号 $d(k)$ 互不相关, 则使式(6) 所定义的二次型性能指标函数取最小值的最优控制输入如式(5) 所示, 其中预见前馈补偿矩阵满足

$$\Gamma_0 F_{rr} R_r(0) + \sum_{j=1}^m [\Gamma_j F_{rr} R_r(j) + \Gamma_j^T F_{rr} R_r^T(j)] = - [\Lambda_{r0} R_r(0) + \sum_{j=1}^m [\Lambda_{rj}^1 R_r(j) + \Lambda_{rj}^2 R_r^T(j)]] \quad (15)$$

$$\Gamma_0 F_{dd} R_d(0) + \sum_{j=1}^m [\Gamma_j F_{dd} R_d(j) + \Gamma_j^T F_{dd} R_d^T(j)] = - [\Lambda_{d0} R_d(0) + \sum_{j=1}^m [\Lambda_{dj}^1 R_d(j) + \Lambda_{dj}^2 R_d^T(j)]] \quad (16)$$

进一步, 若满足 $m = 1$ (可预见的参考信号是一维变量), 且 $\Gamma_0 R_r(0) + \sum_{j=1}^m [\Gamma_j + \Gamma_j^T] R_r(j)$ 非奇异, 则有

$$F_{rr} = - \left[\Gamma_0 R_r(0) + \sum_{j=1}^m (\Gamma_j + \Gamma_j^T) R_r(j) \right]^{-1} \times \left[\Lambda_{r0} R_r(0) + \sum_{j=1}^m (\Lambda_{rj}^1 + \Lambda_{rj}^2) R_r(j) \right] \quad (17)$$

若满足 $q = 1$ (可预见的干扰是一维变量), 且 $\Gamma_0 R_d(0) + \sum_{j=1}^m [\Gamma_j + \Gamma_j^T] R_d(j)$ 非奇异, 则有

$$F_{dd} = - \left[\Gamma_0 R_d(0) + \sum_{j=1}^m (\Gamma_j + \Gamma_j^T) R_d(j) \right]^{-1} \times \left[\Lambda_{d0} R_d(0) + \sum_{j=1}^m (\Lambda_{dj}^1 + \Lambda_{dj}^2) R_d(j) \right] \quad (18)$$

一般情况下, 可假设 $R_r(j) = 0(j = N), R_d(j) = 0(j = N)$, 其中 N 为适当选取的某一整数。

推论 1 若满足 $R_r(j) = 0(j = 1), R_d(j) = 0(j = 1)$, 则有

$$F_{rr} = - \Gamma_0^{-1} \Lambda_{r0}, \quad F_{dd} = - \Gamma_0^{-1} \Lambda_{d0} \quad (19)$$

进一步, 若取 $F_0 = -(R + G^T P G)^{-1} G^T P \Phi$, 则有

$$P = Q + \Phi^T P \Phi - \Phi^T P G (R + G^T P G)^{-1} G^T P \Phi \quad (20)$$

$$\begin{cases} F_r(0) = 0 \\ F_r(j) = - (R + G^T P G)^{-1} G^T (\xi^T)^{j-1} P G_r \\ \quad j = 1, 2, \dots, M \\ F_d(j) = - (R + G^T P G)^{-1} G^T (\xi^T)^j P G_d \\ \quad j = 0, 1, \dots, M \end{cases} \quad (21)$$

以上两式恰好是文献[8] 中的相应结果。由此可见, 文献[8] 中的结果仅是本文结果的一个特例。

3 地形跟踪系统设计仿真

巡航导弹地形跟踪系统的结构如图 1 所示。

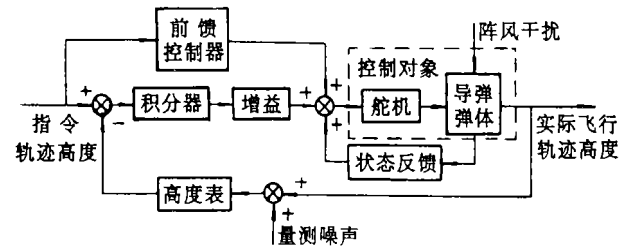


图 1 巡航导弹地形跟踪系统结构

系统控制对象包括舵机和导弹弹体两部分。把系统对象模型离散化, 可分别表示成如下形式

$$\begin{cases} x_1(k+1) = A_{1x1} x_1(k) + B_1 u(k) \\ \delta(k) = C_{1x1} x_1(k) \\ x_2(k+1) = A_{2x2} x_2(k) + B_2 \delta(k) \\ y(k) = C_{2x2} x_2(k) \end{cases}$$

其中, $u(k)$ 为舵机的输入控制指令, $\delta(k)$ 为舵偏角, $h(k)$ 为导弹飞行高度。整个控制对象可化成如下形式

$$\begin{cases} x(k+1) = A x(k) + B u(k) \\ y(k) = C x(k) \end{cases}$$

式中

$$A = \begin{bmatrix} A_{1x1} & O \\ B_2 C_1 & A_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ O \end{bmatrix}, \quad C = [O \quad C_2]$$

采用第 2 节所述的最优预见控制方法设计地形跟踪控制器。由于实际系统中阵风干扰不可测, 因此没有设计干扰信号的前馈项, 只设计了包含未来目标信号的前馈项。取采样周期 $T_s = 0.05$ s, 加权系数 $Q_e = 1, R = 0.2$, 分别给出了未采用预见控制、采用文献[8] 和本文预见控制方法 3 种情况下的对比仿真结果, 分别对应于图 2 ~ 图 4 中的曲线①、曲线②和曲线③。

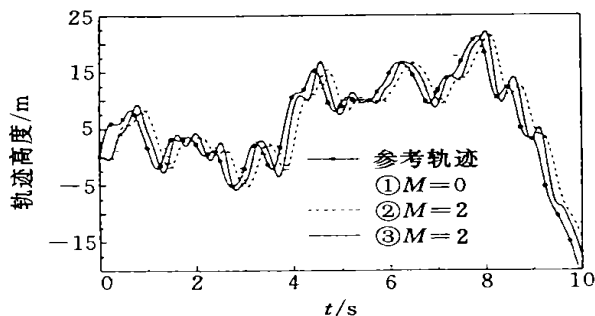


图2 地形跟踪结果

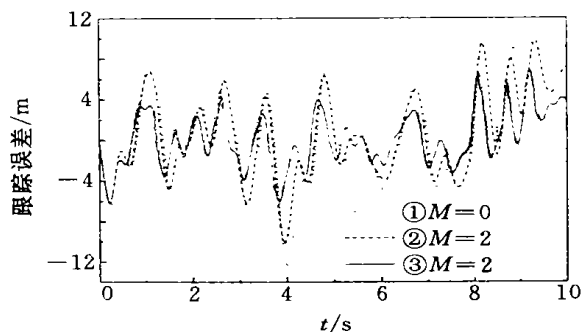


图3 地形跟踪误差

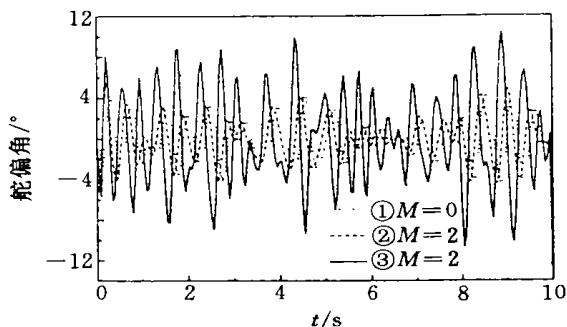


图4 舵偏角

图3的跟踪误差曲线表明,采用本文方法得到的仿真结果明显优于未采用预见控制及采用文献[8]方法的情形。图4的舵偏角变化曲线表明,采用本文方法时舵偏角的幅值明显高于其它两种情形,这样才能使导弹的飞行轨迹快速跟踪指令轨迹。

仿真结果还表明,当参考信号的预见步数较大时,即使不利用参考信号的自相关函数信息,所设计的有限预见控制系统也具有较好的性能。因此,本文提出的方法适用于参考信号和干扰信号的未来具体数值已知较少而其统计特性(自相关函数值)完全已知的情况。

4 结 语

本文研究一般型有限预见伺服系统的设计问题,将参考信号和干扰信号考虑成更一般的形式,在其自相关函数信息及有限步数的未来信息已知的情况下,推导并得到了有限预见伺服系统设计问题的最优解。所得结论包含了文献[8]的结果。分别采用文献[8]和本文方法对地形跟踪系统进行设计,仿真结果表明,本文提出的方法能有效地改善系统的性能。

参考文献:

- [1] Whitbeck R F. Optimal terrain following feedback control for advanced cruise missiles [R]. AD-A110286, 1982.
- [2] Reid J G, Chaffin D E, Silver J T. Output predictive algorithmic control: Precision tracking with application to terrain following[J]. J of Guid, Contr and Dyn, 1981, 4(5): 502-509.
- [3] Hess R A, Jung Y C. An application of generalized predictive control to rotorcraft terrain-following flight[J]. IEEE Trans on SMC, 1989, 19(5): 954-962.
- [4] Jung Y C, Hess R A. Precise flight-path control using a predictive algorithm[J]. J of Guid, Contr and Dyn, 1991, 14(5): 936-942.
- [5] Hess R A, Jung Y C. Self-tuning generalized predictive control applied to terrain following flight [A]. AIAA Guid Navig and Contr Conf[C]. Boston, 1989. 221-226.
- [6] Tomizuka M. Optimal continuous finite preview problem[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1975, 20(3): 362-365.
- [7] Balzer L. Optimal control with partial preview of disturbances rate penalties and its application to vehicle suspension[J]. Int J Contr, 1981, 33(2): 323-345.
- [8] Katayama T, Ohki T, Inoue T *et al.* Design of an optimal controller for a discrete-time system subject to previewable demand[J]. Int J Contr, 1985, 41(3): 677-699.
- [9] Katayama T, Chirono T. Design of an optimal servomechanism with preview action and its dual problem [J]. Int J Contr, 1987, 45(2): 407-420.
- [10] 廖福成, 土谷武士, 江上正, 等. 一般型数字最优预见伺服系统的设计[J]. 应用数学与力学, 1996, 17(5): 405-417.