

文章编号: 1001-0920(2001)0S-0661-04

# 具有模糊约束的大工业过程的关联平衡法

顾佳晨, 万百五

(西安交通大学 系统工程研究所, 陕西 西安 710049)

**摘要:** 研究稳态大工业过程的递阶优化控制算法时, 针对模型-实际存在差异以及实际约束条件有一定伸缩性的问题, 将子过程模型作为等式约束, 通过引入模糊系数使其转化为模糊等式约束, 同时对子过程原有的不等式约束进行模糊化处理, 提出具有模糊约束的关联平衡法, 进而研究了两种情形(开环和有全局反馈)的关联平衡法。仿真结果表明, 有全局反馈的模糊关联平衡法得到的最终解十分接近实际过程的真实最优解。

**关键词:** 大工业过程; 关联平衡法; 模糊数; 模糊约束

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

## Interaction Balance Method for Large-scale Industrial Processes with Fuzzy Constraints

GU Jia-chen, WAN Bai-wu

(Systems Engineering Institute, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** The interaction balance method with fuzzy constraints is proposed for steady state large-scale industrial processes under steady-state optimization with the consideration of the model-reality difference problem and the constraints of processes being of flexibility. In this approach, the models that are treated as equality constraints and the inequality constraints of the subprocesses are all fuzzified. Two cases of the interaction balance method are studied: the open-loop IBM and the IBM with global feedback. Simulation results show that the solutions of the proposed method with global feedback are very close to the optimal solutions of the real processes.

**Key words:** large-scale industrial processes; interaction balance method; fuzzy number; fuzzy constraints

### 1 引言

大工业过程是由多个相互关联的子过程组成的连续生产过程。一个大工业过程的稳态优化控制问题经分解-协调后, 一般由多个局部优化问题和一个全局协调问题组成<sup>[1]</sup>。

在实际工业生产过程中, 递阶优化控制的约束往往具有模糊性。对于等式约束(子过程的数学模型), 由于模型-实际差异, 使子过程的数学模型具有模糊性; 对于不等式约束, 考虑到环境变化和扰动的作用, 这些不等式并不是非常严格的, 也具有模糊性。在这种条件下, 应用稳态大工业过程的关联平衡

收稿日期: 2001-03-23; 修回日期: 2001-04-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(59937150)

作者简介: 顾佳晨(1970—), 男, 上海青浦人, 博士生, 从事大系统智能优化研究; 万百五(1928—), 男, 江苏南京人, 教授, 博士生导师, 从事大系统智能控制和优化研究。

法对过程进行优化控制,无法得到实际过程的真实最优解,Findeisen 等<sup>[1]</sup>提出的闭环递阶优化思想,借助于从实际过程测量并反馈至协调器的关联量来改善基于模型的解,得到的最终解虽然比开环解好,但仍达不到过程最优解,而且会对实际过程造成过多的扰动。另外,闭环算法的收敛性要求模型与实际过程足够接近。文献[2]提出采用模糊模型,但过程的约束仍然是精确不等式约束的关联预测法,该方法能较为有效地解决模型-实际差异问题,但仍无法达到实际过程的真实最优解。为此,本文提出了具有模糊约束的关联平衡法。

## 2 具有模糊约束的开环关联平衡算法

关联平衡法是稳态大工业过程的递阶优化控制方法之一<sup>[1,3]</sup>,它是一个两层的递阶结构。局部决策单元任务可描述为

$$\begin{cases} \text{(LP}_i) \\ i=1,2,\dots,N \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{对于协调器给定的 } \lambda, \text{ 求出} \\ c_i(\lambda) \text{ 和 } u_i(\lambda), \text{ 使得} \\ (c_i(\lambda), u_i(\lambda)) = \\ \arg \min L_i(c_i, u_i, y_i, \lambda) \\ \text{s. t. } y_{ik} - F_{ik}(c_i, u_i) = 0 \\ k = 1, 2, \dots, n_i \\ g_{ij}(c_i, u_i, y_i) \leq 0 \\ j = 1, 2, \dots, J_i \end{array} \right. \quad (1)$$

协调器的任务为

$$\text{(CP)} \left\{ \begin{array}{l} \text{求出协调变量 } \hat{\lambda}, \text{ 使得} \\ u(\hat{\lambda}) = H y(\hat{\lambda}) \end{array} \right. \quad (2)$$

式中 Lagrange 函数为

$$L = \sum_{i=1}^N L_i = \sum_{i=1}^N \left\{ Q_i(c_i, u_i, y_i) + \lambda^T u_i - \sum_{j=1}^N \lambda_j^T H_{ji} y_j \right\}$$

其中,  $L$  为修正后的第  $i$  个子过程的目标函数;  $Q_i(c_i, u_i, y_i)$  为原目标函数;  $\lambda$  为 Lagrange 乘子, 即协调变量;  $y_i = (y_{i1}, \dots, y_{in_i})$  为子过程  $i$  的输出变量组成的一维向量;  $c_i$  和  $u_i$  分别为子过程  $i$  的控制向量和输入向量;  $H_{ji}$  为第  $j$  个子过程的输入向量与第  $i$  个子过程的输出向量之间的关联子矩阵,  $N$  为大工业过程包含的子过程数,  $n_i$  为子过程  $i$  的输出向量维数。其中,  $y_{ik} - F_{ik}(c_i, u_i) = 0, k = 1, \dots, n_i$  为子过程  $i$  的数学模型, 即等式约束,  $g_{ij}(c_i, u_i, y_i) \leq 0$  为子过程  $i$  的不等式约束。

考虑到实际情况下约束的模糊性,对约束条件进行模糊处理。由于造成约束条件等式约束和不等式约束模糊的机理不同,因此采用不同的模糊方法。对于等式约束(子过程数学模型),其模糊性主要是由模型的不精确(存在模型实际差异)造成的,表现为子过程数学模型中的系数不准确,因此将等式约束中的各项系数处理为模糊数,从而得到模糊模型。对于不等式约束,因为形成约束的条件具有一定的伸缩性,所以将约束函数  $g_{ij}(c_i, u_i, y_i)$  作为精确函数处理,而将不等式右边的数作为模糊数处理,得到如下具有模糊约束的关联平衡法的局部决策单元任务描述

$$\begin{cases} \text{(FLP}_i) \\ i=1,2,\dots,N \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{对于协调器给定的 } \lambda, \text{ 求出} \\ c_i, u_i, y_i, \text{ 使得} \\ (\hat{c}_i(\lambda), \hat{u}_i(\lambda), \hat{y}_i(\lambda)) = \\ \arg \min L_i(c_i, u_i, y_i, \lambda) \\ \text{s. t. } y_{ik} - \hat{F}_{ik}(c_i, u_i, \tilde{a}_i) \leq \tilde{0} \\ k = 1, 2, \dots, n_i \\ g_{ij}(c_i, u_i, y_i) \leq \tilde{0} \\ j = 1, 2, \dots, J_i \end{array} \right. \quad (3)$$

注1 式(1)和(3)中的精确决策变量是不同的,式(1)为  $c_i$  和  $u_i$ , 式(3)为  $c_i, u_i$  和  $y_i$ 。这是由等式约束模糊化造成的。

下面分别对两种约束的模糊处理进行叙述。

### 2.1 等式约束的模糊处理

等式约束即子过程的数学模型,其模糊处理方法与文献[2]类似,最后得到的去模糊后的约束式为

$$M_{ik}(c_i, u_i, y_i) \leq \alpha \quad (4)$$

其中  $M_{ik}$  和  $\alpha$  分别为满足度函数和它的水平。

### 2.2 不等式约束的模糊处理<sup>[4,5]</sup>

不等式约束的模糊性表现为约束的可伸缩性,因此考虑约束函数为确定性函数,并将不等式约束转化为如下形式的一般模糊约束

$$g_{ij}(c_i, u_i, y_i) \leq \tilde{0}, \quad j = 1, 2, \dots, J_i \quad (5)$$

模糊零  $\tilde{0}$  的隶属函数  $\Psi(g(x_i)), x_i = (c_i, u_i, y_i)$  的图形如图1所示。

由于约束函数  $g_{ij}$  为精确性函数,所以其隶属函数是模糊单点集  $\mu_{\tilde{0}}(g(x_i)) = 1$ 。为将式(5)化为非模糊形式,定义满足度函数  $M_{ij}(x_i)$  如下:

决策向量  $x_i$  对第  $i$  个子过程的第  $j$  个模糊不等式约束的满足度函数为

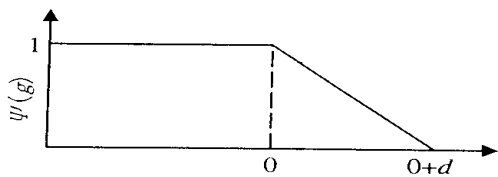


图 1 模糊零的隶属函数

$$M_{ij}(x_i) \triangleq \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \mu_{ij}(g) \Psi(g) dg}{\int_{-\infty}^{+\infty} \mu_{ij}(g) dg} \quad (6)$$

此时, 由于在整个自变量变化区间上, 只在某一点上  $\mu_{ij}(g) = 1$ , 因此由式(6) 定义的满足度函数  $M_{ij}(x_i) = \Psi(g(x_i))$ 。同样, 在定义了满足度函数  $M_{ij}(x_i)$  的  $\alpha$  水平截集后, 可化为非模糊式, 即

$$M_{ij}(x_i) \geq \alpha, \forall \alpha \in [0, 1], j = 1, 2, \dots, J_i \quad (7)$$

至此, 具有模糊约束的关联平衡法的局部决策单元的任务可描述为

$$(LP_i) \begin{cases} \text{协调器给定 } \lambda \text{ 和 } \alpha, \text{ 求出} \\ c_i, u_i, y_i, \text{ 使得} \\ (c_i(\lambda), u_i(\lambda), y_i(\lambda)) = \\ \arg \min L_i(c_i, u_i, y_i, \lambda) \\ \text{s. t. } M_{ik}(c_i, u_i, y_i) \geq \alpha_i \\ k = 1, 2, \dots, n_i \\ M_{ij}(c_i, u_i, y_i) \geq \alpha_j \\ j = 1, 2, \dots, J_i \end{cases} \quad (8)$$

协调器任务为

$$(CP) \begin{cases} \text{求出协调变量 } \hat{\lambda} \text{ 使得} \\ u(\hat{\lambda}) = H y(\hat{\lambda}) \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $u$  为大工业过程中所有关联输入组成的一维列向量,  $y$  为所有关联输出组成的一维列向量,  $H$  为关联矩阵。

由局部决策单元解出  $c_i, u_i$  和  $y_i$  送往协调器, 协调器按

$$\lambda^{k+1} = \lambda^k + \epsilon_k \nabla D(\lambda^k) \quad (10)$$

更新协调变量  $\lambda$  其中  $\nabla D(\lambda) = \hat{u} - H \hat{y}$  为 Lagrange 函数的梯度方向。

### 2.3 仿真研究

例 1<sup>[11]</sup> 由以下 3 个子过程组成大工业过程:

子过程 1: 模型方程

$$y_{11} = F_{11}(c_1, u_1) = c_{11} - c_{12} + 2u_{11}$$

实际方程

$$y_{11}^* = F_{11}^*(c_1, u_1^*) =$$

$$1.3c_{11} - c_{12} + 2u_{11}^* + 0.15c_{11}u_{11}^*$$

性能指标

$$Q_1(c_1, u_1) = (u_{11} - 1)^4 + 5(c_{11} + c_{12} - 2)^2$$

过程约束

$$CUY_1 \triangleq$$

$$\{(c_1, u_1) \mid c_{11}^2 + c_{12}^2 \leq 1 \quad 0 \quad u_{11} \leq 0.5\}$$

子过程 2: 模型方程

$$y_{21} = F_{21}(c_2, u_2) = c_{21} - c_{22} + u_{21} - 3u_{22}$$

$$y_{22} = F_{22}(c_2, u_2) = 2c_{22} - c_{23} - u_{21} + u_{22}$$

实际方程

$$y_{21}^* = F_{21}^*(c_2, u_2^*) =$$

$$c_{21} - c_{22} + 1.2u_{21}^* - 3u_{22}^* + 0.1c_{22}^2$$

$$y_{22}^* = F_{22}^*(c_2, u_2^*) =$$

$$2c_{22} - 1.25c_{23} - u_{21}^* +$$

$$u_{22}^* + 0.25c_{22}c_{23} + 0.1$$

性能指标

$$Q_2(c_2, u_2) =$$

$$2(c_{21} - 2)^2 + c_{22}^2 + 4u_{21}^2 + u_{22}^2 + 3c_{23}^2$$

过程约束

$$CUY_2 \triangleq \{(c_2, u_2) \mid 0.5c_{21} + c_{22} + 2c_{23} \leq 1 \quad 4c_{21}^2 + 2c_{21}u_{21} + 0.4u_{21} + c_{21}c_{23} + 0.5c_{23}^2 + u_{21}^2 \leq 4\}$$

子过程 3: 模型方程

$$y_{31} = F_{31}(c_3, u_3) = c_{31} + 2.5c_{32} - 4u_{31}$$

实际方程

$$y_{31}^* = F_{31}^*(c_3, u_3^*) = 0.8c_{31} + 2.5c_{32} - 4.2u_{31}^*$$

性能指标

$$Q_3(c_3, u_3) = (c_{31} + 1)^2 + (u_{31} - 1)^2 + 2.5c_{32}^2$$

过程约束

$$CUY_3 \triangleq \{(c_3, u_3) \mid -c_{31} - u_{31} - 0.5 \leq 0 \quad 0 \quad 0 \quad c_{32} \leq 1\}$$

式中含有 \* 号的变量表示实际过程量, 可以看出模型-实际有差异, 系统如图 2 所示。

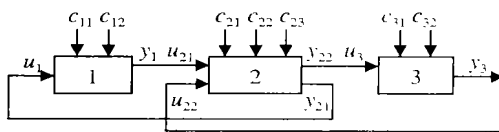


图 2 系统图

关联耦合方程为

$$\begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{22} \\ u_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{21} \\ y_{22} \\ y_{31} \end{bmatrix}$$

开环条件下的仿真结果比较如表 1 所示。

表 1 3种关联平衡法结果比较

方法	模型目标函数	实际目标函数	迭代次数	收敛标准	约束条件
精确系数	6.100 8	6.290 1	83	$5 \times 10^{-5}$	违反 CU <sub>2</sub>
模糊模型* ( $\alpha = 1$ )	6.112 1	6.229 0	70	$5 \times 10^{-5}$	违反 CU <sub>2</sub>
模糊约束** ( $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 0.9$ )	6.107 2	6.223 3	68	$5 \times 10^{-5}$	违反 CU <sub>2</sub>

\* 子过程模型是模糊的方法, 不等式约束是精确的方法; \*\* 本文提出的将模型和不等式约束作为模糊约束处理的方法。

由表 1 可看出, 开环情况下, 具有模糊约束的关联平衡法比精确系数的关联平衡法得到的目标函数有较大幅度的降低, 也比模糊模型的关联平衡法小。表 1 约束条件是指将基于模型的解加到实际过程后得到的, 因此会发生违反实际约束的情况。

例 1 取  $d = 0.001$  ( $d$  的意义见图 1) 说明对不等式约束的模糊是很小的, 当然可以取更小的  $\alpha$  或更大的  $d$ , 但结果将造成实际约束条件的严重破坏。

### 3 具有模糊约束和全局反馈的稳态大工业过程的关联平衡法

#### 3.1 算法描述

为利用实际过程信息使目标函数有所改善, 将实际过程的关联输出反馈至协调器, 从而得到全局反馈下的有模糊约束的关联平衡法。其子过程决策单元的任务与开环时式 (8) 描述的相同, 而协调器的任务是

$$(CP) \begin{cases} \text{找到一组协调变量 } \hat{\lambda} = \\ (\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_n), \text{ 使得} \\ u(\hat{\lambda}) = u^*(\hat{\lambda}) = HK^*(\hat{c}(\hat{\lambda})) \end{cases} \quad (11)$$

其中  $K^*(\hat{c}(\hat{\lambda}))$  为控制量加到实际过程后得到的实际过程输出值。协调单元解法与开环时类似, 只需将迭代  $\lambda$  时用到的关联输出  $y$  以实际过程量  $K^*(\hat{c}(\hat{\lambda}))$  代替即可。

#### 3.2 仿真研究

同样, 利用第 2 节的例 1 进行仿真研究, 结果如表 2 所示。通过对比表 2 第 1 列和第 3 列数据, 可以看出, 在全局反馈的情形下, 由模糊约束的关联平衡法得到的目标函数比精确系数方法和模糊模型方法得到的目标函数好, 已非常接近实际过程的真实最优解, 所需的迭代次数比精确系数方法少, 与模糊模型方法相当。这说明在全局反馈的情形下, 本文模糊约束的关联平衡法是非常有效的。

表 2 全局反馈的 3 种关联平衡法仿真结果比较

实际过程 真实最优解	方法	实际过程 目标函数值	迭代 次数	收敛 标准
6.326 5	精确系数	6.335 6	48	$5 \times 10^{-5}$
	模糊模型* ( $\alpha = 1$ )	6.335 1	24	$5 \times 10^{-5}$
	模糊约束** ( $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 0.9$ )	6.329 7	24	$5 \times 10^{-5}$

\* 和 \*\* 的说明与表 1 相同。

## 4 结 论

考虑到模型-实际差异以及实际约束条件的可伸缩性, 本文提出了具有模糊约束的稳态大工业过程关联平衡法。首先对关联平衡法中的约束条件进行模糊化处理, 然后利用满足度函数将模糊后的约束条件去模糊, 得到新的算法。从仿真例子可以看出, 由开环的模糊约束关联平衡算法得到的解已接近实际过程的最优解, 这样便可避免使用闭环算法, 减少对实际过程的扰动。这种模糊约束的思想也可用于稳态大工业过程的另外两种递阶算法——关联预测法和混合协调法。

#### 参考文献:

- [1] Findeisen W, Bailey F, Brdys M *et al.* Control and coordination in hierarchical systems[M]. London: John Wiley and Sons, 1980.
- [2] 顾佳晨, 万百五. 具有模糊参数的大工业过程的关联预测法[J]. 控制与决策, 2001, 16(1): 58-61.
- [3] 万百五, 黄正良. 大工业过程计算机在线稳态优化控制[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [4] 王光远, 王文泉. 具有广义模糊约束的数学规划[J]. 模糊数学, 1986, 6(1): 1-8.
- [5] Sakawa M, Yano H. An interactive fuzzy satisficing method for multiobjective nonlinear programming problems with fuzzy parameters[J]. Fuzzy Sets and Syst, 1989, 30(3): 221-238.