

文章编号: 1001-0920(2001)0S-0673-04

混沌 Colpitts 振荡器系统的控制及仿真

温香彩

(国家环保总局 信息中心, 北京 100029)

摘要: 利用微分几何和非线性系统控制理论, 研究由控制输入驱动的混沌 Colpitts 振荡器系统的控制问题。根据 Colpitts 振荡器自身特性, 并通过反馈线性化, 为 Colpitts 振荡器设计混沌控制器。该控制器在闭环系统稳定且在参数值的理想值周围无混沌出现的意义下是鲁棒的。仿真结果验证了所得结论的正确性。

关键词: Colpitts 振荡器; 控制; 鲁棒; 混沌

中图分类号: TP 27 **文献标识码:** A

Control and Simulation of Chaotic Colpitts Oscillator Systems

WEN Xiang-cai

(Environmental Information Center, SEPA, Beijing 100029, China)

Abstract: Chaotic Colpitts oscillator systems are studied by using the theories of differential geometry and nonlinear control systems. The controller, which is robust in the sense that the closed-loop system is stable and nonchaotic around a nominal set of parameter values, is designed based on the characteristic of the system self and feedback linearization. The simulation shows the validity of the given result.

Key words: Colpitts oscillator; control; robust; chaos

1 引言

众所周知, Colpitts 振荡器在实际高频压控振荡器中具有重要的作用。它与 Chua 电路有某些相似性, 例如无源网络相同, 而非线性装置不同。Chua 电路的非线性装置由一个两终端电导组成, 电流为自身电压的函数; 而 Colpitts 振荡器的非线性装置则由一个 3 终端非线性元件组成, 相对应的电流由第 2 个电容器的电压确定。Colpitts 振荡器的动态性是非常复杂的, 具有混沌行为。

本文借助于微分几何理论, 研究了 Colpitts 振

荡器系统的混沌控制问题。首先将一非线性系统转化为等价的线性系统(反馈线性化), 然后设计反馈控制律, 消除混沌行为。主要结果为 Colpitts 振荡器反馈等价于一能控线性系统, 因此它是能稳的, 可设计镇定控制器, 也可改进控制律使得闭环系统具有良好的控制性能, 对初始条件和振荡器参数具有弱敏感性。

2 Colpitts 振荡器模型及稳定性分析

Colpitts 振荡器系统简化模型如图 1 所示。电路

收稿日期: 2001-04-05; 修回日期: 2001-04-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(69874010)

作者简介: 温香彩(1964—), 女, 河南濮阳人, 教授, 博士, 从事广义系统的变结构控制、非线性系统的分支与混沌控制等研究。

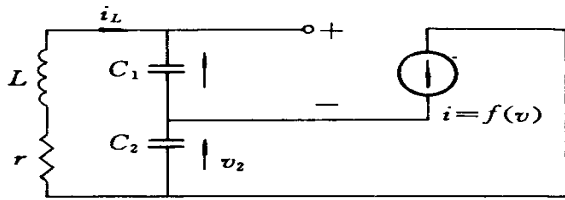


图1 Colpitts 振荡器模型图

方程组为

$$\begin{cases} c_1 \dot{v} - i_L = 0 \\ r i_L + L \dot{i}_L + v + v_2 = 0 \\ -i_L + c_2 \dot{v}_2 - f(v) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中,非线性项 $f(v) = av + a_3 v^3$, v 为 c_1 的瞬时电压, v_2 为 c_2 的瞬时电压, i_L 为电感器 L 的瞬时电流, c_1 和 L 对应于变容二极管和电子可调电感器, a_1 和 a_3 为有源器件的跨导。

本文假定系统的参数皆为常数,即 $\dot{c}_1 = 0, \dot{c}_2 = 0, \dot{L} = 0$ 。首先将系统(1)化为无量纲系统。令 $x_1 = v, x_2 = i_L, x_3 = v_2, \alpha = 1/c_1, \beta = 1/c_2, \omega = 1/L$, 则有

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha x_2 \\ \dot{x}_2 = -\sigma(x_1 + x_3 + r x_2) \\ \dot{x}_3 = \beta(x_2 + a_1 x_1 + a_3 x_1^3) \end{cases} \quad (2)$$

当 $a_1 a_3 < 0$ 时,系统(2)有3个平衡点

$$\begin{aligned} x_{e1} &= (0, 0, 0) \\ x_{e2} &= \left(\frac{-a_1/a_3, 0, -a_1/a_3}{-a_1/a_3, 0, -a_1/a_3} \right) \\ x_{e3} &= \left(\frac{-a_1/a_3, 0, -a_1/a_3}{-a_1/a_3, 0, -a_1/a_3} \right) \end{aligned}$$

由文献[1]知,在某些条件下,非线性系统平衡点的局部稳定性可由其线性近似来确定。特别地,一非线性系统有一个局部渐近稳定平衡点,如果关于此点的线性近似是严格稳定的,且线性化至少有一个特征值具有正实部,则该系统是局部不稳定的。

下面利用此方法讨论系统(2)的3个平衡点的稳定情况。对于平衡点 x_{e1} , 线性近似系统的 Jaccobi 矩阵为

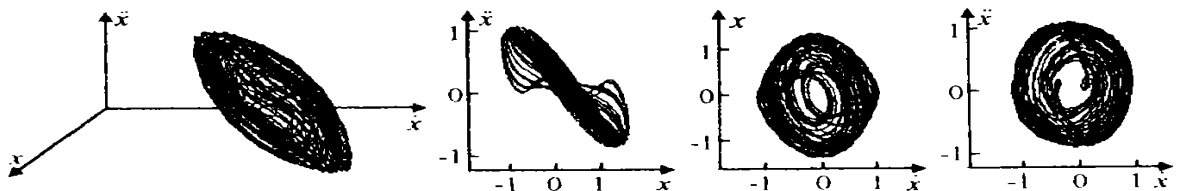


图2 Colpitts 振荡器系统相图

$$J(0, 0, 0) = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 \\ -\sigma & -\sigma r & -\sigma \\ \beta a_1 & \beta & 0 \end{bmatrix}$$

特征多项式为

$$\lambda^3 + r\sigma\lambda^2 + (\beta + \alpha)\sigma\lambda + \alpha\beta a_1 = 0$$

当 $0 < a_1 < \frac{(\beta + \alpha)r\sigma}{\alpha\beta}$ 时,所有特征值皆具有负实部,故平衡点 x_{e1} 局部稳定。对于平衡点 x_{e2} , 利用同样方法可知,当 $a_1 > 0$ 时至少有一个特征值具有正实部,故平衡点不稳定。对于平衡点 x_{e3} 具有相同的结果。

取不同的参数值,Colpitts 振荡器可展示复杂的动态行为。例如,取

$$\begin{cases} \alpha = 2.4, & \beta = 2.2, & \sigma = 1 \\ r = 0.252, & a_1 = 1, & a_3 = -0.2 \end{cases} \quad (3)$$

则出现混沌行为(见图2)。从图2可知,系统具有双细胞吸引子,存在核心、极限环和异宿区。

下面为系统(2)引入一控制输入,以消除混沌行为。假设在第2个方程上加一控制输入 u , 则系统(2)化为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha x_2 \\ \dot{x}_2 = -\sigma(x_1 + x_3 + r x_2) + u \\ \dot{x}_3 = \beta(x_2 + a_1 x_1 + a_3 x_1^3) \end{cases} \quad (4)$$

控制输入的存在允许应用控制信号改进系统性能。第3节将分析系统(4)的反馈线性等价性,讨论输入状态线性化,并设计控制律将系统调节到某平衡点。

对如下系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad y = h(x) \quad (5)$$

其中, $x \in R^n, f$ 和 g 为 R^n 上的光滑向量场, $h: R^n \rightarrow R$ 为一实光滑函数, $x, u \in R^n$ 和 $y \in R$ 分别为系统的状态,输入和输出。

引理 1^[2] 存在一函数 $\lambda: \Lambda(x_0) \rightarrow R$ 使系统(5)可输入状态线性化的充要条件为:1) 矩阵 $S_{\text{ind}}(x_0) = [ad_0^0 g(x_0) \quad ad_1^1 g(x_0) \quad \dots \quad ad_{n-1}^{n-1} g(x_0)]$ 有秩 n ; 2) 矩阵 $S_{\text{inv}}(x_0) = \text{span}\{ad_i^i g(x_0), i = 0, 1,$

..., $n-2$ 在 $\Lambda(x_0)$ 中对合。其中 $\text{ad}_f^j g(x_0)$ 为

$$\text{ad}_f^0 g(x_0) = g(x_0)$$

$$\text{ad}_f^1 g(x_0) = [f, g](x_0) = \left[\frac{\partial f}{\partial x} g - \frac{\partial g}{\partial x} f \right](x_0)$$

$$\text{ad}_f^j g(x_0) = [f, \text{ad}_f^{j-1} g](x_0)$$

定义 1^[3] 具有输出 y 的系统 (5) 在点 $x_0 \in R^n$ 具有关系度 r , 如果下列条件成立:

$$1) L_g L_f^k h(x) = 0, \forall x \in \Omega(x_0), \forall k \in \{0, 1,$$

..., $r-2$ };

$$2) L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0.$$

其中 $\Omega(x_0)$ 为包含 x_0 的一个开集, $L_f h(x) =$

$\frac{\partial h}{\partial x}(x) f(x)$ 为标量函数 $h(x)$ 关于向量场的 Lie 导

数, $L_f^k h(x) = \frac{\partial L_f^{k-1} h(x)}{\partial x} f(x)$, $L_f^0 h(x) = h(x)$ 。

引理 2^[3] 系统 (5) 在一包含 x_0 的开集 $\Lambda(x_0)$ 中可输入状态线性化的充要条件为: 存在一函数 $\lambda: \Lambda(x_0) \rightarrow R$ 使系统 (5) 在点 $x_0 \in R^n$ 处具有输出 $y = h(x) = \lambda(x)$ 时关系度为 n_0 。

3 Colpitts 振荡器系统的控制设计

定理 1 受控 Colpitts 振荡器系统在点 $x_0 \in L = \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3 | a_1 + 3a_3 x_1^2 = 0\}$ 处可输入状态线性化。

证明 由受控 Colpitts 振荡器系统 (4), 有

$$f(x) = \begin{bmatrix} \alpha x_2 \\ -\sigma(x_1 + x_3 + rx_2) \\ \beta(x_2 + a_1 x_1 + a_3 x_1^3) \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{ad}_f^1 g(x_0) = [f, g](x_0) = \left[\frac{\partial f}{\partial x} g - \frac{\partial g}{\partial x} f \right] x_0 =$$

$$- \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 \\ -\sigma & -\sigma r & -\sigma \\ \beta(a_1 + 3a_3 x_1^2) & \beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ -\sigma r \\ \beta \end{bmatrix}$$

$$\text{ad}_f^2 g(x_0) = [f, \text{ad}_f^1 g](x_0) =$$

$$\begin{bmatrix} -\alpha r \sigma \\ -\alpha \sigma + \sigma^2 r^2 - \sigma \beta \\ -\sigma r \beta + \alpha \beta(a_1 + 3a_3 x_1^2) \end{bmatrix}$$

$$S_{\text{inv}}(x) = \{g, \text{ad}_f^1 g\}(x) = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -\alpha \\ \sigma r \\ -\beta \end{bmatrix} \right\}$$

$$S_{\text{ind}}(x) = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha & -\alpha r \sigma \\ 1 & \sigma r & -\alpha \sigma + \sigma^2 r^2 - \sigma \beta \\ 0 & \beta & -\sigma r \beta + \alpha \beta(a_1 + 3a_3 x_1^2) \end{bmatrix}$$

因为 $[g, \text{ad}_f^1 g] = 0$, 故 S_{inv} 是对合的。又 $\det(S_{\text{ind}}) = \alpha^2 \beta(a_1 + 3a_3 x_1^2)$, 则当 $x \in L$ 时, S_{ind} 非奇异。由引理 1 即得定理 1 的结论。

注 1 可将 L 看成 R^3 空间的 3 个开集的并, 即

$$L = L_1 \cup L_2 \cup L_3$$

$$L_1 = \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3 | -\frac{a_1}{3a_3} < x_1 < \frac{a_1}{3a_3}\}$$

$$L_2 = \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3 | x_1 > \frac{a_1}{3a_3}\}$$

$$L_3 = \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3 | x_1 < -\frac{a_1}{3a_3}\}$$

定理 1 的结果虽然是局部性的, 但它使系统精确线性化的坐标变换和反馈控制律在 3 个子空间的任一空间皆有效, 这是本文方法与经典线性近似方法——截短系统方程在平衡点的 Taylor 级数的重要差别, 后者仅在平衡点的小邻域内有效。

由引理 2 和定理 1 知, 存在关系度为 n 的函数 $\lambda(x)$ 。由定义 1, $\lambda(x)$ 必须满足下列条件

$$\begin{cases} L_g \lambda(x) = L_g L_f \lambda(x) = 0 \\ L_g L_f^2 \lambda(x) \neq 0 \end{cases} \quad (6)$$

而 $L_g \lambda(x) = \frac{\partial \lambda}{\partial x} g = \frac{\partial \lambda}{\partial x_2}$, 故 $\lambda(x) = \lambda(x_1, x_3)$ 。由

$$L_f \lambda(x) = \frac{\partial \lambda}{\partial x_1} \alpha x_2 + \frac{\partial \lambda}{\partial x_3} \beta(x_2 + a_1 x_1 + a_3 x_1^3) \text{ 和}$$

$$L_g L_f \lambda(x) = 0 \text{ 得 } \frac{\partial \lambda}{\partial x_1} \alpha + \frac{\partial \lambda}{\partial x_3} \beta = 0. \text{ 满足方程组 (6) 的}$$

$\lambda(x)$ 可取为 $\lambda(x) = \beta x_1 - \alpha x_3 + c$, 其中 c 为一常数, 使得 $\lambda(x_e) = 0$, x_e 为平衡点。此时 $L_g L_f^2 \lambda(x) = -\alpha^2 \beta(a_1 + 3a_3 x_1^2) \neq 0$ 。利用此函数, 定义坐标变换

$$z = (z_1 \ z_2 \ z_3) = \Phi(x) =$$

$$\begin{pmatrix} \Phi_1(x) & \Phi_2(x) & \Phi_3(x) \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \lambda(x) & L_f \lambda(x) & L_f^2 \lambda(x) \end{pmatrix}$$

$$\Phi_1(x) = \beta x_1 - \alpha x_3 + c$$

$$\Phi_2(x) = -\alpha \beta(a_1 x_1 + a_3 x_1^3)$$

$$\Phi_3(x) = -\alpha^2 \beta x_2(a_1 + 3a_3 x_1^2)$$

映射 $\Phi(x)$ 的 Jacobi 矩阵为

$$J_\Phi =$$

$$\begin{bmatrix} \beta & 0 & -\alpha \\ -\alpha \beta(a_1 + 3a_3 x_1^2) & 0 & 0 \\ -6\alpha^2 \beta a_3 x_2 x_1 & -\alpha^2 \beta(a_1 + 3a_3 x_1^2) & 0 \end{bmatrix}$$

$\det(J_\Phi) = -\alpha^4 \beta^2(a_1 + 3a_3 x_1^2)^2 \neq 0$, 故逆函数存在。

在新坐标系 z 下, Colpitts 振荡器可化为标准形

$$\dot{z}_3 = b(x) + a(x)u$$

$$a(x) = -\alpha^2 \sigma \beta (a_1 + 3a_3 x_1^2)$$

$$b(x) = -6\alpha^3 a_3 \beta x_1 x_2^2 + \alpha^2 \sigma \beta (a_1 + 3a_3 x_1^2)(x_1 + r x_2 + x_3)$$

设计控制

$$u(x) = \frac{w - b(x)}{a(x)} =$$

$$\frac{-6\alpha a_3 x_1 x_2^2}{a_1 + 3a_3 x_1^2} + \sigma(x_1 + x_3 + r x_2) -$$

$$\frac{w}{\alpha^2 \beta (a_1 + 3a_3 x_1^2)}$$

则可得线性系统

$$\dot{z}_1 = z_2, \quad \dot{z}_2 = z_3, \quad \dot{z}_3 = w, \quad y = z_1$$

设计新的输入 $w = -\mu_1 z_1 - \mu_2 z_2 - \mu_3 z_3 + \text{ref}$, 其中系数 μ_1, μ_2 和 μ_3 使多项式 $p^3 + \mu_3 p^2 + \mu_2 p + \mu_1$ 为 Hurwith 多项式, ref 为 z_1 的参考值。若要求系统在平衡点 x_e , 则 $\text{ref} = 0$ 。

定理 2 对 Colpitts 振荡器系统, 存在控制 u 使系统的闭环系统在平衡点稳定(即无混沌行为)。其中 u 为

$$u(x) = -\frac{6\alpha a_3 x_1 x_2^2}{a_1 + 3a_3 x_1^2} + \sigma(x_1 + x_3 + r x_2) + \frac{\mu_1(\beta x_1 - \alpha x_3)}{\alpha^2 \beta (a_1 + 3a_3 x_1^2)} - \frac{\mu_2 x_1 + \mu_3 \alpha x_2}{\alpha}$$

式中 μ_1 和 μ_2 使多项式 $p^2 + \mu_2 p + \mu_1$ 为 Hurwith 多项式。(证明略)

4 仿真结果

系统参数仍取式(4), 参数 c 使 $\lambda(x_{e2}) = \lambda(x_{e3}) = 0$ (即 z 坐标系的原点对应 x 坐标系的平衡点 x_e), μ_1, μ_2 和 μ_3 分别取 $\mu_1 = 8, \mu_2 = 12, \mu_3 = 6$, 则系统(4)的极点为 -2 , 反馈系统不再显示混沌行为, 到达的平衡点依赖于初始条件。若 $x(0) \in L_1$, 则受控 Colpitts 振荡器收敛于原点; 若 $x(0) \in L_3$, 则受控 Colpitts 振荡器收敛于 x_{e3} ; 若 $x(0) \in L_2$, 则受控 Colpitts 振荡器收敛于 x_{e1} 。以 $x(0) = (2 \ 0 \ 1)$ 为例, 此时 $x(0) \in L_2$, 仿真结果如图 3 所示。

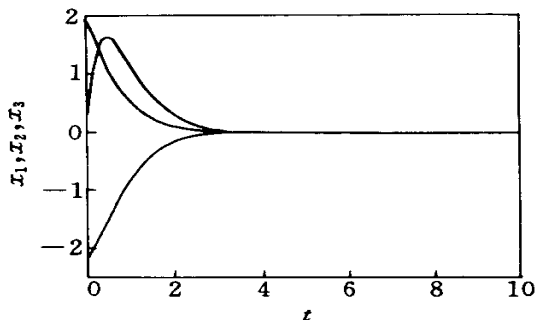


图 3 闭环 Colpitts 振荡器系统仿真结果

5 结 语

本文利用非线性控制系统的几何控制理论分析了开环混沌 Colpitts 振荡器的控制问题。结果表明, 在非线性和混沌电路中众所周知的系统反馈等价于一个能控线性系统。本文方法适用于高维情况, 虽然所给出的结果是局部性的, 但在状态空间的很大区域内皆有效。

参考文献:

- [1] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. Macmillan: Publishing Company, 1992.
- [2] Hunt L R, Su R, Meyer G. Global transformations of nonlinear systems[J]. New York: IEEE Trans on AC, 1983, 28(1): 24-31.
- [3] Isidori A. Nonlinear control systems: An introduction [M]. New York: Springer-Verlag, 1989.
- [4] Ott E, Grebogi Z, Yorke J A. Controlling chaos[J]. Phys Rev Lett, 1990, 64(12): 1196-1199.
- [5] Galias Z. New method for stabilization of unstable periodic orbits in chaotic systems[J]. Int J Bifurcation and Chaos, 1995, 5(1): 281-295.
- [6] Chen G, Dong X. On feedback control of chaotic dynamic systems[J]. Int J Bifurcation and Chaos, 1992, 2(2): 407-411.
- [7] Chen G. Optimal control of chaotic systems[J]. Int J Bifurcation and Chaos, 1994, 4(2): 461-463.
- [8] Sarafian G, Kaplan B Z. Is the Colpitts oscillator a relative of Chua's circuit[J]. IEEE Trans on CAS-I, 1995, 42(6): 373-376.