

文章编号: 1001-0920(2002)01-0045-04

基于分片线性化方法的非线性系统 多模型自适应控制

李晓理, 王书宁

(清华大学自动化系, 北京 100084)

摘要: 基于分片线性化方法辨识一类非线性系统, 给出了非线性系统的多线性模型表示。基于线性模型建立多个控制器, 基于最大最小指标切换函数构成多模型自适应控制器。给出了非线性系统多模型自适应控制算法的优化模型集建立方法, 解决了多模型自适应控制模型多、计算量大的问题。仿真结果证明了算法的有效性。

关键词: 分片线性; 非线性系统; 多模型

中图分类号: TP 11

文献标识码: A

Nonlinear system multiple model adaptive control based on piecewise linearization method

LI Xiao-li, WANG Shu-ning

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Piecewise linearization (PWL) method is used to identify nonlinear systems, nonlinear systems are approximated by multiple linear models. Multiple controllers are set up according to multiple linear models, then a multiple model adaptive controller is formed by using a minmax index function. By using PWL method an optimal model set of nonlinear system multiple model adaptive control algorithm is given, which reduces the heavy computation burden in multiple model adaptive control. Simulations show the effectiveness of this method.

Key words: piecewise linearization; nonlinear system; multiple model

1 引言

多模型自适应控制于 20 世纪 70 年代初被提出, 用于解决不确定系统的控制问题。根据被控对象的不确定范围, 对被控对象建立多个模型, 以覆盖被控对象的不确定性, 进而基于多个模型建立多个控制器, 构成多模型控制器。从早期的以线性加权形式

构成多模型控制器到后来的基于切换函数的多模型控制器, 多模型自适应控制在机器人、飞行器、化工、医疗等行业取得了许多实际应用成果^[1], 并在理论上对线性系统取得了许多稳定性和收敛性的结果。非线性系统的多模型自适应控制在近 10 年来受到普遍重视, 获得了很快的发展。多线性模型^[2]、多神经元网络模型^[3]、多Laguarre模型构成的非线性系

收稿日期: 2000-10-17; 修回日期: 2001-04-10

基金项目: 国家自然科学基金项目(69974023, 69934010); 清华大学信息学院基础创新研究基金项目

作者简介: 李晓理(1971—), 男, 辽宁沈阳人, 博士后, 从事多模型自适应控制、广义预测控制等研究; 王书宁(1956—), 男,

安徽安庆人, 教授, 博士生导师, 博士, 从事复杂系统建模、非线性辨识等研究。

多模型自适应控制器^[4]也相继提出。

多模型自适应控制存在模型多且计算量大,模型太少又不能保证计算精度的问题。对于线性系统,文献[5]采用“局部化”技术有效地解决了这一问题。对于非线性系统,这一问题依然存在,且更难解决,因为很难确定用多少个模型逼近非线性模型最好。

本文基于分片线性辨识方法辨识非线性系统,并以最少数量线性模型逼近非线性被控对象,给出了最优模型集的建立方法。分片线性辨识属于“黑箱”辨识方法,对被控对象只需很少的先验知识。它为了解非线性系统的多模型控制提供了一种有效的方法。本文基于一个非线性离散时间被控对象给出了仿真结果,以验证算法的有效性。

2 分片线性辨识算法

考虑由如下输入输出模型描述的非线性离散时间被控对象

$$y(t) = f(y(t-1), \dots, y(t-m), u(t-1), \dots, u(t-n)) \quad (1)$$

其中, $u(t)$ 和 $y(t)$ 分别为被控对象输入和输出, $f(\cdot)$ 为输入输出的非线性函数。

当控制输入在一定范围内变化,即 $|u(t)| \leq b$, $b \in R^+$ 时,利用分片线性方法辨识非线性被控对象,利用多个线性模型逼近非线性被控对象,并基于线性模型设计多模型自适应控制器,使得非线性被控对象的输出渐近跟踪输出设定值。

非线性系统的分片线性辨识方法,主要是采用多个线性函数的非线性组合在不同有效区域逼近非线性函数。令 $Z^L = \{1, 2, \dots, L\}$, L 为任意的正整数, S^L 为所有 Z^L 的子集构成的合集,即

$$\begin{cases} S^L = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \dots, \{1, 2, 3\}, \dots\} \\ h_i(\Phi_t, \theta) = [\Phi_t^T, 1]\theta, \quad i = 1, 2, \dots, L \end{cases} \quad (2)$$

为一系列线性函数,其中

$$\begin{cases} \Phi_t = [y(t-1), \dots, y(t-m), u(t-1), \dots, u(t-n)]^T \\ \theta = [a_{i,1}, \dots, a_{i,m}, b_{i,1}, \dots, b_{i,n}, c_i]^T \end{cases} \quad (3)$$

给定

$$\Theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_L] \in R^{(m+n+1) \times L}, \quad S \in S^L$$

则有线性函数 $h_i(\Phi_t, \theta_i)$ ($i = 1, 2, \dots, L$) 的非线性组合

$$\mathcal{Q}(\Phi_t) | \Theta, S = \min_{s \in S} \max_{j \in S} h_j(\Phi_t, \theta_j) \quad (4)$$

对于非线性函数(1),对任意 $\Phi_t \in R^{m+n+1}$,由文献

[6]知,存在 $\Theta \in R^{(m+n+1) \times L}, S \in S^L$, 满足

$$y(t) = f(\Phi_t) = \mathcal{Q}(\Phi_t) | \Theta, S \quad (5)$$

则求解非线性被控对象的分片线性辨识问题可归结为基于参数 Θ 和 S

$$\min_{\Theta \in R^{(m+n+1) \times L}, S \in S^L} F(\Theta, S) \quad (6)$$

的优化问题,其中

$$F(\Theta, S) = \max_{t \in Z^N} |y(t) - \mathcal{Q}(\Phi_t) | \Theta, S| \quad (7)$$

已有成熟的方法解决上述参数优化问题^[7],这里不再给出其具体的求解步骤。最终求解优化问题,求得最优解 Θ 和 S ,非线性被控对象(1)的分片线性逼近可表示为

$$\begin{cases} \hat{y}(t) = \min_{s \in S} \max_{j \in S} h_j(\Phi_t, \theta_j) \\ S \in S^L, \quad \Theta \in R^{(m+n+1) \times L} \end{cases} \quad (8)$$

3 非线性系统多模型自适应控制器设计

非线性被控对象已由分片线性方法逼近,下面基于线性模型对非线性被控对象在不同区域建立控制器。由式(2), (3)得到被控对象(1)的多个线性逼近模型为

$$y(t) = a_{i,1}y(t-1) + \dots + a_{i,m}y(t-m) + b_{i,1}u(t-1) + \dots + b_{i,n}u(t-n) + c_i \quad (9)$$

令

$$\begin{cases} A_i(q^{-1}) = 1 + a_{i,1}q^{-1} + \dots + a_{i,m}q^{-m} \\ B_i(q^{-1}) = b_{i,1} + b_{i,2}q^{-1} + \dots + b_{i,n}q^{-n+1} \end{cases} \quad (10)$$

其中 q^{-1} 为后移算子,满足 $q^{-1}x(t) = x(t-1)$ 。则有如下多个线性模型

$$A_i(q^{-1})y(t) = B_i(q^{-1})u(t-1) + c_i \quad (11)$$

非线性系统的分片线性辨识是在非线性被控对象的输入输出在一定范围变化的前提下进行的,因此在建立多模型控制器之前需对各线性模型做如下假设和变换。

假设 1 模型(11)满足 $A_i(q^{-1})$ 稳定,即 $A_i(q^{-1}) \neq 0, |q| < 1, i = 1, 2, \dots, L$ 令 $\Delta = 1 - q^{-1}$, 式(11)两边乘以 Δ , 有

$$\Delta A_i(q^{-1})y(t) = B_i(q^{-1})\Delta u(t-1) \quad (12)$$

考虑到被控对象输入在一定范围内变化,为使被控

对象输出不致有大的跳跃和模型切换不致过于频繁, 采用输入受限控制算法设计控制器^[8], 以改善控制品质。即考虑如下形式的被控对象

$$\Delta^k A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})\Delta u(t-1) \quad (13)$$

$$k = 1, 2, \dots$$

则有如下输入受限控制器

$$\Delta u(t) = -\sigma_{k-1}(\Delta^{k-1}x(t) + \sigma_{k-2}(\Delta^{k-2}x(t) + \dots + \sigma_0(x(t) - k_r r(t)) \dots) \quad (14)$$

其中

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_mq^{-m}$$

$$A(q^{-1}) = 0, \quad |q| = 1$$

$$B(q^{-1}) = b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_nq^{-n+1}$$

$$x(t) = P(q^{-1})A(q^{-1})y(t) + Q(q^{-1})u(t-1)$$

$$P(q^{-1})B(q^{-1}) + \Delta^k Q(q^{-1}) = 1, \quad k_r = \frac{A(1)}{B(1)}$$

$r(t)$ 为输出设定值, $\sigma_i(\cdot)$ 为满足正整数 L_i 和 M_i 的线性饱和函数, 即

$$s\sigma_i(s) > 0, \quad s = 0$$

$$\sigma_i(s) = s, \quad |s| \leq L_i$$

$$|\sigma_i(s)| = M_i, \quad |s| > L_i$$

且有

$$L_i \leq M_i, \quad i = 0, 1, \dots, k-1$$

$$M_i < \frac{1}{2}L_{i+1}, \quad i = 0, 1, \dots, k-2$$

为提高多模型控制算法的计算速度, 当模型发生切换, 某一新的线性模型有效时, 在此线性模型有效区域求解一次有约束的线性规划问题, 使被控对象输出在当前线性模型有效范围内接近输出设定值。例如由如下 4 片线性模型分片描述的非线性被控对象

$$y(t) = f(t) = \min(g_1(t), g_2(t))$$

$$g_1(t) = \max(h_1(t), h_2(t))$$

$$g_2(t) = \max(h_3(t), h_4(t))$$

$$h_i(t) = \Phi^i(t)\theta_i, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

假设当前时刻第 1 片线性模型有效, 即

$$g_1(t) = h_1(t), \quad g_2(t) = h_3(t)$$

$$g_1(t) = \min(g_1(t), g_2(t))$$

为保证被控对象输出在当前第 1 片模型有效范围内最快接近输出设定值, 解如下优化问题

$$\min_{u(t)} |h_1(t+1) - r(t+1)| \quad (15)$$

求解满足如下约束的 $u(t)$

$$\Omega = \{u(t) \mid |u(t)| \leq b, h_1(t+1) \leq h_2(t+1), h_3(t+1) \leq h_4(t+1)\}$$

$$h_1(t+1) \leq h_3(t+1)$$

综上可得基于分片线性方法的非线性系统的多模型自适应控制器如下:

在每一采样时刻 t 求解当前有效线性模型 i , 满足

$$h_i(t) = \min_{s, S} \max_{j, J} h_j(\Phi^i(t), \theta_j) \quad (16)$$

$$i, j \in \{1, 2, \dots, L\}$$

并设当前线性模型有效区域为 $R(t)$:

1) $R(t) = R(t-1)$, 如式(15) 解优化问题, 在当前第 i 片线性模型有效范围内求解最优控制输入, 若优化问题有解, 则将解得的控制量作为当前控制量; 若无可行解, 则转 2)。

2) $R(t) = R(t-1)$ 或 $R(t) \neq R(t-1)$ 时优化问题无可行解, 如式(12) ~ (14) 求解控制输入量 $\Delta u(t)$, 则令 $u(t) = u(t-1) + \Delta u(t)$, 将 $u(t)$ 作为当前控制量。

4 仿真实例

考虑文献[9] 的非线性被控对象

$$y(t) = f(y(t-1), u(t-1)) = 0.5y(t-1) + \sin(y(t-1)) + 0.3u(t-1) + 0.3u(t-1)y(t-1) + 0.5(u(t-1))^2 - 0.5 \quad u(t) \leq 0.5$$

随机产生输入输出数据, 并利用获得的数据进行分片线性辨识, 得到非线性系统分片线性表示如下

$$\hat{y}(t) = \min_i g_i(y(t-1), u(t-1))$$

其中

$$g_1(y(t-1), u(t-1)) = \max\{h_1(y(t-1), u(t-1)), h_2(y(t-1), u(t-1))\}$$

$$g_2(y(t-1), u(t-1)) = \max\{h_2(y(t-1), u(t-1)), h_4(y(t-1), u(t-1))\}$$

$$g_3(y(t-1), u(t-1)) = \max\{h_1(y(t-1), u(t-1)), h_3(y(t-1), u(t-1))\}$$

$$g_4(y(t-1), u(t-1)) = \max\{h_3(y(t-1), u(t-1)), h_4(y(t-1), u(t-1))\}$$

$$h_5(y(t-1), u(t-1))$$

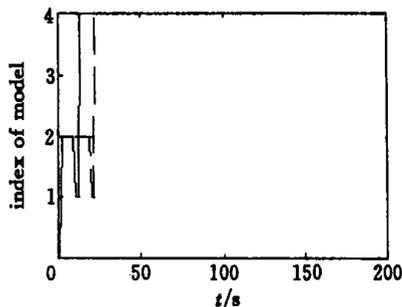
其中

$$\begin{aligned}
 &0.4617y(t-1) + \\
 &1.0787u(t-1) + 1.0212 \\
 &h_2(y(t-1), u(t-1)) = \\
 &0.3416y(t-1) + \\
 &0.5759u(t-1) + 1.2465 \\
 &h_3(y(t-1), u(t-1)) = \\
 &-0.1515y(t-1) + \\
 &0.5494u(t-1) + 2.1450 \\
 &h_4(y(t-1), u(t-1)) = \\
 &0.0205y(t-1) + \\
 &1.2378u(t-1) + 1.8200 \\
 &h_5(y(t-1), u(t-1)) = \\
 &-0.1098y(t-1) + \\
 &0.8481u(t-1) + 2.1432
 \end{aligned}$$

设计输入受限控制器, σ_0 满足 $M_0 = 0.01$, $L_0 = 0.01$, 输出设定值为

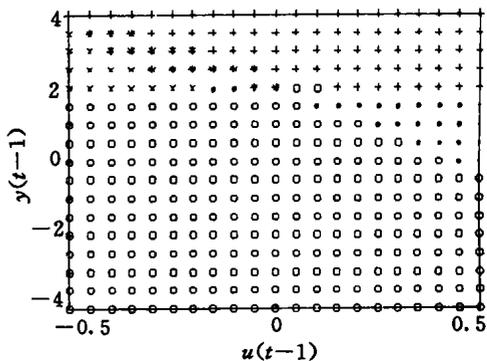
$$\begin{aligned}
 0 \leq t < 50, & \quad r(t) = 2.0 \\
 50 \leq t < 100, & \quad r(t) = 2.2 \\
 100 \leq t < 150, & \quad r(t) = 2.0 \\
 150 \leq t < 200, & \quad r(t) = 2.2
 \end{aligned}$$

在基于分片线性逼近的多模型自适应控制器作用下, 非线性被控对象的输入、输出以及模型切换曲线如图 1 所示。其中实线为优化算法和输入受限



(c) 模型切换曲线

图 1 基于 PWL 方法的非线性系统多模型自适应控制



(• 模型 1, ○ 模型 2, × 模型 3, + 模型 4, * 模型 5)

图 2 不同分片模型的有效区域

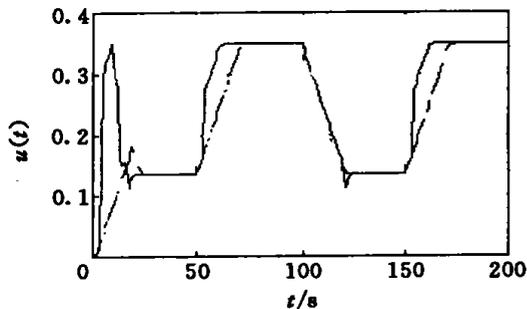
控制相结合的多模型自适应控制器的控制结果, 虚线为仅使用输入受限控制算法构成的多模型自适应控制器的控制结果。不同分片模型对应的有效区域如图 2 所示。

从图 1 可以看出, 加入优化算法后, 被控对象输出虽然有很小的超调, 但大大减少了过渡时间, 同时模型切换能更快地切换到准确的模型上; 从图 1(c) 和图 2 可以看出被控对象输出是如何穿越不同区域达到输出设定值的。

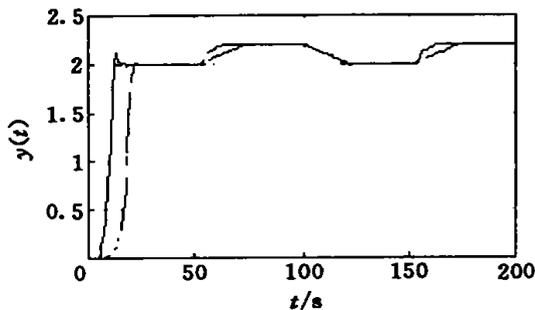
5 结 论

本文提出一种基于分片线性方法的非线性系统多模型自适应控制, 它为建立非线性系统多模型自适应控制的优化模型集提供了一种新的有效方法, 即在有效的逼近精度范围内如何用最少的线性模型建立多模型模型集。本文将优化算法与输入受限的控制器相结合, 提高了模型切换的准确度, 使被控对象输出快速跟踪输出设定值, 减少了过渡时间。

(下转第 52 页)



(a) 被控对象输入



(b) 被控对象输出

为研究噪声的影响作用, 在方程(3)的右边加入噪声(随机变量) $\epsilon\delta$ ($\epsilon\delta_1, \epsilon\delta_2, \epsilon\delta_3$), 随机噪声项 $\epsilon\delta_i$ 之间相互独立, 其各自的数学期望为 0, 方差为 0.5。按上述梯度下降法寻找耦合矩阵 k , 取 $k(0) = [-1, -1, 0]$, $\eta = 0.2, \epsilon = 0.1, \Omega = [-2 \sim 0, -2 \sim 0, 0 \sim 2]$ 。经 10 次迭代后 $k = [-1.73, -0.41, 0.5]$ 。仿真结果如图 4 所示, 图 4(a) 为 $k(0)$ 时的同步误差, 图 4(b) 为迭代后的同步误差。仿真结果表明, 优化后的矩阵 k 使得同步误差明显下降。

5 结 论

本文给出了由 SISO 线性系统经非线性反馈形成混沌系统的必要条件为其线性系统中不可控状态分量是稳定的, 提出了此类混沌系统通过采用单变量信号实现同步的控制策略, 并针对噪声影响给出了最优同步控制算法。本文工作对于混沌设计和混沌同步控制具有一定的指导意义。

参考文献(References):

[1] Tokuda I, Tamura A, Tokunaga R, et al. Learning algorithm for chaotic dynamical systems which solve optimization problems[J]. IEICE Trans, 1998, 81: 377-388.

[2] Ishigame A, Aihara T, Yuasa H. Optimization with constraint using chaos steepest descent method[J]. Trans of the Institute of Syst, Contr & Infor Eng, 1999, 12(2): 316-318.

[3] Thomas L Vincent. Control using chaos[J]. IEEE Trans on Contr Syst, 1997, 17(12): 65-76.

[4] 陈素琴, 袁瑞跃, 童勤业. 多数制式混沌 A/D 变换器研究[J]. 计量学报(Acta Metrologica Sinica), 2000, 21(1): 12-16.

[5] Pecora L M, Carroll L T L. Synchronization in chaotic circuits[J]. Phys Rev Lett, 1990, 64(8): 821-824.

[6] Kocarev L, Parlitoz V. General approach for chaotic synchronization with applications to communication[J]. Phys Rev Lett, 1995, 74(25): 5028-5031.

[7] Liaw Y M, Tung P C. Analysis and observer design in synchronization via a state feedback control method[J]. Phys Rev E, 1997, 56(5): 5265-5271.

[8] Brown R, Rulkov N F. Synchronization of chaotic systems: The effect of additive noise and drift in the dynamics of the driving[J]. Phys Rev E, 1994, 50(6): 4488-4508.

[9] 杨晓松. 一类混沌系统观测器[J]. 物理学报(Acta Physica Sinica), 2000, 49(10): 1919-1921.

(上接第 48 页)

参考文献(References):

[1] 李晓理, 王伟, 孙维. 多模型自适应控制[J]. 控制与决策 (Control and Decision), 2000, 15(4): 390-394.

[2] Hunt K J, Johansen. Design and analysis of gain-scheduled control using local controller network[J]. Int J Control, 1997, 66(5): 619-652.

[3] Zufiria P J, Fraile-Ardanuy F, Riaza R, et al. Neural adaptive control of non-linear plants via a multiple inverse model approach[J]. Int J Adapt Control Signal Process, 1999, 13(4): 219-239.

[4] Smith R M, Johanson T A. Multiple model approaches to modelling and control[M]. London: Taylor & Frances, 1997.

[5] 李晓理, 王伟. 基于局部化技术的多模型自适应控制

[J]. 自动化学报(Acta Automat Sinica), 2000, 26(4): 523-528.

[6] J M Tarela, E Alonso M V. A representation method for PWL functions oriented to parallel processing[J]. Math Comput Modelling, 1990, 13(10): 75-83.

[7] 王书宁. Optimal continuous piecewise-linear approximation[R]. 北京: 清华大学自动化系, 2000.

[8] Zhu K Y, Wang L. Design of stable linear system with input constrain[A]. IFAC 5th Symp on Low Cost Autom[C]. Shenyang, 1998. 11-15.

[9] T Hachino, H Takata. Identification for nonlinear systems by the automatic choosing function and the genetic algorithm[A]. Proc of the 11th IFAC Symp on System Ident[C]. Kitakyushu, 1997. 1: 69-74.