

文章编号: 1001-0920(2002)01-0057-04

# 机器人与环境接触的动力学特性

陈俊杰, 黄惟一, 宋爱国

(东南大学 仪器科学与工程系, 江苏 南京 210096)

**摘要:** 对机器人与环境接触的动力学特性进行分段描述, 对平稳接触时环境的级联等效动力学模型作了进一步研究, 在此基础上描述并分析了系统完整的三维动力学方程及其响应。指出更为符合实际系统的动力学模型, 应考虑控制器的输出偏移、任务结构估值和模型参数解耦误差及外界扰动时变量。

**关键词:** 机器人; 环境; 模型; 动力学特性; 偏移

**中图分类号:** TP 242.6      **文献标识码:** A

## Dynamic character of robot getting in touch with environment

CHEN Jun-jie, HUANG Wei-yi, SONG Aiguo

(Department of Instrument Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** Dynamic character of robot getting in touch with environment is described by dividing into section. The series equivalent dynamic model of the environment in steady contact is further researched. Complete three-dimensional dynamic equations of the system and their responses are analyzed. The deviations of the controller outputs, task frame estimates and decoupled errors of the model parameters, and time-varying values of external disturbance are taken into account to found the dynamic models of the system.

**Key words:** robot; environment; model; dynamic character; deviation

## 1 引言

在力觉临场感遥控作业系统中, 主端操作者通过主机器人能感受到从端机器人与环境交互的力反馈信息, 那么从端机器人与环境必存在接触作用。对于这种接触影响, 如果不能有效地加以控制, 则可能造成整个作业系统工作不稳定, 并降低系统的操作性能, 严重时还会使机械手以及环境造成损坏。因

此, 对从端机器人与环境接触的动力学特性进行分析与研究具有重要的意义。许多临场感技术研究者对此做了不少工作, 并取得了一定的进展<sup>[1~3]</sup>。

以往的研究在建立环境的集中参数模型上过于简略, 而许多实际情况并非如此。为此, 针对上述问题, 充分考虑到由于控制、结构参数估计和环境不确定性及外界扰动等引起的误差, 本文作了更为切合实际的讨论。

收稿日期: 2000-09-14; 修回日期: 2001-06-14

基金项目: 国家自然科学基金项目(69875004); 国家 863 高新技术项目(863-512-9805-09); 教育部博士点基金项目(98028619)

作者简介: 陈俊杰(1958—), 男, 江苏南通人, 副教授, 博士生, 从事测控技术、临场感技术等研究; 黄惟一(1933—), 男, 江苏南京人, 教授, 博士生导师, 从事智能机器人传感器、测试理论及应用研究。

## 2 机器人与环境接触过程描述

操作者操纵主机器人从无负载的自由运动到与环境碰撞接触后平稳的约束运动,其动力学特性在各个阶段表现出不同的情况,这体现在从机器人末端操作器的受力变化上。对于一个典型的任务过程,机器人自由运动到工作对象处,并通过其末端操作器同工作环境保持一定大小的力接触。此时,在三维立体空间的某一方向上,机器人与环境相互作用过程如图 1 所示。从总体上看,图 1 的动力学特性明显地属于非线性时变特性,可模型化为以下 3 个区域作分段描述:

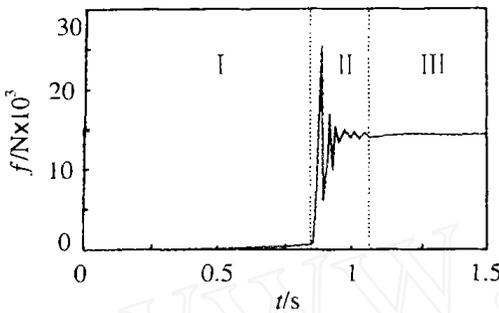
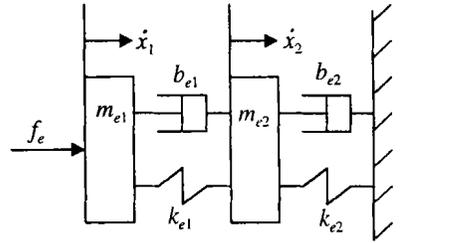


图 1 机器人同环境接触的相互作用力

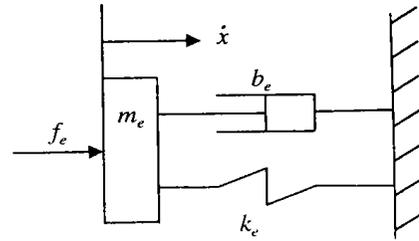
- 1) 机器人未同工作环境相接触的自由运动线性区 I。
- 2) 机器人同工作环境碰撞的非线性过渡区 II。机器人与环境交互时,碰撞是不可避免的。理论和实践证明,这种碰撞在时间上是短暂的,并具有强烈的非线性<sup>[1,2]</sup>,而 Hertz-type 模型则能较好地描述此过程<sup>[3]</sup>。
- 3) 机器人同工作环境平稳接触的近似线性区 III,其中包括机器人与环境耦合后短暂的非线性瞬态。

## 3 平稳接触时环境动力学方程

首先研究文献[4,5]提出的平稳接触时环境的动力学模型。平稳接触时,以往的环境动力学模型将其等效为单一的二阶质量-阻尼-弹簧体,尽管它对某些特定过程的分析比较适用,但却不具有普遍意义。而更为符合实际的环境动力学模型不仅具有刚体的运动动力学特性,而且具有表面形变动力学特性。其一维空间模型如图 2(a) 所示(图中各参数意义参见[4,5]),它为两个二阶质量-阻尼-弹簧体的级联。我们通过文献[4,5]的研究得出结论:环境总的动力学等效阻抗 $Z_e(s)$ 为其表面形变动力学



(a) 级联模型



(b) 等效模型

图 2 环境模型

阻抗  $Z_{e1}(s)$  与刚体运动动力学阻抗  $Z_{e2}(s)$  的并联,即

$$Z_e(s) = Z_{e1}(s) \parallel Z_{e2}(s) \quad (1)$$

此时,图 2(a) 的级联模型可化为图 2(b) 的等效模型,其中  $x = x_1 + x_2$ 。本文对此作进一步研究,然后推广到三维立体空间,并利用文献[6]提供的方法,得到对角线化的线性解耦模型。

当  $Z_{e1}(s)$  起主要作用,即  $k_{e1} \gg k_{e2}$ ,  $x_1 = 0, x = x_2$  时,  $Z_e(s) \approx Z_{e2}(s) = m_{e2}s^2 + b_{e2}s + k_{e2}/s = m_e s^2 + b_e s + k_e/s$ ,环境的刚体运动动力学起主要作用,对应有无负载的自由运动情况。

当  $Z_{e2}(s)$  起主要作用,即  $m_{e2} \gg m_{e1}$ ,  $x_2 = 0, x = x_1$  时,  $Z_e(s) \approx Z_{e1}(s) = m_{e1}s^2 + b_{e1}s + k_{e1}/s = m_e s^2 + b_e s + k_e/s$ ,环境表面的形变动力学起主要作用,对应无负载的受限运动情况。

在环境表面的形变动力学和刚体运动动力学同时起主导作用的情况下,有

$$Z_e(s) = \frac{Z_{e1}(s)Z_{e2}(s)}{Z_{e1}(s) + Z_{e2}(s)} = \frac{m_e m_{e2} s^3 + (m_{e1} b_{e2} + m_{e2} b_{e1}) s^2 + (m_{e1} k_{e2} + b_{e1} b_{e2} + m_{e2} k_{e1}) s + (b_{e1} k_{e2} + b_{e2} k_{e1}) + k_{e1} k_{e2} / s}{(m_{e1} + m_{e2}) s^2 + (b_{e1} + b_{e2}) s + (k_{e1} + k_{e2})} \quad (2)$$

对于实际的环境系统及其与机器人接触时的工作频率,此时  $(m_{e1} + m_{e2}) s^2$  和  $(b_{e1} + b_{e2}) s$  项相对于  $(k_{e1} + k_{e2})$  项较小,忽略后不会产生较大的误差,

故有

$$Z_e(s) = \frac{m_e m_e}{k_{e1} + k_{e2}} S^3 + \frac{m_e b_{e2} + m_e b_{e1}}{k_{e1} + k_{e2}} S^2 + \frac{m_e k_{e2} + b_{e1} b_{e2} + m_e k_{e1}}{k_{e1} + k_{e2}} S + \frac{b_{e1} k_{e2} + b_{e2} k_{e1}}{k_{e1} + k_{e2}} + \frac{k_{e1} k_{e2}}{k_{e1} + k_{e2}} \quad (3)$$

式(3) 前两项在实际环境系统的工作频率及较大的  $k_{e1}$  和  $k_{e2}$  情况下可忽略, 令

$$M_e = \frac{m_e k_{e2} + b_{e1} b_{e2} + m_e k_{e1}}{k_{e1} + k_{e2}}, \quad B_e = \frac{b_{e1} k_{e2} + b_{e2} k_{e1}}{k_{e1} + k_{e2}}, \quad K_e = \frac{k_{e1} k_{e2}}{k_{e1} + k_{e2}}$$

则有

$$Z_e(s) = M_e s + B_e + K_e / s \quad (4)$$

它是近似二阶线性时不变的。

当机器人施加力  $f_r = (f_{rx} \ f_{ry} \ f_{rz})^T$  于环境, 则平稳接触时环境在三维 Cartesian 空间  $O-X-Y-Z$  中的动力学方程可表示成

$$m_e \ddot{X} + b_e \dot{X} + k_e (X - \bar{X}) = f_r + \Delta f_e \quad (5)$$

在这一过程中, 假定环境的平衡位置与坐标原点不重合, 环境参数矩阵  $m_e = (m_{ex} \ m_{ey} \ m_{ez})^T$ ,  $b_e = (b_{ex} \ b_{ey} \ b_{ez})^T$  和  $k_e = (k_{ex} \ k_{ey} \ k_{ez})^T$  是对角线矩阵。这些参数本身含有不确定性因素,  $X = (X \ Y \ Z)^T$  是位移变量, 它是任务结构变量  $t$  的函数,  $\bar{X}$  是环境处于平衡位置时的位移矢量,  $\Delta f_e = (\Delta f_{ex} \ \Delta f_{ey} \ \Delta f_{ez})^T$  为外界扰动及摩擦等引起的未知时变力误差矢量。

#### 4 平稳接触时机器人动力学方程

在力觉临场感系统中, 操作者将期望的位置信息  $X_d = (x_{dx} \ y_{dy} \ z_{dz})^T$  传递给从机器人, 从机器人由此而运动。当与环境平稳接触时, 从机器人的动力学受限于控制器的控制律。设定所具有的动力学方程为

$$m_r \ddot{X} + b_r (\dot{X} - \dot{X}_d) + k_r (X - X_d) = {}^c f_e + \Delta f_r \quad (6)$$

其中, 上标  $c$  代表在控制器结构中测得的变量, 它是任务结构的估值,  $d$  代表操作者传递给从机器人所期望的轨迹,  ${}^c f_e$  为环境的接触力,  $\Delta f_r$  是控制器误差和外界扰动项, 而  $m_r = (m_{rx} \ m_{ry} \ m_{rz})^T$ ,  $b_r = (b_{rx} \ b_{ry} \ b_{rz})^T$  和  $k_r = (k_{rx} \ k_{ry} \ k_{rz})^T$  分别是机器人操作器的惯性质量、阻尼系数和弹性系数矩阵, 它

们是对角线的, 可通过类似于文献[6] 的方法实现。因此, 其控制器在三维空间的各个轴线方向的特性是独立的。这些项可能包含解耦误差及不确定量。

方程(6) 中的  $X$  仅包含平移量。如果  $X$  还含有方位, 则方程(6) 不成立, 因为从下面的式(7) ~ (9) 可以看到, 此时的角速度矢量一般是不可积的<sup>[7]</sup>。围绕轴  $n = (n_x \ n_y \ n_z)^T$  旋转的固有常量  $\theta$  和角速度矢量  $\omega$  之间的关系可写成<sup>[8]</sup>

$$\omega = \dot{\theta} + \Delta \dot{\theta}_0 \quad (7)$$

$$\dot{\theta} = d(\theta, n) / dt \quad (8)$$

$$\Delta \dot{\theta}_0 = (\sin \theta - \theta) n + (1 - \cos \theta) n \times n \quad (9)$$

其中,  $\theta$  是围绕轴  $n$  旋转的角度(常量),  $\Delta \dot{\theta}_0$  是偏移误差和外界扰动项。

如果操作器总是围绕相同的轴旋转或旋转量是一阶无穷小量, 即

$$\dot{n} = 0 \quad \text{或} / \quad \text{和} \quad \dot{\theta} = 0 \quad (10)$$

则式(7) 中的  $\Delta \dot{\theta}_0$  项消失,  $\omega = \dot{\theta}$  角速度矢量就可积了。此时设

$$X = (x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma)^T \quad (11)$$

#### 5 平稳接触时机器人与环境系统完整的动力学方程及响应

本文中假定从机器人同环境接触前, 速度以完全非弹性碰撞的形式传递给环境惯性; 而在弹性碰撞的情况下, 只要碰撞后从机器人便与环境的惯性一起运动。平稳接触时, 上述两种情况下动力学模型的形式是相同的, 这样假定将包含机器人完成实际操作任务的绝大多数情况, 如插销入孔、搬运工件和开、合电力刀闸等。

令  $G$  和  $J$  为平移量矩阵和旋转量矩阵, 相应代表控制器与任务结构之间位置估值误差。在式(10) 成立的情况下, 机器人与环境平稳接触时有下述关系成立<sup>[8]</sup>

$$\dot{X} = G + J \dot{X} \quad (12)$$

则

$$G = (x_G \ y_G \ z_G \ \theta_{ix} \ \theta_{iy} \ \theta_{iz})^T \quad (13)$$

$$J = \begin{bmatrix} R_{\theta} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中

$$R_{\theta} = \begin{bmatrix} 1 & -\theta_{z_c} & \theta_{y_j} \\ \theta_{z_c} & 1 & -\theta_{x_c} \\ -\theta_{y_j} & \theta_{x_c} & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

(11) 式中假定方位误差  $\delta x, \delta y, \delta z$  很小, 所以对于 J 表达式(14)的二阶项可以忽略不计。平稳耦合接触时,  $f_r = -c f_e$ , 则由方程(5), (6) 及(12) 可得系统完整的动力学方程为<sup>[8]</sup>

$$(m_e + J^T m J) \ddot{X} + (b_e + J^T b J) \dot{X} + (k_e + J^T k J) X = U \quad (16)$$

$$U = J^T f_{br} + \Delta f_e + J^T \Delta f_r + k_e X_e - J^T k_e G \quad (17)$$

$f_{br} = b_r \dot{X}_d + k_r X_d$  是输入力。式(16)和(17)中由推演留下的上标  $t$  已从式中消除。将输入 U 分成常数项  $f_b$  和时变项  $U_x$  两部分, 即

$$f_b = J^T (I - S) f_{br} + k_e X_e - J^T k_e G \quad (18)$$

$$U_x = J^T S f_{br} + \Delta f_e + J^T \Delta f_r \quad (19)$$

其中  $S = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_6)$ , 其参数的选择受限于控制律和目标任务结构。假定所给定的初始条件为  $X_0 = (x_{01} \ x_{02} \ \dots \ x_{06})^T$  和  $\dot{X}_0 = (\dot{x}_{01} \ \dot{x}_{02} \ \dots \ \dot{x}_{06})^T$ , 则系统的响应为<sup>[6]</sup>

$$x(t) = r_1 e^{\lambda_1 t} + r_2 e^{\lambda_2 t} + f_b/k + \delta_i(t) + \delta_x(t) \quad (20)$$

$$\dot{x}(t) = r_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + r_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 t} + \dot{\delta}_i(t) + \dot{\delta}_x(t) \quad (21)$$

$$f(t) = (m_e \lambda_1^2 + b_e \lambda_1 + k_e) r_1 e^{\lambda_1 t} + k_e (f_b/k - x_e) + (m_e \lambda_2^2 + b_e \lambda_2 + k_e) r_2 e^{\lambda_2 t} + \delta_x(t) \quad (22)$$

其中

$$r_1 = (\dot{x}_0 - \lambda_2(x_0 - f_b/k)) / (\lambda_1 - \lambda_2) \quad (23)$$

$$r_2 = (\dot{x}_0 - \lambda_1(x_0 - f_b/k)) / (\lambda_2 - \lambda_1) \quad (24)$$

$$\delta_i(t) = (m_e S^2 + b_e S + k_e) (\delta_i(t) + \dot{\delta}_i(t)) - \Delta f_e \quad (25)$$

$$\lambda_{1,2} = -(b \pm \sqrt{b^2 - 4km}) / (2m) \quad (26)$$

$$m = m_e + m_r, \quad b = b_e + b_r, \quad k = k_e + k_r \quad (27)$$

由初始条件的下标<sup>[1,6]</sup>引出的式(20)~(27)中所对应的下标已从式中消去。

在机器人与环境的实际接触操作中, 系统应尽量设为过阻尼的, 于是上述响应方程中的特征项为实数, 系统将出现指数形态的过渡过程而最终趋于稳态; 否则, 在特征值为复数的情况下, 系统将衰减振荡而渐近趋于稳态, 这也恰好说明机器人与环境耦合的非线性暂态。

上述两种情况中都有时变扰动, 这就需要使时变扰动  $U_x$  不能随时间放大或尽量消除它。式中  $\delta_x(t)$  主要表征系统对输入的稳态特征。如果  $\delta_x(t) = h(t) u_x(t)$ , 则  $\delta_x = h^{-1} u_x$ , 其中  $\delta_x$  和  $u_x$  是  $L^1$  和  $L^2$  空间范数,  $h(t)$  是脉冲响应函数。  $\delta_x(t)$  是扰动响应项, 它正比于任务结构估值误差, 仅在平移方向出现。当控制器为各向异性, 即  $m_{rx} = m_{ry} = m_{rz} = m_r, b_{rx} = b_{ry} = b_{rz} = b_r$  及  $k_{rx} = k_{ry} = k_{rz} = k_r$  时, 该项便可消失。

## 6 结 论

机器人与环境接触的动力学特性可用分段模型描述。平稳接触时, 环境等效阻抗为表面形变动力学阻抗与刚体运动动力学阻抗的并联。进一步分析表明, 其环境等效模型也是近似二阶线性时不变系统, 但模型参数较已有的研究更为明确。建立较为符合实际的系统动力学模型, 应考虑由控制器引起偏移误差、任务结构估值误差、模型参数解耦误差及外界扰动时变量的影响。本文工作不但对进一步研究力觉临场感遥控作业系统的控制算法、稳定性等具有重要意义, 而且适用于其它机器人系统的诸多场合。

### 参考文献(References):

- [1] S D Eppinger. On dynamic model of robot force control [A]. Proc of the IEEE Int Conf on Rob & Autom [C]. Raleigh, 1986, (1): 29-34
- [2] K Youcef Toumi, D A Gutz. Impact and force control [A]. Proc of the IEEE Int Conf on Rob & Autom [C]. Leuven, 1998 410-416
- [3] Y Shoji, M Inaba, T Fukuda, et al. Stable contact force of a link manipulator with collision phenomena [A]. Proc of the IEEE Int Workshop on Intell Rob & Syst [C]. Yokohama, 1990 501-507.
- [4] 宋爱国. 力觉临场感的理论与实验研究[D]. 南京: 东南大学, 1996
- [5] 陈俊杰, 宋爱国, 黄惟一. 操作者-遥控机器人-环境双边力交互模型[J]. 东南大学学报(J of Southeast Univ), 1998, 28(6): 95-101.
- [6] M Pelletier. Automatic synthesis of compliant motions for robot tasks with uncertainty[M]. Montreal: McGill Univ, 1994
- [7] P C Hughes. Spacecraft attitude dynamic [M]. New York: Wiley, 1986
- [8] M Pelletier, Laeque K Daneshmend. Automatic synthesis of robot compliant motions in dynamic environments[J]. Int J of Rob Res, 1997, 16(6): 730-748