

文章编号: 1001-0920(2002)01-0073-04

一类模糊 PD 控制器的鲁棒优化设计

曹月东, 高东杰, 胡包钢
(中国科学院 自动化研究所, 北京 100080)

摘要: 研究一类模糊 PD 控制器的鲁棒设计。以小增益定理分析得到该模糊 PD 控制系统稳定性条件。针对参数摄动系统的“最坏点”, 用该稳定性条件作为约束, 采用遗传算法对标称系统的性能进行优化, 求得优化鲁棒控制器。以倒立摆为例进行鲁棒模糊 PD 控制器的设计, 实验结果表明了该方法的有效性。

关键词: 鲁棒控制; 模糊 PD 控制器; 遗传算法; 小增益定理; BBO 稳定性
中图分类号: TP 273 **文献标识码:** A

Optimal robust design for fuzzy PD controllers

CAO Yue-dong, GAO Dong-jie, HU Bao-gang
(Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: The robust design for one-input fuzzy PD controllers is studied. The BBO stability condition is induced using small-gain theorem. By using the condition as constraint for the “worst point” of the perturbed plant, an optimal fuzzy PD controller is designed aimed at the performance of nominal plant with GA as optimization solver. A robust control design example of inverted pendulum demonstrates the efficiency of the design method.

Key words: robust control; fuzzy PD controllers; genetic algorithms; small gain theorem; BBO stability

1 引言

在过去的 20 多年里, 模糊控制器一直是控制界研究的热点问题, 并在许多工业过程控制中得到广泛的应用。模糊控制系统的稳定性及鲁棒性分析是模糊控制需要研究和解决的基本问题。模糊控制器实质上是一种非线性控制器, 关于其稳定性及鲁棒性研究主要采用非线性理论, 如基于状态空间的极限环方法、混沌吸引子方法^[1]; 也可采用李亚谱诺夫定理、圆判据等方法来解决此类问题。Zames 采用函

数方法从输入输出角度提出了小增益定理及锥销度条件, 以解决反馈系统非线性稳定性问题^[2]。用该方法解决模糊系统稳定性及鲁棒性取得了良好效果^[3,4]。

由于 PD 控制器在工业过程控制中的广泛应用及其显著优点, 模糊 PD 控制器的研究倍受关注, 并出现了许多不同结构的模糊 PD 控制器。其中, 胡包钢提出一种新型模糊 PD 控制器的设计方法^[5]。该控制器的最大特点是结构简单, 采用单输入、3 个规则和最多 6 个调节参数, 极大地简化了模

收稿日期: 2000-10-20; 修回日期: 2000-12-08

基金项目: 国家自然科学基金项目(69874014)

作者简介: 曹月东(1972—), 男, 山东日照人, 博士生, 从事智能控制的研究; 高东杰(1943—), 男, 辽宁沈阳人, 研究员, 博士生导师, 从事先进过程控制的研究。

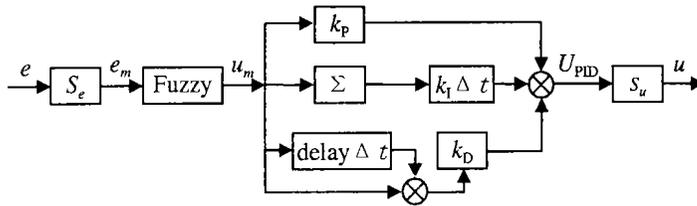


图1 模糊PD控制器结构

糊控制存在的控制曲面的生成。但是该控制器设计中的稳定性及鲁棒性问题并没有得到解决。为此，本文针对参数摄动系统解决该模糊PD控制器的鲁棒设计问题。采用小增益定理对摄动系统的“最坏”点进行稳定性判定并作为约束，而对标称系统采用遗传算法进行优化设计，从而得到最优鲁棒模糊PD控制器。

2 单输入模糊PD控制器结构

文献[5]提出的单输入模糊PD控制器结构如图1所示。其中， e 为真实误差， S_e 为误差规范因子， e_m 为规范化误差， u_m 为模糊部分的输出， S_u 为输出规范化因子。

其模糊规则形式为

$$\text{If } e_m \text{ is } E_i \text{ then } u_m \text{ is } u_i$$

当 $i = 1, 2, 3$ 时， E_i, U_i 分别表示NB, ZE, PB 等模糊集。 e_m 和 u_m 的隶属度函数采用三角函数，推理策略采用 $\min \max$ -gravity 方法，逆模糊化过程采用 COA (center of area) 方法。设计中固定 e_m 的隶属函数，而 u_m 隶属函数参数 x_1 和 x_2 可调节。控制器中采用 5 个设计参数 x_1, x_2, k_I, k_D, S_u ，其中 x_1 和 x_2 为结构参数，其余为调节参数。通过调节结构参数 x_1 和 x_2 改变其非线性曲线形状，从而可得到所需要的非线性曲线。另外，设计中可根据先验知识选择 $k_P = 1, S_e = |1/e(0)|$ ，从而可减少设计参数。参数取值范围为

$$\begin{cases} 0 < x_1 < 1, & 0 < x_2 < 1 \\ 0 < k_I < 1, & 0 < k_D < 1 \\ 0 < S_u < \max(|u_{\min}|, |u_{\max}|) \end{cases} \quad (1)$$

其中 u_{\min} 和 u_{\max} 为被控系统允许的最小和最大输入。可求得误差域内模糊逻辑部分的完整解^[5]，从而利用现有控制理论研究其有关特性，得到模糊PD控制器中模糊逻辑部分的输出 u_m (即模糊PD控制器中PD部分的输入)，进而得到模糊PD控制器的输出为

$$U_{PD} = k_P u_m + k_I \sum u_m \Delta t + k_D \frac{\Delta u_m}{\Delta t} =$$

$$k_{EP} e_m + k_{EI} \sum e_m \Delta t + k_{ED} \frac{\Delta e_m}{\Delta t} \quad (2)$$

可以看出，这与普通线性PD的形式相同，不同的是该模糊PD的增益 k_{EP}, k_{EI}, k_{ED} 随 e_m 改变而变化的非线性增益。

3 单输入模糊PD控制系统的BIBO稳定性条件

本节分析单输入模糊PD控制器的有界输入有界输出(BBO)稳定性。由于模糊控制器实际是一种非线性控制器，可在误差域内得到完整的解，因此可利用适当的非线性控制理论解决其稳定性问题。本文采用小增益定理加以解决，当然也可利用其它适当的非线性控制理论来解决。其差别在于稳定性条件在随后寻优过程中约束的严格程度，从而影响寻优范围，对最优解的求解可能会有一定影响。

对于一般闭环控制系统，可得其BBO稳定的充分条件为^[2]

$$g(H_1)g(H_2) < 1 \quad (3)$$

其中 $g(H)$ 为模块 H 的增量增益，一般定义为^[7]

$$g(H) = \sup_{v_1, v_2, k} \frac{|g(v_1(k)) - g(v_2(k))|}{|v_1(k) - v_2(k)|} \quad (4)$$

设

$$\Delta U_{PD} = f(e_m), \quad y(k) = g(U_{PD})$$

由式(3)可得

$$\begin{aligned} \Delta U_{PD}(k) &= U_{PD}(k) - U_{PD}(k-1) = \\ &k_{EP}(k)e_m(k) + k_{EI}(k)e_m(k)\Delta t + \frac{k_{ED}(k)}{\Delta t}e_m(k) - \\ &((k_{EP}(k) - k_{EP}(k-1))\sum e_m(k-1) - \\ &(k_{ED}(k) - k_{ED}(k-1))\frac{e_m(k-1)}{\Delta t}) + \\ &k_{ED}(k-1)\frac{e_m(k-2)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (5)$$

则有

$$f(e_m(k)) = \left| k_{EP}(k) + k_{EI}(k)\Delta t + \frac{k_{ED}(k)}{\Delta t} \right| |e_m(k)| + \text{cons}$$

其中

$$\begin{aligned} \text{cons} = & \max(k(k_{EP}(k) - k_{EP}(k-1)) + \\ & \frac{k_{ED}(k) - k_{ED}(k-1)}{\Delta t} + \\ & \frac{k_{ED}(k-1)}{\Delta t}) e_{m\max}(k-1) \end{aligned} \quad (7)$$

另外有

$$g(U_{PD}(k)) \quad g |U_{PD}(k)| \quad (8)$$

利用小增益定理, 可得到该模糊 PD 控制系统 BBO 稳定性的充分条件

$$\left| k_{EP}(k) + k_{EI}(k)\Delta t + \frac{k_{ED}(k)}{\Delta t} \right| g < 1 \quad (9)$$

4 基于遗传算法的鲁棒优化设计

控制器的设计一般都有特定性能指标要求, 并且实际中还会有一定的约束。本文为了实现该模糊 PD 控制器的鲁棒优化设计, 设计方法主要包括 3 部分:

- 1) 根据设计者的需要选择控制系统性能指标, 本文以标称系统取误差平方积分 (ISE) 和系统整定时间 T_s 作为性能指标;
- 2) 选择优化算法及算法参数;
- 3) 对参数摄动系统的“最坏点”采用式 (10) 进行稳定性判别, 并作为优化算法优化过程的约束条件。

遗传算法是模仿自然界进化中自然选择原理, 用以解决一些现实问题。其主要优点在于即使对非线性、高维、多目标及不连续问题也能进行全局优化。关于遗传算法的变种有多种, 本文采用“最优保留”的改进算法, 即将上一代中最好的个体不进行操作直接保留到下一代。仿真过程中, 对于不满足约束条件的个体, 赋予其充分小的适应度数值, 使其具有较大的淘汰概率。具体参数为: 进化代数 = 100, 种群数目 = 100, 交叉操作因子 $P_c = 0.9$, 变异操作因子 $P_m = 0.05$, 每个参数二进制位数 = 8。该优化问题可表示为

$$\max f = \frac{1}{1 + \frac{\text{ISE}}{|\max(e_m)|} + \frac{t_s}{t_f}} \quad (10)$$

s t 系统参数满足式 (1)

对于参数摄动系统式 (9) 成立

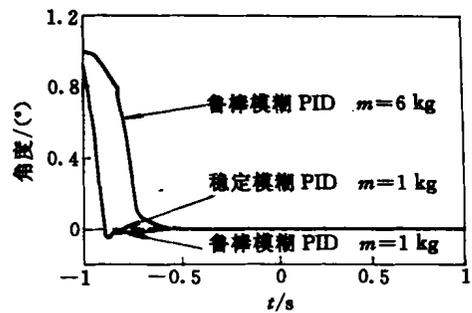
其中, ISE 为误差平方积分和, t_s 为系统整定时间, t_f 为总仿真时间。

5 仿真研究

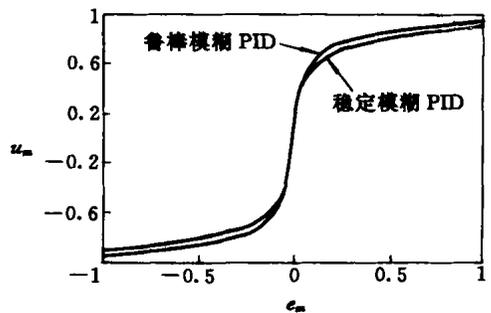
以倒立摆为例进行模糊 PD 控制器的设计。该倒立摆系统的线性动态方程^[8] 为

$$\begin{aligned} (M + m)x + m l \ddot{\theta} &= u \\ \ddot{x} + l \ddot{\theta} &= g \theta \end{aligned}$$

假定球的质量摄动范围在 1~6 kg 之间。利用上述方法对该倒立摆进行鲁棒模糊 PD 控制器设计。为了进行比较, 同时对标称系统进行最优模糊 PD (以下称为稳定模糊 PD) 的设计。仿真结果如图 2 所示。由图可见, 鲁棒模糊 PD 在参数摄动范围内对倒立摆的控制效果令人满意, 而稳定模糊 PD 对标称系统的控制效果较好, 但在 $m = 6 \text{ kg}$ 时不能使系统稳定。通过两种模糊逻辑输出的非线性曲线比较可见, 该鲁棒模糊 PD 的非线性输出作用大于稳定模糊 PD 的非线性输出作用。



(a) 鲁棒及模糊 PD 仿真结果



(b) 鲁棒及模糊 PD 非线性作用
图 2 仿真结果比较

6 结 论

本文对一种单输入模糊 PD 控制器进行稳定性分析, 得出该模糊 PD 控制系统的稳定性条件; 然后以此为约束, 利用遗传算法对参数摄动系统进行了鲁棒优化设计。仿真结果证明了该设计方法的有效性。本文是关于单输入模糊 PD 控制器稳定性和鲁棒性的初步分析, 进一步的研究包括其线性和

非线性调节参数与鲁棒性之间的关系, 以及参数的调节规律。

参考文献(References):

- [1] Espada A, Barreiro A. Robust design of fuzzy controllers [A]. Proc MACS Int Workshop on Quality Reason & Decision [C]. Barcelona, 1993. III: 325-334
- [2] Zames G. On the input-output stability of time-varying nonlinear feedback systems [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1966, 11: 228-238
- [3] Espada A, Barreiro A. Robust design of fuzzy controllers based on small gain conditions [A]. Proc CSC Symp SOCO 96 [C]. Valencia, 1994. 67-72
- [4] Espada A, Barreiro A. Robust stability of fuzzy control systems based on conicity conditions [J]. Automatica, 1999, 35: 643-654
- [5] B G Hu, George K IM ann, R G Gosine. New methodology for analytical and optimal design of fuzzy PID controllers [J]. IEEE Trans on Fuzzy Syst, 1999, 7 (5): 521-539
- [6] Desoer C A, Vidyasagar M. Feedback system: Input-output properties [M]. New York: Academic Press, 1975
- [7] John G Doyle, Bruce A Francis, Allen R Tannenbaum. Feedback control theory [M]. New York: Macmillan Publishing Company, 1992

推 荐 一 本 好 书

十多年前, 在一次决策与控制会议上, 有位专家曾说过这样的话: 如果读了 Zadeh 和 Desoer, Rosenbrock, Wolovich, Wonham 等人的书, 则其它有关线性控制系统的书只需浏览一下就行了。言外之意, 也不必再写这类书了。那时, 头一本书已成经典之作, 而后 3 本书各自代表了研究线性控制系统的 3 个不同方向。

然而, 时过境迁。这位专家如果读到科学出版社 2001 年出版的《线性控制系统理论——构造性方法》一书后, 我猜想, 他会改变自己原先的看法。在该书中, 韩京清和许可康两位作者独辟蹊径, 提出了研究线性控制系统的又一崭新方向——构造性方法。要知道, 线性控制系统历经无数学者几十年的苦心钻研, 要想提出一个新方向谈何容易! 特别是, 此乃我们中国人自己写成的书, 所以更值得格外爱护和

珍惜。我们不但要好好学习, 而且还应大力宣扬。这也正是此文的意向所在。

需要指出的是: 本书是作者以自己多年的科研成果为核心而编写的, 其原稿曾用作中国科学院及多所高校的研究生教材, 长达十年之久。真应了“十年磨一剑”的古训了。

本书是中国科学院研究生教育丛书之一, 共 6 章, 约 30 万字。因其立论明晰, 阐论清晰, 也可供自学之用。

两位作者与何关钰教授尚合著有《线性系统理论代数基础》(辽宁科学技术出版社, 1985) 一书, 与该书先后辉映, 堪称双璧。特此一并推荐。

谢 绪 恺
2001 年 10 月