第17卷 第1期 控 制 与 决 策 2002年1月
Vol 17 No. 1 Control and Decision Jan. 2002

文章编号: 1001-0920(2002)01-0077-04

周期性干扰的鲁棒切换型控制策略

范启富, 施颂椒
(上海交通大学 自动化研究所, 上海 200030)

摘　要: 讨论了一类二阶不确定线性切换离散系统的控制问题, 应用监督控制技术提出一种新型的适应性鲁棒镇定切换型控制策略。通过将该控制策略应用于磁悬浮轴承不平衡周期性振动的主动控制实验, 验证了该方法的有效性和鲁棒性。

关键词: 周期性干扰衰减; 线性切换系统; 鲁棒控制
中图分类号: TP 273　　**文献标识码**: A

Robust switching control strategy for periodic disturbance

FAN Qi-fu, SHI Song-jiao
(Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: The control problem for robust rejection of periodic disturbances in which full information of system model is unknown, can be cast into the problem of robust stabilization control of second-order linear switching discrete systems with coefficient uncertainties. Supervisory control theory is used to propose a novel robust stabilization switching control strategy. Then the proposed approach is applied to active control of periodic unbalancing vibrations of active magnetic bearing. The experimental results show the effectiveness and robustness of the proposed algorithm.

Key words: periodic disturbance rejection; linear switching systems; robust control

1 引　　言

现实世界中有一大类物理系统是由连续变量子系统和离散事件(逻辑变量)子系统相互作用而构成的混合系统。这些混合系统有些是固有的, 如具有死区、游隙的机械系统, 使用半导体电力变换器件的控制系统等; 有些是由于系统本身及工作环境存在大的不确定性变化如故障、工作点的变化等, 使其用单一的连续控制器难以达到镇定系统的目的和实现所要求的性能, 需要实施基于监督的多模型切换控制。因此, 关于混合系统特别是切换系统的研究受到了广泛的关注[1~7]。文献[1, 2]引进多Lyapunov函数的概念, 得到了切换系统稳定性分析的结果; 文献[7]把由线性子系统组成的切换系统的稳定性分析归结为求解线性矩阵不等式(LMI)问题。

另外, 如何确定镇定切换逻辑规则的综合问题也非常重要, 但由于该问题的研究刚刚开始, 相关的结果还很少。文献[8]提出经过控制器切换来实现鲁棒镇定的方法; [9]研究了线性二阶时不变切换系统, 提出锥切换律, 并对由具有不稳定焦点的子系统组成的切换系统, 建立了其可镇定性的充要条件; [10]将周期性振动噪声等主动控制问题归结为周期

收稿日期: 2000-10-30; **修回日期**: 2001-05-23
基金项目: 中国博士后基金项目
作者简介: 范启富(1962—), 男, 山西太谷人, 博士后, 从事鲁棒控制、切换控制等研究; 施颂椒(1933—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事鲁棒控制、自适应控制等研究。

性干扰的抑制问题, 提出一种通过周期性更新附加输入 r 的 Fourier 系数 α 和 β 来消除干扰的算法, 并进行了计算机仿真和实验验证。该算法不影响以其它目的设计的原闭环系统的性能, 并且具有简单易行的优点。不过它将导致一个应用线性时不变系统理论难以分析的二阶不确定线性切换离散系统。

为改进附加输入 r 的 Fourier 系数 α 和 β 的更新律, 并从理论上保证其渐近稳定性, 本文应用混合系统的研究方法来研究这类二阶不确定线性切换离散系统, 并利用所得到的结论提出一种周期性干扰抑制的新鲁棒切换型控制策略。

2 问题描述及监督切换控制器设计

首先采用混合系统的研究方法来研究二阶不确定线性切换离散系统。这类二阶不确定线性切换离散系统可描述为

$$\begin{cases} x_1(k+1) = \\ (1-u_1(k+1)\cos(\theta)-u_2(k+ \\ 1)\sin(\theta))x_1(k)+ \\ (u_1(k+1)\sin(\theta)- \\ u_2(k+1)\cos(\theta))x_2(k) \\ x_2(k+1) = \\ -(u_1(k+1)\sin(\theta)-u_2(k+ \\ 1)\cos(\theta))x_1(k)+ \\ (1-u_1(k+1)\cos(\theta)- \\ u_2(k+1)\sin(\theta))x_2(k) \end{cases} \tag{1}$$

它是二阶不确定非线性离散系统的一个特例。式中, $[x_1, x_2]^{\mathrm{T}} \in R^2$ 为系统的状态向量, 初始值未知; $[u_1, u_2]^{\mathrm{T}} \in R^2$ 为系统的控制输入, 为简单起见, 这里假定 $[u_1, u_2]^{\mathrm{T}} \in \{-u_0, u_0\} \times \{-u_0, u_0\}$; θ 为系统的未知不确定参数。现在的问题是设计适于该系统全局渐近稳定的控制律 $[u_1, u_2]^{\mathrm{T}}$。

引理1 如果 $\Phi \in \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} \middle| a \in R, b \in R \right\}$, 则 Φ 的所有特征值, 要么都同时在单位圆内, 要么都同时在单位圆上或单位圆外。如果 Φ 的所有特征值都同时在单位圆内, 则

$$\Phi^{\mathrm{T}}\Phi < I \tag{2}$$

如果 Φ 的所有特征值都在单位圆上或单位圆外, 则

$$\Phi^{\mathrm{T}}\Phi \geq I \tag{3}$$

证明 由于 Φ 的两个特征值的模都等于 $\sqrt{a^2+b^2}$, 则显然有引理 1 的结论。□

定理 1 对于如下二阶离散切换线性系统

$$x(k+1) = \Phi_{\sigma(k+1)}x(k) \tag{4}$$

其中

$$\Phi_p \in \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} \middle| a \in R, b \in R, a, b \text{ 未知} \right\}$$

$$p \in P$$

σ 为将非负整数映射到有限指标集 $P = \{1, 2, \cdots, N\}$ 的函数。

如果 $\{\Phi_p: p \in P\}$ 中至少有一个元素是渐近稳定的, 则下述监督控制策略

$$\begin{cases} \sigma(k+1) = \sigma(k), & V(k) - V(k-1) < 0 \\ \sigma(k+1) = \sigma(k)+1, & V(k) - V(k-1) \geq 0 \end{cases} \tag{5}$$

最多经过 N 步可使系统 (4) 切换到一渐近稳定系统, 并最后沿着该渐近稳定系统的轨迹指数渐近地收敛于平衡点 0。式中 $V(k) = x^{\mathrm{T}}(k)x(k)$, 不妨设 $\sigma(1) = 1$。

证明 假定 $\sigma(k+1) = p$, $\{\Phi_p: p \in P\}$ 中所有不渐近稳定元素的全部特征值的模都大于等于 1, 则由引理 1 有 $\Phi_p^{\mathrm{T}}\Phi_p \geq I$。设 Lyapunov 候选函数 $V(k) = x^{\mathrm{T}}(k)x(k)$, 则对于任意的 $x(k) \in R^2$, 有

$$V(k+1) = x^{\mathrm{T}}(k)\Phi_p^{\mathrm{T}}\Phi_p x(k) > V(k) \tag{6}$$

因此, 由式(5) 有 $\sigma(k+2) = p+1$, 发生系统间的切换。由此可知, 只要 $\sigma(k+1) = p$, $\Phi_p\ (p \in P)$ 不稳定, 则系统(4) 必定发生切换。又由假设 $\{\Phi_p: p \in P\}$ 中至少存在一个元是渐近稳定的, 这里不妨设 $\Phi_q\ (q \in P)$ 是一渐近稳定元, 此时由引理 1 得

$$\Phi_q^{\mathrm{T}}\Phi_q < I \tag{7}$$

对于任意的 $x(k) \in R^2$, 有

$$V(k+1) = x^{\mathrm{T}}(k)\Phi_q^{\mathrm{T}}\Phi_q x(k) < V(k) \tag{8}$$

由式(6) 有 $\sigma(k+2) = \sigma(k+1) = q$, 系统不发生切换。由此可知, 系统只要切换到渐近稳定元以后, 系统(4) 将不再发生切换, 并永远停留在该渐近稳定元上。由于 $q \leq N$, 因此结论得证。□

定理 2 以下的监督切换控制策略, 使得系统 (1) 最多经过 4 步进入渐近稳定状态。

$$\begin{cases} u_1(k+1) = -u_1(k)\,\mathrm{sgn}(V(k) - \\ \qquad V(k-1)) \\ u_2(k+1) = u_2(k), \quad k = 1, 3, \cdots \end{cases} \tag{9a}$$

$$\begin{cases} u_2(k+1) = -u_2(k)\,\mathrm{sgn}(V(k) - \\ \qquad V(k-1)) \\ u_1(k+1) = u_1(k), \quad k = 2, 4, \cdots \end{cases} \tag{9b}$$

其中, $u_1(1) = u_0$ 或 $u_1(1) = -u_0$, $u_2(1) = u_0$ 或 $u_2(1) = -u_0$, u_0 为满足 $0 < u_0 < 1$ 的常数; $V(k) =$

$x_1^2(k)+x_2^2(k)$, 设置 $V(0)$ 为适当的正值, 且有

$$\operatorname{sgn}(x)=\begin{cases}1, & x\geq 0\\ -1, & x<0\end{cases}$$

证明　当 u_1 和 u_2 在集 $\{-u_0, u_0\}$ 上取值时, 系统(4) 可改写成如下的离散切换线性系统

$$x(k+1)=\Phi_{\sigma(k+1)}x(k) \tag{10}$$

其中, σ 为将非负整数映射到有限指标集 $P=\{1,2,3,4\}$ 的函数。

$$\Phi_1=\begin{bmatrix}1-u_0Z_1 & u_0Z_2\\ -u_0Z_2 & 1-u_0Z_1\end{bmatrix}$$

$$\Phi_2=\begin{bmatrix}1-u_0Z_3 & u_0Z_1\\ -u_0Z_1 & 1-u_0Z_3\end{bmatrix}$$

$$\Phi_3=\begin{bmatrix}1-u_0Z_2 & -u_0Z_1\\ u_0Z_1 & 1-u_0Z_2\end{bmatrix}$$

$$\Phi_4=\begin{bmatrix}1+u_0Z_1 & u_0Z_3\\ -u_0Z_3 & 1+u_0Z_1\end{bmatrix}$$

其中, $Z_1=\cos(\theta)+\sin(\theta)$, $Z_2=\sin(\theta)-\cos(\theta)$, $Z_3=\cos(\theta)-\sin(\theta)$。

定义集合 $\Theta_k=\{\theta \mid |s_i|<1, s_i\in \mathrm{ch}(\Phi_k), i=1,2\}$, $k\in P$。计算 $\Phi_k(k\in P)$ 的特征值, 可知该值要么为共轭特征值, 要么为二重特征值, 因此, 它们的模只能都大于等于 1 或都小于 1。并可求出集合 $\Phi_k(k\in P)$ 如下

$$\Theta_1=\{\theta \mid \pi/4-\theta_0<\theta<\pi/4+\theta_0\}$$

$$\Theta_2=\{\theta \mid 7\pi/4-\theta_0<\theta<7\pi/4+\theta_0\}$$

$$\Theta_3=\{\theta \mid 3\pi/4-\theta_0<\theta<3\pi/4+\theta_0\}$$

$$\Theta_4=\{\theta \mid 5\pi/4-\theta_0<\theta<5\pi/4+\theta_0\}$$

$$\theta_0=\cos^{-1}(u_0/\sqrt{2})$$

易知, 当 $u_0<1$ 时, 有 $\Theta_1\supset[0,\pi/2]$, $\Theta_2\supset[3\pi/2, 2\pi]$, $\Theta_3\supset[\pi/2,\pi]$, $\Theta_4\supset[\pi, 3\pi/2]$, 于是有

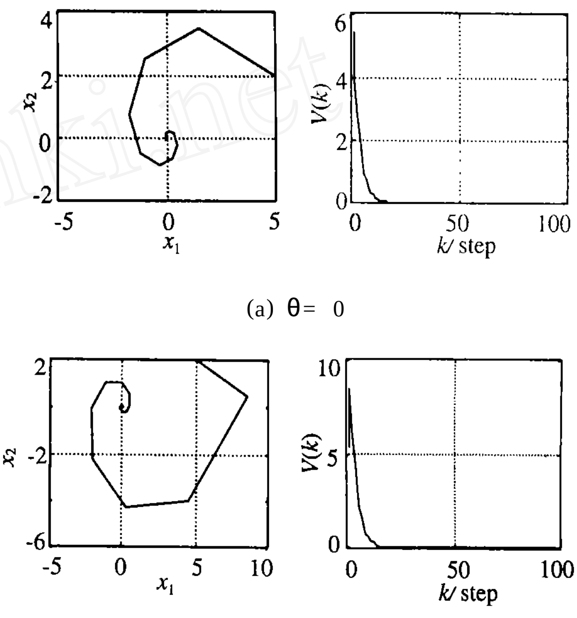
$$\Theta_1\cup\Theta_2\cup\Theta_3\cup\Theta_4=[0,2\pi]$$

因此, $\forall\theta\in[0,2\pi]$, 至少 $\exists k(k\in P)$, 使得 $\Phi_k(k\in P)$ 的特征根在单位圆内。而 $\{\Phi_k \mid k\in P\}$ 中不稳定的 $\Phi_k(k\in P)$ 的所有特征值在单位圆外或单位圆上。由定理 1, 监督切换控制律(5) 使得系统(10) 在最多 4 步以后渐近稳定。即式(9) 的监督切换控制律使得系统(1) 最多经过 4 步进入渐近稳定状态。□

3　仿真验证

第 2 节应用混合系统稳定性分析和镇定切换逻辑规则设计理论, 对一类不确定二阶非线性离散系统提出一种新型的鲁棒镇定切换型监督控制策略, 并对其稳定性进行了理论证明。下面验证该方法的有效性和对系统相位不确定性的鲁棒性。为了对该方法给出一个比较直观的解释, 分别对 θ 在 $[0, 2\pi]$ 上取不同值, 采用控制策略(9) 的二阶不确定离散系统(1) 进行计算机仿真。

当 θ 在 $[0, 2\pi]$ 上取具有代表性的 2 个值时, 仿真结果如图 1 所示。仿真结果表明了第 2 节的理论结果的正确性。



(a) $\theta=0$

(b) $\theta=180°$

图 1　系统(1), (9) 的相轨迹和 $V(k)$ 的时间变化

4　应用实例 —— 周期性干扰的主动控制

周期性干扰主动控制基本原理如图 2 所示。图中的 r 是为了对消输出端的周期性干扰 d 而引入的附加输入。控制对象为一稳定的单输入单输出线性系统, 其频率响应为 $G(j\omega)=A(\omega)e^{j\theta}$。其中假定幅值 $A(\omega)$ 的上界 A 已知, 而无有关相位的任何信息。现在的问题是如何产生适当的附加输入, 鲁棒稳定地使该系统的稳态输出为零。

假定输出端周期干扰 d 的形式为

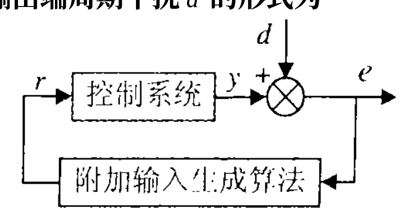


图 2　周期性干扰主动控制基本原理

$$d = \alpha_d \sin(\omega t) + \beta_d \cos(\omega t) \tag{11}$$

附加输入 r 的形式为

$$r = \alpha \sin(\omega t) + \beta \cos(\omega t) \tag{12}$$

则附加输入 r 所产生的系统的稳态输出为

$$y = A(\alpha \sin(\omega t + \theta) + \beta \cos(\omega t + \theta)) \tag{13}$$

这时, 总稳态输出信号 e 的正弦分量和余弦分量的幅值 $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ 可以写成

$$\begin{cases} n_1(t) = 0.5(A\alpha\cos(\theta) + \alpha_d - A\beta\sin(\theta)) \\ n_2(t) = 0.5(A\beta\cos(\theta) + \beta_d + A\alpha\sin(\theta)) \end{cases} \tag{14}$$

在实际实现中, 有关幅值 $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ 的求法参见文献[10]。

如果每隔时间 T 周期地按下式

$$\begin{cases} \alpha(k+1) = \\ \alpha(k) - (\mu_1(k+1)n_1(k) + \mu_2(k+1)n_2(k)) \\ \beta(k+1) = \\ \beta(k) - (\mu_1(k+1)n_2(k) + \mu_2(k+1)n_1(k)) \end{cases} \tag{15}$$

改变附加输入 r 的 Fourier 系数 α 和 β, 则式(14) 可写成如下形式

$$\begin{cases} n_1(k+1) = \\ (1 - 0.5A(\mu_1(k+1)\cos(\theta) + \mu_2(k+ \\ 1)\sin(\theta)))n_1(k) + 0.5A(\mu_1(k+1)\sin(\theta) - \\ \mu_2(k+1)\cos(\theta))n_2(k) \\ n_2(k+1) = \\ (1 - 0.5A(\mu_1(k+1)\cos(\theta) + \mu_2(k+ \\ 1)\sin(\theta)))n_2(k) - 0.5A(\mu_1(k+1)\sin(\theta) - \\ \mu_2(k+1)\cos(\theta))n_1(k) \end{cases} \tag{16}$$

推论 1 式(9a) 和式(9b) 的监督控制律当 μ_0 的取值满足 $0 < \mu_0 < 2/A$ 时, 可使系统(16) 至多经过 4 步后鲁棒渐近地收敛于平衡点 0。

由定理 1 显然可证得此推论。

由推论 1 可知, 本文提出的周期性干扰的主动控制算法可鲁棒地使系统的输出渐近趋向于零。如果 μ_0 在 $(0, 2/A)$ 范围内取较小值, 则该控制策略可以容许系统的公称增益有较大的不确定性, 但会降低周期性干扰衰减的速度。

我们将该方法应用于磁悬浮轴承不平衡周期性振动的主动控制, 并进行了实验, 其实验结果如图 3 所示。

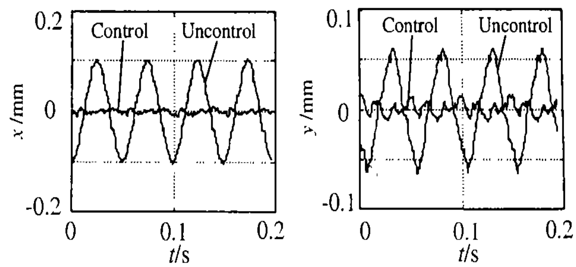


图 3 磁悬浮轴承不平衡周期性振动的主动控制结果

5 结 论

本文研究一类不确定二阶非线性离散系统的镇定控制问题, 该问题时常出现在模型信息部分已知的周期性干扰的适应性抑制中。我们应用混合系统理论提出一种新型的适应性鲁棒镇定切换型控制策略, 并从理论上证明了该控制策略的渐近稳定性。最后将该方法应用于磁悬浮轴承不平衡周期性振动的主动控制, 取得了良好的不平衡周期性振动抑制效果, 验证了该方法的有效性和鲁棒性。如何将该方法推广到多输入多输出稳定系统的周期性干扰的主动抑制问题, 将是我们今后进一步研究的方向。

参考文献(References):

[1] M S Branicky. Stability of switched and hybrid systems [J]. Proc of the 33rd IEEE Conf on Decision and Control[C]. Lake Buena Vista, 1994. 3498-3503.

[2] M S Branicky. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems [J]. IEEE Trans Automat Control, 1998, 43(4): 475-482.

[3] M Johansson, A Rantzer. Computation of piecewise quadratic Lyapunov functions for hybrid systems[C]. IEEE Trans Automat Control, 1998, 43(4): 555-559.

[4] D Liberzon, A S Morse. Basic problems in stability and design of switched systems[J]. IEEE Control Systems Mag, 1999, 37(3): 117-122.

[5] A S Morse. Control using logic-based switching [A]. Trends in Control: A European Perspective[C]. Berlin: Springer, 1995. 69-113.

[6] P Peleties, R DeCarlo. Asymptotic stability of m-switched systems using Lyapunov-like functions[A]. Proc of the 1991 American Control Conf[C]. Boston, 1991. 1679-1684.

(下转第 84 页)

$$J(X,1,K_1))g(X)+g(X)$$

$$J(X,1,K_1-1)=$$

$$\sum_{i=1}^{2}\mu_i J(D_iX,1,K_1)+\xi J(X,0,K_1)+$$

$$(\bar{\lambda}+\eta)J(X,1,K_1)+$$

$$\min_{U\in\Omega}\sum_{i=1}^{2}\lambda_i(J(A_iX,1,K_1)-J(X,1,K_1))+g(X)$$

则得 $J(X,1,K_1-1)=J(X,1,K_1)$, 可以递推得到 $J(X,1,K_1)=J(X,1,1)$, 从而有

$$J(X,1,K_1)>J(X,1,K_1+K_2),\quad \forall X$$

同理可得

$$J(X,1,K_1+K_2)>J(X,1,K_1),\quad \forall X$$

显然上述两式矛盾, 从而命题得证。□

推论 3

1) 当 $x_2\to-\infty$ 时, $s_1(x_2)$ 收敛于一整数;

2) 当 $x_1\to-\infty$ 时, $s_2(x_1)$ 收敛于一整数。

证明 由推论 1 知, 对 $\forall x_2\le h_2$, 有 $s_1(x_2)\le s_1(h_2)$, 而 $s_1(x_2)$ 是单调函数, 从而知其必收敛。推论得证。□

定义 1

$$s_3(x_1)=\min\{x_2:V(X,\alpha,K_1)-V(X,\alpha,K_1+1)\le 0\}$$

$$s_4(x_2)=\min\{x_1:V(X,\alpha,K_1+K_2)-V(X,\alpha,K_1+K_2)\le 0\}$$

同理, 当 $x_1\to+\infty$ 时, 开关曲线 $s_3(x_1)$ 收敛; 当 $x_2\to+\infty$ 时, 开关曲线 $s_4(x_2)$ 收敛。

定义 2

$$s_5(x_2)=\max\{x_1:J(A_1X,1,K_1)-J(X,1,K_1)\le 0\}$$

$$s_6(x_1)=\max\{x_2:J(A_2X,1,K_1+K_2)-J(X,1,K_1+K_2)\le 0\}$$

类似于推论 1～推论 3, 可得如下结论:

推论 4 开关曲线 $s_5(x_2)$ 和 $s_6(x_1)$ 单调递增。

推论 5

1) $\exists\, p_1,p_2$ 使

$$J(p_1+1,p_2,1,K_1)-J(p_1,p_2,1,K_1)>0$$

2) $\exists\, q_1,q_2$ 使

$$J(q_1,q_2+1,1,K_1+K_2)-J(q_1,q_2,1,K_1+K_2)>0$$

推论 6

1) 当 $x_2\to\infty$ 时, $s_3(x_2)$ 收敛于一非负整数;

2) 当 $x_1\to\infty$ 时, $s_4(x_1)$ 收敛于一非负整数。

至此, 我们得到了最优策略的阈值结构特征。该特征与完全柔性系统具有相同的结构, 从而可得到与完全柔性系统相似的次优控制策略。

4 结 论

本文通过分析, 得到考虑配置时间的不可靠制造系统的次优生产策略, 该策略是简易可行的。这里只考虑单台机床生产两种产品的情况, 事实上在生产多种产品的情况下, 可将其转化为生产两种产品的问题, 因而本文的结论具有普遍意义。

参考文献(References):

[1] Sharifnia. Dynamic setup scheduling and flow control in manufacturing systems: Theory and applications[J]. J of DEDS, 1991, 1(2): 149-175.

[2] Srivastan, Gershwin. Selection of setup times in a hierarchically controlled manufacturing system[A]. Proc of the 29th IEEE Conf on Decision and Control[C]. Onolulu, 1990. 575-581.

[3] Sherman X Bai, Mohsen Elhafsi. Scheduling of an unreliable manufacturing system with nonresumable setups[J]. Comp Ind Eng, 1997, 32(4): 909-925.

[4] Dong-Ping Song. Optimal control of production-dependent failure-prone manufacturing systems[A]. IFAC'99[C]. Beijing, 1999. 237-242.

(上接第 80 页)

[7] S Pettersson, B Lennartson. Stability and robustness for hybrid systems[A]. Proc of the 35th IEEE Conf on Decision and Control[C]. Kobe, 1996. 1202-1207.

[8] A V Savkin, R J Evans. A new approach to robust control of hybrid systems over infinite time[J]. IEEE Trans Automat Control, 1998, 43(9): 1292-1296.

[9] X Xu, P J Antsaklis. Design of stabilizing control laws for second-order switched systems[A]. Proc of the 14th IFAC World Congress[C]. Beijing, 1999. 181-186.

[10] 范启富, 野波健藏, 上山拓知. 磁气轴承不平衡振动的适应性控制[J]. 日本机械学会论文集, 1997, 63(609): 1448-1454.