

文章编号: 1001-0920(2002)01-0011-04

基于 LPF 算法的多模型建模方法

李 柠, 李少远, 席裕庚
(上海交通大学 自动化研究所, 上海 200030)

摘 要: 针对结构未知的复杂非线性系统, 提出一种多模型建模方法。从理性建模的思想出发, 在积累的大量系统输入输出数据中找出与系统当前模态相匹配的数据集合, 再用局部多项式拟合(LP F)算法建立系统的局部模型, 根据系统模态的变化建立系统的多个模型, 实现对全局非线性系统的准确建模。该方法运算简单, 易于实施。仿真并与其它方法比较, 表明了该方法的有效性。

关键词: 非线性系统; 多模型; LPF 算法; 理性建模; 邻域

中图分类号: TP 273 **文献标识码:** A

Multi-model modeling method based on LPF algorithm

L I N ing, L I Shao-yuan, X I Yu-geng

(Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: Based on model-on-demand idea, a multimodel approach to identification for unknown-structure nonlinear systems is presented. The modeling idea is to find out, from vast historical system input-output data sets, some ones matching with the current working point, then to develop a local model using local polynomial fitting (LPF) algorithm. With the change of working points, multiple local models are built, which can realize the exact modeling for the global system. Simulation results show fine performances of the method: simple, effective and reliable estimation.

Key words: non-linear systems; multiple models; LPF algorithm; model-on-demand; neighborhood

1 引 言

对复杂非线性系统的建模与控制是控制理论研究与应用的难题。对于结构已知的非线性系统, 一般采用 NARMAX 模型结构、Hammerstein 模型结构、Wiener 模型结构等辨识方法^[1]。而对于大多数结构未知的非线性系统, 一般利用系统输入输出数据拟合方法对其进行建模和预测。神经网络建模便是常用的方法之一, 原则上它能在任意紧集上逼近任何非线性函数, 但神经网络逼近是基于全局系统

的大批训练数据, 因而需要较多的节点、复杂的结构和训练算法, 计算量很大。

为了克服上述建模中的不足, 本文采用基于分解-合成的多模型建模策略^[2], 将复杂系统的输入空间分为多个子区间, 并在每一子区间内分别建立局部线性模型。实际控制系统在运行中往往存在多个不同的工况, 每个工况下的系统又具有不同的非线性特征。在有些工况下系统变化较平缓, 接近于线性系统, 而在有些工况下系统变化剧烈, 呈现较强的非线性特性, 因此用多模型方法建立系统不同工况

收稿日期: 2000-07-21; 修回日期: 2001-01-09

基金项目: 国家自然科学基金项目(69934020, 60074004)

作者简介: 李柠(1974—), 女, 山东淄博人, 博士生, 从事复杂工业建模与控制、预测控制等研究; 席裕庚(1947—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事预测控制、大系统等研究。

下的模型有着不同的切换要求。为此,本文提出多模型的理性建模思想,即从系统积累的大量输入输出数据中找出与系统当前模态相匹配的数据集合,并利用局部多项式拟合算法建立系统的局部模型。该方法根据系统模态的变化滚动建立系统的若干模型,以满足非线性系统实时建模与控制的需要。

2 局部多项式拟合算法

局部多项式拟合(LPF)的思想早已提出,并广泛应用于统计学中。Stone 和 Cleveland 对该方法做了系统的研究,Fan 等人在此基础上进一步分析并论证了LPF 的性能^[3]。

LPF 算法易于理解,简单地讲就是给定输入 x ,在其某规定邻域内利用多项式回归算法建立局部线性模型,并估计出其相应输出 y 。

设对象可描述为如下形式

$$y = m(x) \tag{1}$$

其中 $m(\bullet)$ 为一未知非线性映射。根据泰勒展开式,式(1)右半部分可写成

$$m(z) = \sum_{j=0}^p \frac{m^{(j)}(x)}{j!} (z-x)^j = \sum_{j=0}^p \beta_j (z-x)^j \tag{2}$$

其中, z 是 x 邻域内的一点, β_j 可表示为

$$\hat{\beta}_j = \arg \min_{\beta_j} \sum_{i=1}^n \left\{ y_i - \sum_{j=0}^p \beta_j (x_i - x)^j \right\}^2 K_h(x_i - x) \tag{3}$$

式中, y_i 为对应邻域内输入 x_i 的输出值, $K(\bullet)$ 称为 Kernel 函数,相当于权值函数。

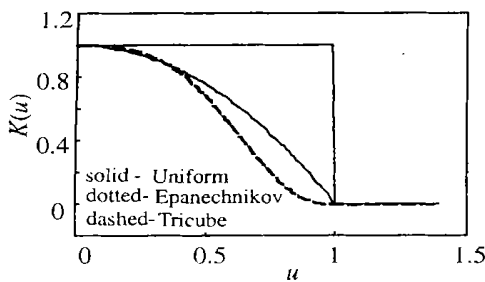


图 1 几种常见的 Kernel 函数

图 1 给出了常用的几种 Kernel 函数。其中 Epanechnikov 函数表达式为 $K(u) = (1 - u^2)_+$, Tricube 函数的表达式为 $K(u) = (1 - u^3)_+^3$ 。定义 $K_h(\bullet) = K(\bullet/h)/h$, 则由式(2), (3) 得

$$y = m(x) = \beta_0 \tag{4}$$

3 基于LPF 算法的多模型建模

3.1 算法原理

Stenman 提出了理性建模的思想^[4,5]。与以往仅考虑当前几个时刻的数据的建模方法不同,理性建模关心的是以往历史数据中与当前时刻最相近或最相似的一组数据。

从理性建模思想出发,本文提出基于LPF 算法的多模型建模方法。具体是在估计当前工作点的相应输出时,从大量输入输出历史数据中找出与该工作点相近或相似的模态。即根据某种规则划定该工作点的邻域,对该邻域内的模态利用LPF 算法建立局部模型,并估计出当前工作点的相应输出。可以看出,该方法在多模型建立过程中并不事先规定各局部输入区间,而是根据当前工作点在线划定其所属的区间(邻域)。

实际系统在运行中往往存在多个不同的工况,系统对应不同工况具有不同的非线性特征,因而用多个局部模型表征系统不同工况下的模型具有不同的切换要求。为在动态建模过程中适应不同工况,采取下面的模型切换策略:假设输出是可测的,并且上一时刻工作点 x_{k-1} 的邻域 N_{k-1} 及相应模型 m_{k-1} 已确定,则在对当前时刻工作点 x_k 建模时,先利用上一时刻工作点 x_{k-1} 的邻域 N_{k-1} 对 x_k 进行建模并预测其输出 \hat{y}_k 。若预测值 \hat{y}_k 与测量值 y_k 比较后符合某项指标(如偏差在规定范围内等),则模型不发生切换,即当前局部模型仍为 m_{k-1} ; 否则重新确定当前工作点 x_k 的邻域 N_k , 并在该邻域建立新局部模型 m_k 。

3.2 算法步骤

为简便起见,在泰勒展开式(2)中取 $p = 1$, 则 LPF 算法可由式(2), (3) 归结为

$$\hat{y} = \hat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i y_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \tag{5}$$

其中, n 为邻域内模态个数, w_i 由式(6), (7) 得出, 而

$$w_i = K_h(x_i - x) \{S_{n,2} - (x_i - x)S_{n,1}\} \tag{6}$$

$$S_{n,j} = \sum_{i=1}^n K_h(x_i - x) (x_i - x)^j \tag{7}$$

于是,利用邻域内各输入 x_i 及相应输出 y_i , 通过式(5) ~ (7) 即可估计出给定输入 x 对应的输出值 \hat{y} 。

基于LPF 算法的多模型建模方法可概括为:

Step1: 确定输入输出历史数据库,数据库应覆盖各种工况,对于工业现场数据应考虑去除噪声的滤波、平滑以及数据归一化处理等;

Step2: 确定第 k 时刻工作点 x_k 的邻域 N_k , 在该

邻域内利用 LPF 算法 (5) 求得局部模型 m_k , 得出对应 x_k 的预测输出值 y_k ;

Step3: 利用邻域 N_k 预测第 $k + 1$ 时刻的工作点 x_{k+1} 的相应输出值 y_{k+1} , 比较预测值 y_{k+1} 与测量值 y_{k+1} , 若符合模型切换条件, 则仍采用 m_k 作为局部模型; 否则 $k = k + 1$, 转 Step2;

Step4: $k = k + 1$, 转 Step3.

对于多输入问题, 算法中 x_k 应变为列向量 X_k , 式(5) ~ (7) 中的 $(x_i - x)$ 相应采用 Euclidian 范数 $\|X_i - X\|$ 。在此, 输入的概念并不局限于过程控制中作为系统输入的控制量, 它是广义上的输入, 凡是影响系统输出的系统变量均可根据需要作为输入向量的组成部分。

3.3 工作点邻域及切换准则的确定

在基于 LPF 的多模型建模方法中, 如何确定工作点的邻域以及采用何种指标来确定预测输出的准确程度, 是决定模型精确与否的主要因素, 也是有待深入研究的问题。

本文划定工作点邻域的原则是根据数据间的相似程度。目前常用的确定数据间相似度的方法有多种, 如 Euclidian 距离法、夹角余弦法、Tanimoto 相似度测量法、相似度加权测量法等。研究表明^[6], 采用各相似度测量方案所获得的结果并没有明显差别, 因此简便易行、计算量小的方法往往成为首选方法。

以多输入问题为例, 本文采用 Euclidian 范数划定某工作点 X_k 的邻域, 即

$$\|X_j - X_k\| = \sqrt{(X_j - X_k)^T (X_j - X_k)} \quad \sigma \quad (8)$$

其中, X_j 为工作点 X_k 邻域内的历史输入, σ 为用户选定的确定邻域范围的 Euclidian 范数阈值。

另外, 采用 $|y_k - \hat{y}_k| \leq \epsilon$ 为指标来确定是否对当前工作点 X_k 重新建立新的局部模型, 其中 ϵ 为设计参数, 它随不同对象或工况而变化。若 $|y_k - \hat{y}_k| \leq \epsilon$ 则认为当前局部模型能够反映系统当前特性, 建模过程中仍采用该模型; 否则, 若 $|y_k - \hat{y}_k| > \epsilon$ 则认为当前局部模型不再适于系统当前工况, 应重新选取当前工作点的邻域, 并在该邻域内利用 LPF 算法建立新的局部模型。

4 仿真研究

4.1 SISO 模型仿真

考虑下式定义的非线性函数

$$y(x) = (\ln(x) + x^3) \cos(x) \quad (9)$$

其中 x 为 $[0, 2\pi]$ 之间的随机数。仿真建模的目的是通过输入变量 x 来估计输出 y 。训练集由 500 组样本组成, 样本内加入了随机扰动; 另外产生 100 组测试样本用于校验模型。将本文提出的算法与 RBF 神经网络算法进行比较, 仿真结果如图 2 所示。

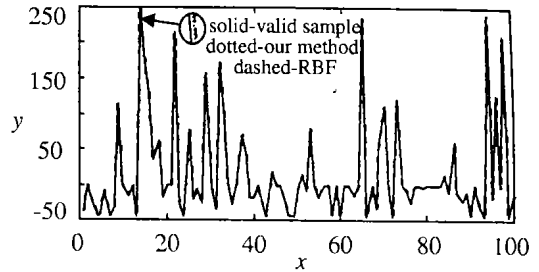


图 2 SISO 模型仿真比较

虽然两种算法的仿真结果都极其逼近校验样本, 但相对本文算法而言, RBF 在训练时间上明显加长。采用判断建模效果优劣的两个常用指标——均方根误差 (RMSE) 和最大绝对误差 (MAXE) 的效果如表 1 所示。

表 1 SISO 算例建模效果比较

建模方法	RMSE	MAXE
RBF	0.049 7	0.664 3
本文算法	0.027 4	0.274 1

RBF 神经网络具有较强的非线性拟合能力, 特别是对于 SISO 系统效果显著, 但图 2 和表 1 均表明, 在取得近似拟合效果的情况下, 本文算法具有比 RBF 更优越的性能。

4.2 MISO 模型仿真

考虑下式定义的非线性函数^[7]

$$y = \sin(\pi x_1 x_2) + (x_3 - 0.5)^2 + x_4 x_5 \quad (10)$$

其中 5 个输入变量 $\{x_i | i = 1, 2, \dots, 5\}$ 为 $[0, 1]$ 之间的随机数。仿真建模的目的是通过输入变量 $\{x_i | i = 1, 2, \dots, 5\}$ 来估计输出 y 。训练集由 400 组样本组成, 样本内加入了随机扰动; 另外产生 100 组测试样本来校验模型。仿真结果如图 3 所示。测试集的泛化结果比较见表 2。

由表 2 可见, 虽然本文方法的模型泛化误差比文献[7]的多模型建模方法大, 但由于算法简单而且避免了聚类算法本身的弊端(如算法在较大程度上依赖于初始条件等), 因而具有更强的适应性; 表中同时显示, 本文算法较其它方法的泛化能力都有不同程度的提高。

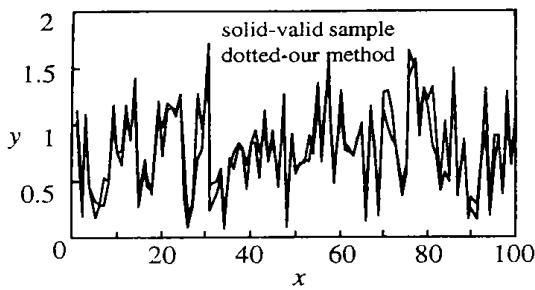


图3 MISO模型仿真比较

表2 MISO算例建模效果比较

建模方法	RMSE	MAXE
RBF-OLS	0.1946	0.6259
PLS	0.2534	0.7483
FMM-PLS	0.1695	0.4420
FMM-RBF	0.1901	0.6242
FMM	0.1590	0.4391
本文算法	0.1634	0.5791

注1 对于不同的工作点,其邻域应有所不同,但为了避免模型切换过于频繁,算法中加入了切换准则。上述两例中模型切换频率没有得到明显的抑制,这是由于模型样本是随机产生的,样本变化幅度随机性较大,相邻时刻的工作点也会因此有较大差异。对于实际对象,其样本在一定工况一定时段内变化幅度通常不会太大,此时模型往往不会频繁切换,仅当工况发生明显变化时,工作点才会有较大幅度变化,此时需要重新选取工作点邻域,即切换至新的模型,因此切换准则对于实际过程模型的作用将更加明显。另外,通过仿真实验发现,定义适当的工作点邻域及切换策略能在一定程度上提高建模精度,但它们与模型精度之间并没有明显的规律可循,本文采用试验法来选取参数。

5 结 语

从理性建模思想出发,基于LPF算法的多模型

建模方法,通过动态建立若干局部线性模型,取代覆盖整个输入输出空间的复杂的单一全局模型,更易于控制;同时充分利用历史数据,具有数据挖掘的理念,对于仅使用大批历史数据的工业过程建模而言,无疑具有实际应用价值。仿真结果也显示出其易于理解、简单可靠的特点。

该方法具有以下特点:1)利用统计学中广泛应用的局部多项式算法建立局部模型,使得方法的核心部分具有可靠的依据;2)不事先划分输入空间,即并不事先规定局部模型的个数,而是动态地在线建立局部模型,因而具有更强的适应性;3)建模过程中划定的某工作点邻域是距离意义上的概念,而不是时间意义上的概念;4)较之全局模型,本文算法通过局部优化而非全局优化来获得预测值,无疑增强了算法的性能;5)如何确定工作点邻域及模型切换准则,直接影响着模型精度,尚待进一步研究。

参考文献(References):

- [1] Boukhris A, Mourot G, Ragot J. Non-linear dynamic system identification: A multimodel approach [J]. *Int J Control*, 1999, 72(7/8): 591-604
- [2] Johanson T A, Foss B A. Multiple model approaches to modeling and control [J]. *Int J Control*, 1999, 72(7/8): 575
- [3] Fan J, Gijbels I. Local polynomial modelling and its applications [M]. London: Chapman & Hall, 1996
- [4] A Stenman, F Gustafsson, L Ljung. Just in time models for dynamical systems [A]. *Proc of the 35th Conf on Decision and Control [C]*. Kobe, 1996: 1115-1120
- [5] Stenman A. Model-free predictive control [A]. *Proc of the 38th Conf on Decision and Control [C]*. Phoenix, 1999: 3712-3717.
- [6] Kohonen T. Self-organizing maps [M]. Heidelberg: Springer, 1995: 15-17.
- [7] 仲蔚. 软测量与先进控制策略研究及在石油化工过程中的应用 [D]. 上海: 华东理工大学, 1999.