

文章编号: 1001-0920(2002)01-0037-04

论资本市场的分形结构: 以青岛市为例

伍海华, 李道叶, 高 锐
(青岛大学 金融学院, 山东 青岛 266071)

摘要: 在对有效市场假说分析的基础上, 指出了传统资本理论分析的不足。以青岛市目前上市交易的 6 家公司股票日收盘价为例, 用分形理论对我国股票市场的分形结构与分形维进行研究。结果表明, 我国股票市场具有明显的分形结构, 各股价格变化可由 3~4 个状态变量来描述。

关键词: 资本市场; 分形结构; R/S 分析法; 赫斯特指数

中图分类号: F8 文献标识码: A

On the fractal structure of capital market: The case of Qingdao city

WU Hai-hua, LI Dao-ye, GAO Rui

(College of Financial Science, Qingdao University, Qingdao 266071, China)

Abstract: The deficiency of traditional capital theories is pointed out on the basis of analysis of efficient market hypothesis. Six companies of Qingdao that have been exchanged in the stock market are taken as examples to analyze the fractal structure and fractal dimensions of Chinese stock market. Chinese stock market is shown to have fractal structure and each share can be characterized by 3~4 variables.

Key words: capital market; fractal structure; R/S analysis; Hurst exponent

1 引 言

作为新古典主义经济学基石之一的有效市场假说(EMH), 一直是分析资本市场的理论前提。该假说认为, 资本市场的当前市场价格充分反映了所有的市场公开信息, 价格变动过程遵循马尔科夫过程, 是一个随机游走过程, 价格变化收益率概率分布服从正态分布。在 EMH 下, 金融理论中用于研究资本市场价格变化的主要模型有: Markowitz 的现代资产组合理论, Sharpe 等人的资本资产定价理论, Black-Scholes 的期权定价模型和 Ross 的套利定价

模型等。这些理论模型建立在理性投资者、有效市场及随机过程假定等 3 个基础上^[1]。

随着理论的发展, 人们不断怀疑资本市场的理论基础。国内外许多有关资本市场的实证研究都已表明资本市场的收益率正态分布假说和 EMH 的失灵。传统资本市场理论之所以不能解释资本市场的许多现实情况, 根本原因在于这一理论大多是在线性范式下近似分析, 但现实资本市场大多是以非线性方式对外界作用发生反应, 非线性关系使得因果关系失衡, 一个微小的因素就能导致其幅值无法衡量的效果。我国股市的大幅度变化及价格时间序列

收稿日期: 2001-03-01; 修回日期: 2001-08-06

基金项目: 国家自然科学基金项目(79970114)

作者简介: 伍海华(1966—), 男, 湖南新宁人, 教授, 博士, 从事金融理论与政策、金融工程的研究; 李道叶(1975—), 男, 江西上饶人, 硕士生, 从事金融理论与政策的研究。

的高度自相关性,也清楚地表明此为非线性效应。因此,新古典经济学赖以生存的线性分析和近似分析两个极为重要的工具,无法准确描述资本市场的这种复杂多变性,客观上需要以非线性方法对资本市场进行研究^[2]。

2 研究方法及理论框架

作为研究非线性系统有效工具的分形理论,可将不确定的非线性系统数量化,在无规则性中找到秩序。分形理论在自然界的科学研究中已得到广泛的应用,近年来,许多理论工作者运用复杂性科学的研究方法来研究资本市场,克服了EMH和资本市场理论的局限性。大多数资本市场价格走势实际上是一个分形时间序列,分形时间序列是以长期记忆过程为特征,具有循环和趋势双重特征。股票市场作为资本市场最重要的组成部分,其价格运动能反映资本市场的主要特征。现用分形理论研究股票市场价格形成的价格时间序列,分析其分形结构并用分形特征描述股票市场价格运动。

2.1 R/S 分析法

在分形理论中,R/S分析法是研究分形时间序列的一种常用方法。它是Hurst在大量实证研究的基础上提出的,Mandelbrot首次将R/S分析应用于美国证券市场。R/S分析法基本思路如下^[1]:

对股票价格形成的时间序列 x_t ,分为 A 个长度为 N 的等长子区间,对于每一子区间,令

$$X(a, t) = \sum_{i=1}^t (x_{N(a-1)+i} - M_a) \quad (1)$$

其中, $X(a, t)$ 为第 a 个区间的累积离差, $x_{N(a-1)+i}$ 为区间 a 的第 i 个观测值, M_a 为区间 a 的平均值, $t = 1, 2, \dots, N$ 。

对每一子区间,可得到 N 个累积离差, N 个离差中的最大值和最小值之差即极差

$$R = \text{Max}(X(a, t)) - \text{Min}(X(a, t)) \quad (2)$$

用每个区间测得的标准差去除极差,这个“重标极差”应随时间增加。赫斯特建立了如下关系

$$R/S = (bN)^H \quad (3)$$

其中, R/S 表示重标极差, N 为区间长度, b 为某一常数, H 为赫斯特指数,且 $0 < H < 1$ 。

对每个子区间计算 R/S ,可得 A 个 R/S ,求出这 A 个 R/S 的平均值,可得出用 N 来等分时间序列下的 R/S 估计值。用不同常数 N 来等分,便可得到不同的 R/S 。根据 R/S 随 N 的变化关系,可研究时间序列不同时间段的统计特性,由 $\ln(R/S)$ 相对于

$\ln(N)$ 函数变化斜率得出赫斯特指数 H 。

赫斯特指数可衡量一个时间序列的统计相关性。当 $H = 0.5$ 时,时间序列为标准的随机游走,不同时间的值是不相关的,收益率呈正态分布,即EHM下出现的状态。当 $H > 0.5$ 时,收益率不再呈正态分布,时间序列各个观测值之间不是互相独立的,后面的观测值都带着在它之前的观测值的“记忆”随时间延长,前面观测值对后面观测值影响越来越少。在此情形下,时间序列是一长串联系的事件叠加的结果。

2.2 赫斯特指数的估计

对式(3)两边取对数,得

$$\ln(R/S) = H \ln(N) + \ln(a) \quad (4)$$

由 $\ln(R/S)$ 相对于 $\ln(N)$ 的斜率便可估计出 H 。通过 $\ln(R/S) \sim \ln(N)$ 图,很容易观察到赫斯特指数在何处发生突变,并进一步估计出周期长度,一般用统计量 $V(N)$ 来估计周期长度,即

$$V(N) = (R/S) / \overline{N} \quad (5)$$

对于独立随机过程的时间序列,统计量 $V(N) \sim \log(N)$ 图是平坦的。对于具有状态持续性的过程, $V(N) \sim \log(N)$ 图向上倾斜;反之,对于具有逆状态持续性($H < 0.5$)的过程, $V(N) \sim \log(N)$ 向下倾斜。故根据 $V(N) \sim \log(N)$ 的关系可判断时间序列某一时刻的值对后面测值的影响时间长度界限。

2.3 分形维数的确定

分形维是描述非线性系统复杂程度的重要指标,它可决定系统受几个主要状态变量的影响。分形维有多种计算方法,如拓扑维、Hausdorff维、信息维等。Grassberger和Procaccia利用嵌入理论和重构相空间技术,提出了从时间序列直接计算关联维数的算法。关联维数也是一种分形维,它具有保守性、计算简洁性和稳定性等特点^[3]。关联维计算的基本原理如下:

设 $\{x_k; k = 1, 2, \dots, N\}$ 是所观测到的股票市场价格时间序列,将其嵌入到 m 维欧氏空间,可得 m 维欧氏空间中的点集,其元素为

$$X^n(m, \tau) = (x_n, x_{n+\tau}, \dots, x_{n+(m-1)\tau})$$

其中, $n = 1, 2, \dots, N_m, N_m = N - (m-1)\tau$ 。点与点之间的关联程度可用它们的欧氏距离来衡量,两点之间的欧氏距离为

$$d(r_i, r_j) = \left[\sum_{k=0}^{m-1} (x_{i+k\tau} - x_{j+k\tau})^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

给定一个数 r ,并检查一遍有多少点对之间的

距离 $d(r_i, r_j)$ 小于 r , 把距离小于 r 的点对数占总点对数 $N_m(N_m - 1)$ 的比例记为 $C(r)$, 可表示为

$$C(r) = \frac{1}{N_m(N_m - 1)} \sum_{i,j=1}^{N_m} \theta(r - d(r_i, r_j)) \quad (7)$$

其中 $\theta(x)$ 为阶跃函数, 即

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (8)$$

适当选取区间 r , $C(r)$ 与 r 之间存在如下关系

$$C(r) = r^D \quad (9)$$

若此关系存在, D 即为所求时间序列的关联维, 可表示为

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \ln C(r) / \ln r \quad (10)$$

在实际计算中, 适当选取 r 的一个区间, 可求得多个 $C(r)$ 值, 由 $\ln C(r) - \ln r$ 回归直线的斜率即可求得关联维数 D 。如果增加嵌入维数 m , 当关联维数 D 随着 m 的增加趋于稳定时, 则求得的 D 即为所求的时间序列的关联维^[4]。

3 实证分析

3.1 数据选取

现用上述有关分形理论来研究我国股市价格走势的特性。考虑到资料选取的充足性和可靠性, 选用代表大盘的上证综合指数和青岛市 6 家上市公司的股票价格日收盘价。上证综合指数数据从 1996 年 10 月 22 日至 2001 年 3 月 10 日。各股所选区间如下: 青岛啤酒(600600) 和青岛海尔(600690) 从 1994 年 3 月 25 日至 2001 年 3 月 10 日; 青岛国货(0416) 从 1996 年 7 月 19 日, 青岛双星(0599) 从 1996 年 4 月

30 日, 青岛东方(0739) 从 1997 年 5 月 9 日至 2001 年 3 月 10 日; 海信电器(600060) 从 1997 年 4 月 22 日至 2001 年 3 月 10 日。

将原始价格数据中涉及到除权、除息等因素影响到价格发生跳跃的数据进行调整(但不包括那些重大利好、利空或其它因素而造成的股票价格剧烈变动), 对调整后的数据计算对数收益率序列, 并用 AR(1) 自回归分析消除线性序列中的线性增长趋势。

3.2 分析结论

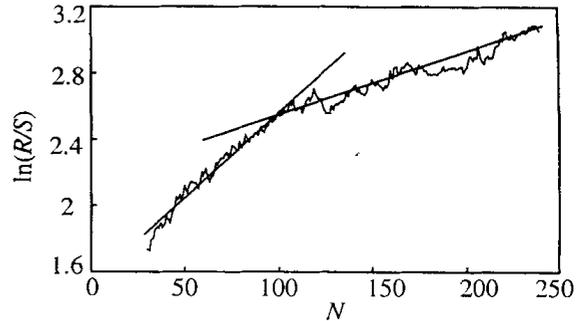


图 1 上证综合指数 $\ln(R/S) - N$ 关系图

图 1 为上证综合指数价格序列 $\ln(R/S) - N$ 的函数关系。可见, 当时间增量 N 增加到 120 个交易日左右时, $\ln(R/S)$ 随 N 的增长速率有明显的改变。以 120 个交易日为分界点, 对 $\ln(R/S) - \ln(N)$ 分别进行回归计算, 得出 H 值分别为 0.70 和 0.51(相关系数分别达到 0.991 和 0.967), 因此上证综合指数存在明显的分形结构。对所选青岛市上市各股做类似分析, 可得出如下结论:

1) 股票价格相关统计特性存在周期性

表 1 各股赫斯特指数回归分析结果

股票名称	回归区间	截距(t 检验)	H (t 检验)	R^2	F
青岛啤酒	3 N 110	- 0.642(- 23.005)	0.722 (65.375)	0.995	4 273.900
	$N > 110$	- 0.163(- 0.248)	0.492 (2.690)		
青岛海尔	3 N 103	- 0.617(- 23.256)	0.707 (67.383)	0.996	4 540.480
	$N > 103$	- 0.003(- 0.237)	0.453 (0.844)		
青岛国货	3 N 110	- 0.723(- 27.118)	0.785 (72.271)	0.997	5 223.151
	$N > 110$	- 0.856(- 5.496)	0.547 (3.128)		
青岛东方	3 N 100	- 0.572(- 13.217)	0.685 (37.639)	0.989	1 416.661
	$N > 100$	- 0.685(- 2.340)	0.592 (4.876)		
海信电器	3 N 105	- 0.535(- 9.579)	0.690 (29.338)	0.981	860.694
	$N > 105$	- 1.013(- 9.812)	0.501 (6.212)		
青岛双星	3 N 105	- 0.670(- 22.726)	0.746 (61.221)	0.995	3 748.047
	$N > 105$	- 0.946(- 8.830)	0.477 (7.750)		

这里的周期性并非指价格涨落区间的周期变化。对于分形时间序列,前面观测值会对后面观测值产生影响。周期性指的是某个观测值对后面值产生影响的最大时间长度。上证综合指数的相关统计周期为 120 个交易日,对 6 股 $\ln(R/S) - N$ 和 V 统计量的分析,各股周期较为接近,基本上在 105 个交易日左右。即这些股票现在的价格会对以后 105 个交易日左右时间内的价格产生影响,而这之后的股票价格与现在的价格是相互独立的。

2) 证明我国股票价格具有分形结构与持久性

以各股周期长度为分界点计算赫斯特指数 H , 计算结果及各检验系数如表 1。在周期长度内,各股的赫斯特指数 H 均在 0.7 左右,且回归拟合效果较好(R^2 和 F 值均较大),说明 H 是较可靠的。由前面的分析知,当 $H > 0.5$ 时,时间序列具有分形结构和较强的持久性,各观测值之间互不独立,前面的值会对后面的值产生影响,收益率分布是一个有偏的随机过程,故这些个股具有明显的持久性和分形结构。从各股周期长度外的赫斯特指数 H 回归计算结果看,各检验系数均不是很好,但赫斯特指数 H 基本上在 0.5 左右。此时时间序列相关性很小,基本上呈随机游走过程。

3) 用赫斯特指数比用方差度量风险更为合理

传统资本市场理论用方差来度量风险,是建立在价格收益呈随机游走假定基础上的。对于收益不呈随机游走过程的股票而言,方差不能有效地度量实际价格风险,而赫斯特指数 H 则能度量时间序列参差不齐的程度。 H 值越低,系统中的噪声越多;而高 H 值则显示出更少的噪声、更强的持久性和更为清楚的趋势,风险当然也更小^[1]。表 2 是各股票对数收益率标准差与赫斯特指数 H 的比较。用传统的收益率标准差分析风险,结论按风险大小排列,依次是:青岛海尔、青岛国货、青岛啤酒、青岛东方、青

表 2 各个股的标准差与赫斯特指数比较

股票名称	对数收益率		
	均值	标准差	H
青岛啤酒	0.023 84	0.759 8	0.722
青岛海尔	0.021 34	0.808 9	0.707
青岛国货	0.031 06	0.790 2	0.785
青岛东方	0.015 46	0.738 5	0.685
海信电器	0.023 58	0.575 1	0.690
青岛双星	0.031 35	0.616 0	0.746

岛双星、海信电器;而按赫斯特指数 H 排列,依次是:青岛东方、海信电器、青岛海尔、青岛啤酒、青岛双星、青岛国货。后者更为接近实际情况。

4) 分形维决定股票价格的本质影响因素数目

既然已知各个股具有明显的分形结构,便可通过计算其分形维来确定影响价格的本质因素数目。表 3 为各个股的分形维,分形维都在 2 ~ 4 之间,决定这些股票价格走势的本质因素只有 3 ~ 4 个,因此用 3 ~ 4 个状态变量便可描述这些股票的价格走势。

表 3 各股票分形维(关联维数)

股票名称	分形维	股票名称	分形维
青岛啤酒	2.89	青岛东方	3.13
青岛海尔	2.65	海信电器	3.06
青岛国货	2.76	青岛双星	2.87

参考文献(References):

- [1] 埃德加 E 彼得斯. 资本市场的混沌与秩序[M]. 王小东译. 北京: 经济科学出版社, 1999. 10-19.
- [2] 张德贤, 陈中慧. 非线性动态经济学——分支与混沌[M]. 青岛: 青岛海洋大学出版社, 1995. 1-3.
- [3] 理查德 H 戴. 混沌经济学[M]. 上海: 上海译文出版社, 1996. 177-184.
- [4] 仪垂祥. 非线性科学及其在地理学中的应用[M]. 北京: 气象出版社, 1995. 238-243.

(上接第 36 页)

- [32] Shi L, Olafsson S, Chen Q. A new hybrid optimization algorithm[J]. Comp Ind Eng, 1999, 36(2): 409-426.
- [33] Huntley C, Brown D. Parallel genetic algorithms with local search[J]. Comp Opns Res, 1996, 23(6): 559-571.
- [34] Cesari G. Divide and conquer strategies for parallel TSP heuristics[J]. Comp Opns Res, 1996, 23(7): 681-

694.

- [35] Fredman M L, Johnson D S, McGeoch L A, et al. Data structures for traveling salesman[J]. J of Algor, 1995, 18(3): 432-479.
- [36] Kirkpatrick S, Toulouse G. Configuration space analysis of traveling salesman problem[J]. J Phys, 1985, 46(8): 1277-1292.