

文章编号: 1001-0920(2002)02-0129-06

控制理论在 Internet 拥塞控制中的应用

汪小帆, 孙金生, 王执铨

(南京理工大学 自动化系, 江苏 南京 210094)

摘要: 随着 Internet 技术的持续发展, Internet 发生严重拥塞的危险性更加令人关注, 而有效的拥塞控制机制是保证 Internet 稳定运行的关键因素之一。为此, 介绍了现有的 Internet 拥塞控制机制, 综述了在利用控制与优化理论分析与设计拥塞控制算法方面的主要工作, 并指出了一些存在的问题, 以期引起广大控制理论研究人员的广泛关注。

关键词: 网络; 拥塞; 控制; 稳定性

中图分类号: TN 913 **文献标识码:** A

Application of control theory to Internet congestion control

WANG Xiao-fan, SUN Jin-sheng, WANG Zhi-quan

(Department of Automation, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: With the constant development of Internet, the possibility of severe Internet congestion collapse has received much more concern. Efficient congestion control mechanism is one of the key elements to the stability of Internet. The current Internet congestion control mechanism is introduced. The main work analysis and design of congestion control algorithm based on control and optimization theory are reviewed. Some open problems are also pointed out, with the aim of attracting the interests of researchers in the field of control theory.

Key words: network; congestion; control; stability

1 引言

在过去的十几年中, Internet 经历了爆炸式的增长, 网络拥塞问题变得越来越严重。网络产生拥塞的根本原因在于用户(端系统)给网络提供的负载大于网络资源容量和处理能力, 表现为数据包时延增加、丢弃数增大、上层应用系统性能下降等。有效的拥塞控制是确保 Internet 稳定的关键, 也是各种管理控制机制和应用(如多媒体通信中 QoS 控制与区分服务)的基础。传统上认为, 随着网络容量的不断增加, 拥塞控制的作用便会降低。但近期研究表明,

网络容量的持续增加反而使 TCP 拥塞控制的稳定性问题越来越严重, 当网络容量增大到一定极限时, 现有的拥塞控制系统将不稳定。因此, Internet 的稳定发展需要更好地理解拥塞控制机制并不断加以改进。

从控制的角度看, 分析 Internet 拥塞控制的复杂性在于: 1) Internet 本身是一个极其复杂的巨系统, 网络结构复杂, 规模巨大, 应用种类繁多且在不断演化, 网络用户数随时变化且不时发生各种随机性故障等, 这便使得 Internet 建模极其困难; 2) 在 Internet 上不可能采用集中控制, 而必须使用分散反

收稿日期: 2001-05-24; 修回日期: 2001-07-18

作者简介: 汪小帆(1967—), 男, 江苏句容人, 博士后研究人员, 从事复杂网络分析与控制研究; 王执铨(1939—), 男, 湖北武汉人, 教授, 博士生导师, 从事动态大系统建模与控制等研究。

馈控制机制; 3) 反馈信号的传输必然存在传输时延, 而且随着路径及环境的不同, 时延也将不断发生变化; 4) 由于应用及环境的不同, 需要采用不同的拥塞控制策略, 例如实时多媒体数据流就不宜采用 TCP 拥塞控制。这使得分析各种控制策略的相互影响以及它们对整个网络稳定性的影响变得更为困难。尽管如此, 最近几年中, 人们还是在利用控制与优化理论分析现有拥塞控制的稳态与动态性能以及设计新的拥塞控制算法方面做了大量的工作, 取得了良好的开端。本文对这方面的主要研究成果进行综述, 目的是希望有更多的控制理论工作者在使用 Internet 的同时, 也关心 Internet 的控制问题, 并为其健康发展做出贡献。

2 Internet 拥塞控制机制

2.1 端到端 TCP 拥塞控制策略

20 世纪 80 年代中期, Internet 尚处于发展初始阶段, 由于缺乏适当的拥塞控制机制, Internet 曾经历过严重的拥塞, 称为拥塞坍塌。从 80 年代末开始, 基于窗口的端到端 TCP 拥塞控制对 Internet 的稳定性起了关键作用^[1]。TCP 拥塞控制是 ACK 同步的, 即当发送端接收到目的端返回的确认信号时, 才传输新的数据。TCP 拥塞控制的基础是加性增/乘性减 (AIMD) 策略, 它包括以下几个相互关联的算法: 1) 慢启动算法: 用于在建立新的连接时随回路响应时间 (RTT) 按指数增长拥塞窗口 wnd , 以探测网络带宽, 从而避免一开始就发送大量数据包而造成严重拥塞; 2) 拥塞避免算法: 当 wnd 大于慢启动阈值 $ssthresh$ 时, 执行拥塞避免算法, 即每个 RTT 使 wnd 增加一个数据包, 在超时重传计数器发生超时时, wnd 被重置为 1; 3) 快速重传和恢复算法: 在源端收到几个 (通常为 3 个) 重复 ACK 时, 则断定数据包已丢失, 并立即重传可能丢失的数据包, 同时将 $ssthresh$ 设置为当前 wnd 的一半。目前使用最广泛的版本是 TCP Reno, 它的两个主要改进版本是 TCP New-Reno^[2] 和 TCP SACK^[3]。此外, 还有利用 RTT 控制拥塞的 TCP Vegas 算法^[4]。RFC2581 对 TCP 拥塞控制机制作了详细介绍^[5], 而有关 TCP 拥塞控制的最新进展可参见文献^[6]。

值得注意的是, 在 Internet 上仅有 TCP 拥塞控制是不够的。例如, 实时多媒体流应用要求发送速率具有平滑性, 故需采用非 TCP 拥塞控制。但为保证网络的公平性, 任何一种拥塞控制协议都应是“TCP

友好”的, 即不能表现出比 TCP 拥塞控制过分强或过分弱的争抢带宽的能力, 一个典型的“TCP 友好”协议是 TRFC 协议^[7]。无线网络也不能采用 TCP 拥塞控制, 因为在无线环境下, 包丢失已不能作为拥塞信号。

2.2 网络拥塞避免策略

为持续有效地控制 Internet 拥塞, 一方面要继续改进已有的 TCP 拥塞控制算法, 并要求所有用户采用兼容的端到端拥塞控制^[8]; 另一方面, 网络 (路由器) 也应采用适当的调度算法与队列管理策略, 以便有效地避免拥塞。目前路由器中使用最广泛的是简单的先进先出 (FIFO) 包调度算法结合“去尾”队列管理策略, 即当路由器缓存已满时, 丢弃后续到达的数据包。对 FIFO 算法的改进包括公平排队算法 (FQ)、加权公平排队算法 (WFQ) 和基于类的排队算法 (CBQ) 等。

“去尾”队列管理策略的主要缺点是会产生闭塞和满队列现象, 造成大量数据包丢失。通过把“去尾”策略改为当队列满时“去头”或“随机丢弃”策略, 可以避免产生闭塞, 但却无法克服满队列现象。这促使网络专家建议在路由器中采用“主动队列管理” (AQM) 策略, 即在队列满之前就按一定概率丢弃或标记少量数据包, 从而使在缓存溢出之前端点就能对拥塞做出响应^[9]。AQM 的目标是使路由器能控制平均排队长度, 减少数据包丢弃数。考虑到网络业务流的自相似性与突发性^[10], 维持较低的平均排队长度是很重要的。AQM 有助于避免闭塞现象并提供低时延的交互式服务。

一个 AQM 算法包括拥塞度量选取和概率函数设计两部分。一种基本的 AQM 策略是随机早期检测算法 (RED)^[11]。RED 算法采用的拥塞度量是 (指数加权滑动) 平均排队长度 $\tilde{q} = (1 - \alpha)\tilde{q} + \alpha q$, 其中 q 为当前排队长度, $\alpha \in (0, 1)$ 为权。丢弃概率函数 p 为 \tilde{q} 的分段线性递增函数, 如图 1 所示。其中 min_{th} , max_{th} 和 p_{max} 为可配置的 RED 参数。

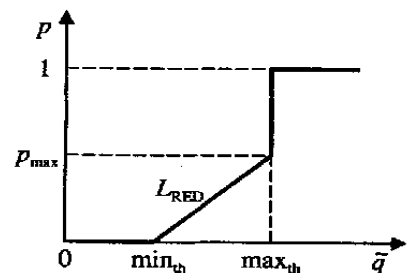


图 1 RED 丢失概率函数

RED 的主要问题在于参数配置困难, 而配置不适当则会引起网络不稳定和大量数据包丢失。因此, 尽管新的 Cisco 路由器中都包含了 RED 选项, 但迄今 RED 还极少在实际中使用。近期, 人们对 RED 提出了多种修正方案, 包括 ARED, WRED, FRED, RUI, SRED 和 BLUE 等。RED 中按概率丢弃数据包的策略, 可改为按概率给数据包标记显式拥塞指示 (ECN) 比特位^[12]。

与 RED 不同的 AQM 策略是随机指数标记算法 (REM)^[13]。REM 采用的拥塞度量称为影子价格, 这是一个与性能度量 (如时延、丢失率等) 解耦的量。其优点是在稳态时可同时获得高利用率和几乎为零的排队长度, 称为“匹配速率清空缓存”特性。REM 的另一个特性是单条链路的标记概率函数为该链路价格的指数函数, 从而整个端到端标记概率函数是其经过路径上所有链路价格和的指数函数, 而源端可根据估计的价格和调节其发送速率。

总之, 保持 Internet 拥塞控制的有效性, 需要更好地认识和改进端到端拥塞控制机制, 并结合有效的网络层拥塞避免策略。同时还应认识到, 拥塞控制的设计和实现面临着众多的折衷, 不可能有一种设计和实现所有环境中都是最好的。

3 基于优化理论的拥塞控制

Low 等^[14-16] 基于优化理论提出了 TCP/AQM 对偶性模型。该模型把现有的 TCP 拥塞控制和 AQM 算法看作是求解具有适当效用函数的最优速率分配问题的分布式算法, 从而可从理论上分析网络在平衡状态时的性能, 如吞吐量、丢失率、时延和排队长度等。

在整个拥塞控制机制中, 源端发送速率和路由器拥塞度量是相互影响的。源端根据反馈回来的拥塞度量调整其发送速率, 而各源端发送速率的大小又会反过来影响拥塞度量, 从而构成一个闭环拥塞控制系统。对偶性模型的主导思想是把发送速率看作原始变量, 把拥塞度量看作对偶变量, 而现有的 TCP/AQM 算法则可看作是使总的资源利用率最大的 Lagrangian 方法, 这是优化理论中的一个基本方法。

假设一个网络包含 L 条通信链路, 它们被 s 个源共享。当源 s 的发送速率为 x_s 时, 其效用函数值为 $U_s(x_s)$, 并假设 U_s 为严格凸的连续可微的递增函数。每个链路 l 根据经过它的累计源发送速率调整

拥塞度量 $p_l(t)$, 而每个源 s 则根据它所经过的路径上链路的拥塞度量之和调节其发送速率 $x_s(t)$ 。记 $x(t) = (x_s(t), s = S), p(t) = (p_l(t), l = L)$, 则有

$$\begin{cases} x(t+1) = F(x(t), p(t)) \\ p(t+1) = G(x(t), p(t)) \end{cases} \quad (1)$$

其中, 函数 F 表示源端拥塞控制算法, 如 TCP Reno 和 TCP Vegas 等; 函数 G 表示路由器排队管理, 如 RED 和 REM 等。这样, 每组 TCP/AQM 策略就可用 3 元组 (F, G, U) 来刻画。

为简单起见, 考虑 S 个源共享一个容量为 C 的链路的情形, 拥塞控制的目标是选取发送速率 (即原始变量), 使得

$$\begin{cases} \max_{x_s \geq 0} U_s(x_s) \\ \text{s.t.} \quad x_s \leq c \end{cases} \quad (2)$$

式 (2) 称为原始问题, 相应的对偶问题为选取拥塞度量 (即对偶变量), 使得

$$\min_p D(p) = \max_{x_s \geq 0} U_s(x_s) - x_s p + p c \quad (3)$$

根据优化理论中经典的 Kuhn-Tucker 定理, 存在非负值 (x^*, p^*) 使得 x^* 为原始问题的解, 而 p^* 为对偶问题的解。不同的机制采用不同的拥塞度量, 如 TCP Reno 依据包丢失, TCP Vegas 根据排队时延, RED 采用队列长度, 而 REM 则基于价格。TCP/AQM 对偶性模型如图 2 所示。文献 [14] 给出了常见的 TCP/AQM 策略, 如 Reno/DropTail, Reno/RED, Reno/REM, Vegas/DropTail 和 Vegas/REM 等的 3 元组 (F, G, U) 的具体形式, 并分析了它们的稳态性质。最近, Paganini^[17,18] 在上述模型基础上, 利用反馈控制理论, 进一步分析了基于优化的拥塞控制的稳定性和鲁棒性。

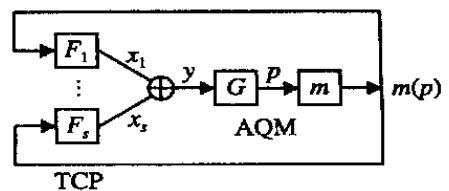


图 2 TCP/AQM 对偶性模型

此外, Kelly^[19-21] 基于优化理论提出了另一类拥塞控制框架, 并利用 Lyapunov 稳定性理论分析了拥塞控制系统的稳定性。

4 基于经典控制理论的拥塞控制

Misra 等^[22] 新近提出了 TCP/AQM 的微分方

程模型,在忽略定时机制的情形下,该模型可描述为

$$\begin{cases} \frac{dW(t)}{dt} = \frac{1}{R(t)} - \frac{W(t)W(t-R(t))}{2R(t)} p(t-R(t)) \\ \frac{dq(t)}{dt} = \frac{N(t)}{R(t)} W(t) - C \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$R(t) = q(t)/C + T_p \quad (5)$$

W 为 TCP 窗口, q 为拥塞队列长度, R 为 RTT, C 为排队容量, T_p 为传输时延, N 为负载因子 (TCP 会话数), p 为丢失概率。

记 W 和 q 为系统 (4) 的状态, p 为时延反馈输入, 系统 (4) 的平衡点 (W_0, q_0, p_0) 满足条件

$$W_0^2 p_0 = 2, \quad W_0 = \frac{R_0 C}{N}, \quad R_0 = \frac{q_0}{C} + T_p \quad (6)$$

系统 (4) 在该平衡点的线性化方程为

$$\begin{cases} \delta \dot{V}(t) = -\frac{2N}{R_0^2 C} \delta V(t) - \frac{R_0 C^2}{2N^2} \delta p(t-R_0) \\ \delta \dot{q}(t) = \frac{N}{R_0} \delta V(t) - \frac{1}{R_0} \delta q(t) \end{cases} \quad (7)$$

记 $P_{tcp} e^{-sR_0}$ 和 P_{queue} 分别为从 δp 到 δV 和从 δV 到 δq 的传递函数, 则有

$$\begin{cases} P_{tcp}(s) = \frac{R_0 C^2 / 2N^2}{s + 2N / R_0^2 C} \\ P_{queue}(s) = \frac{N / R_0}{s + 1/R_0} \end{cases} \quad (8)$$

整个线性时延反馈控制系统结构如图 3 所示。

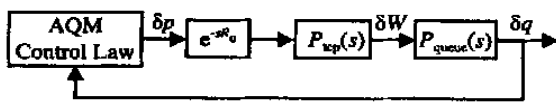


图 3 AQM 控制系统

不同的 AQM 策略对应于不同的控制器 $C(s)$ 。RED 的传递函数为

$$C(s) = C_{RED}(s) = \frac{L_{RED}}{s/K + 1} \quad (9)$$

其中

$$L_{RED} = \frac{p_{max}}{m_{ax_{th}} - m_{in_{th}}}, \quad K = \frac{\log_e(1 - \alpha)}{\delta} \quad (10)$$

δ 为采样频率。可以证明^[23], 如果 L_{RED} 和 K 满足

$$\frac{L_{RED}(R^+ + C)^3}{(2N^-)^2} \sqrt{\frac{\omega^2}{K^2 + 1}} \quad (11)$$

其中

$$\omega = 0.1 \min \left\{ \frac{2N^-}{(R^+)^2 C}, \frac{1}{R^+} \right\} \quad (12)$$

则当 $N > N^-$ 和 $R < R^+$ 时, 图 3 所示的采用 RED 的控制系统是稳定的, 且其增益裕度 (GM) 和相角裕度 (PM) 满足

$$GM > 5\pi, \quad PM > 85^\circ \quad (13)$$

因而当 $N > N^-, R < 15R^+$ 或 $N > \frac{1}{5\pi} N^-, R < R^+$ 时, 该控制系统仍是稳定的。

RED 的控制理论分析揭示了 RED 的两个局限性: 首先是响应速度与稳定裕度之间的矛盾, 即较快的响应速度将导致较小的稳定裕度, 而较大的稳定裕度又意味着较慢的响应速度; 其次是 RED 的排队长度与丢失概率具有直接的关联性, 当网络超载时, 会同时发生高时延和高丢失率。

基于上述控制系统模型, Holot 等^[24] 研究了在 AQM 中采用经典的 PI 控制律, 即

$$C(s) = K_{PI} \frac{s/z + 1}{s} \quad (14)$$

理论分析和实验结果表明, PI 控制律的性能优于 RED。一个值得进一步探讨的课题是: 基于 TCP/AQM 控制系统模型, 分析采用现代控制理论中其它控制策略 (如 LQG/LTR、鲁棒控制和非线性自适应控制等) 的可行性。

此外, Mascolo^[25] 基于经典控制理论和 Smith 原理设计了一个稳定的拥塞控制算法。传输时延是网络拥塞控制必须考虑的一个重要因素, 而 Smith 预测器则是用于大时延过程的一个典型的补偿器, 其优点是将时延系统设计问题转化为无时延系统的设计问题。文献[25]的分析表明, 现有的 TCP 拥塞控制也可解释为一个 Smith 预测器。

5 基于现代控制理论的拥塞控制

5.1 可扩展稳定网络拥塞控制

近期的研究揭示了现有的拥塞控制机制在高时延或大容量时的不稳定性, 表明随着网络容量的持续增加, 现有拥塞控制的有效性将达到极限。最近, Paganini 等^[26] 利用多变量鲁棒控制理论, 设计了一个新的拥塞控制系统, 它对于任意网络拓扑、容量及时延能保持局部稳定性。

考虑一个包含 S 个源和 L 条通信链路的网络。定义 $-L \times S$ 的路由矩阵 R 如下: 若源 i 使用链路 l , 则 $R_{li} = 1$; 否则, $R_{li} = 0$ 。链路 l 的容量为 c_l , 价格为 p_l , 经过该链路的源的累计速率为 y_l 。源 i 的发送速率为 x_i , 它使用的所有链路的累计价格为 q_i 。这些变量对应的向量记为 c, y, p, R^l, x, q, R^s 。它们满

足如下关系(见图 4)

$$\begin{cases} y(s) = R_f(s)x(s) \\ q(s) = R_b(s)^T p(s) \end{cases} \quad (15)$$

这里 $R_f(s)$ 和 $R_b(s)$ 为前向和后向路由矩阵, 并假设 $R_f(0) = R_b(0)$ 是行满秩的。

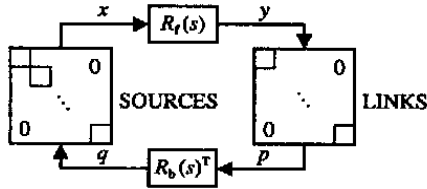


图 4 基于价格信号的一般拥塞控制结构

Paganini 等已证明: 如果在平衡状态 (x_0, y_0, p_0, q_0) 的源控制器增益为

$$k_i = - \frac{\alpha x_{0i}}{M_i \tau_i} \quad (16)$$

其中, α 为待定参数, M_i 为源 i 经过的瓶颈链路数, τ_i 为源 i 的 RTT, 路由器价格调节器为积分器 $1/c_i s$, 则对于任意容量及时延, 该平衡状态是局部稳定的。文献[26]给出了一种实现方案, 其中源端发送速率控制律为

$$x_i = f_i(q_i) = x_{\max} e^{-\alpha q_i / (M_i \tau_i)} \quad (17)$$

这里 x_{\max} 为最大发送速率参数。路由器价格调节律为

$$p_i = \begin{cases} \frac{y_i - c_i}{c_i}, & p_i > 0 \\ \max\left\{0, \frac{y_i - c_i}{c_i}\right\}, & p_i = 0 \end{cases} \quad (18)$$

5.2 TCP 拥塞控制的混杂建模

混杂系统的分析与控制是近年来控制理论中一个备受关注的研究方向。最近, Hespanha 等^[27] 提出一个采用“去尾”策略的 TCP 拥塞控制的混杂系统模型。对于多个数据流共享一条链路的情形, TCP Reno 拥塞控制可用图 5 所示的混杂模型表示。其中, w_i 为第 i 个数据流拥塞窗口, $a > 1$ (通常取 $a = 1$) 为加性增参数, q 为排队长度, B 为链路容量, T_p 为传输时延, 时间变量 t_r 限制系统处于满队列的时间为 RTT。利用该模型可验证 TCP 友好拥塞控制策略使用的标准公式

$$T = \frac{1.23}{RTT \sqrt{p}} \quad (19)$$

式中, T 为平均吞吐量, RTT 为平均 RTT, p 为平均丢失率。该模型可用于从理论上预测和解释在实际网络中发生的流同步现象。

最近, Li 等^[28] 利用混杂控制系统模型探讨了多

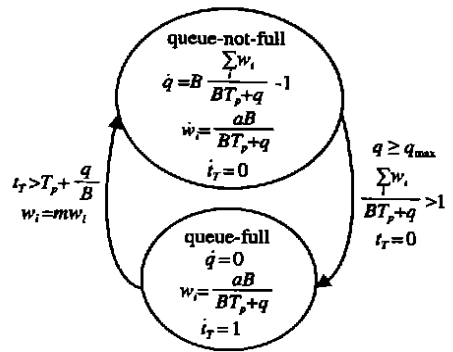


图 5 TCP 拥塞控制混杂模型

个 TCP 共享带宽的暂态行为。关于 TCP 的其它建模工作, 包括 Shor 等^[29] 用状态空间分析 TCP 的极限环行为; Mathis 等^[30] 在假设数据丢失是可预测的周期性前提下, 用随机模型得到平均吞吐量表达式; Padhye 等^[31, 32] 把稳态时 TCP 流吞吐量近似表示为丢失率和 RTT 的函数。

6 结 语

高速发展的 Internet 已成为人类进入信息社会的一个主要标志。但随着其复杂性的不断增加, Internet 能否持续稳定地发展便成为一个令人关注的问题。良好的工程环境与仿真实验固然必不可少, 但也需要更为系统的分析与设计手段。本文介绍了近期人们从控制理论角度分析与设计 Internet 拥塞控制方面所作的努力, 但这仅仅是开端, 还有大量困难的课题有待解决。例如, 以往的工作主要采用局部线性化方法, 而缺乏对系统全局动力学的理论分析。此外, 在多种源端拥塞控制策略和路由器拥塞避免策略并存时, 如何分析整个网络的稳定性, 如何分析各种不确定因素(如路由器或通信线路故障)对稳定性的影响等, 也是需要认真解决的问题。最后需要指出的是, 对于 Internet 这样一个复杂系统的分析与控制, 只有通过通信、控制、经济学和数学等多学科的努力, 才有望获得突破性的成果。

参考文献(References):

- [1] Jacobson V. Congestion avoidance and control[J]. Proc ACM SIGCOMM, 1988, 18(4): 314-329.
- [2] Floyd S, Henderson T. The New Reno modification to TCP's fast recovery algorithm [M]. RFC 2582, IETF, 1999.
- [3] Mathis M, Mahdavi J, Floyd S, et al. TCP selective acknowledgment options[M]. RFC 2018, IETF, 1996.
- [4] Brakmo L S, Peterson L L. TCP vegas: End to end

- congestion avoidance on a global Internet[J]. IEEE J on Selected Areas in Commun, 1995, 13(8): 1465-1480
- [5] Allman M, Paxson V, Stevens W. TCP congestion control[M]. RFC 2581, IETF, 1999
- [6] Floyd S. A report on some recent developments in TCP congestion control[J]. IEEE Commun Magazine, 2001, 35(4): 84-90
- [7] Handley M, Padhye J, Floyd S, et al. TCP friendly rate control (TFRC): Protocol specification[DB/OL]. <http://www.aciri.org/floyd/papers.html>, 2001-10-04/2001-10-15
- [8] Floyd S, Fall K. Promoting the use of end-to-end congestion control in the Internet[J]. IEEE/ACM Trans on Networking, 1999, 7(4): 458-473
- [9] Braden B, Clark D, Crowcroft, et al. Recommendations on queue management and congestion avoidance in the Internet[M]. RFC 2309, IETF, 1998
- [10] 汪小帆, 卢俊国, 王执铨. Internet业务流的自相似性建模、分析与控制[J]. 控制与决策(Control and Decision), 2001, 17(1): 847-851
- [11] Floyd S, Jacobson V. Random early detection gateways for congestion avoidance[J]. IEEE/ACM Trans on Networking, 1993, 1(4): 397-413
- [12] Floyd S. TCP and explicit congestion notification[J]. ACM Computer Commun Review, 1994, 24(1): 10-23
- [13] Athuraliya S, Li V H, Low S H, et al. REM: Active queue management[J]. IEEE Network, 2001, 14(3): 48-53
- [14] Low S H. A duality model of TCP and queue management algorithms [DB/OL]. <http://netlab.caltech.edu>, 2001-09-15/2001-10-25
- [15] Low S H, Lapsley D E. Optimization flow control (I): Basic algorithm and convergence[J]. IEEE/ACM Trans on Networking, 1999, 7(6): 861-875
- [16] Athuraliya S, Low S H. Optimization flow control (II): Implementation[DB/OL]. <http://netlab.caltech.edu>, 2001-09-15/2001-10-25
- [17] Paganini F. Flow control via pricing: A feedback perspective [DB/OL]. <http://www.ee.ucla.edu/~paganini>, 2001-09-20/2001-10-25
- [18] Paganini F. On the stability of optimization-based flow control [DB/OL]. <http://www.ee.ucla.edu/~paganini>, 2001-09-20/2001-10-25
- [19] Kelly F P, Mauloo A, Tan D. Rate control for communication networks: Shadow prices, proportional fairness and stability[J]. J of Operations Research Society, 1998, 49(3): 237-252
- [20] Kelly F P. Mathematical modelling of the Internet [DB/OL]. <http://www.statslab.cam.ac.uk/~frank/mmi.html>, 2001-09-10/2001-10-25
- [21] Gibbens R J, Kelly F P. Resource pricing and the evolution of congestion control[J]. Automatica, 1999, 35(12): 1969-1985
- [22] Misra V, Gong W B, Towsley D. Fluid-based analysis of a network of AQM routers supporting TCP flows with an application to RED [DB/OL]. <http://www-net.cs.umass.edu/~misra/>, 2001-10-01/2001-10-25
- [23] Holot C, Misra V, Towsley D, et al. A control theoretic analysis of RED [DB/OL]. <http://www-net.cs.umass.edu/~misra/>, 2001-10-01/2001-10-25
- [24] Holot C, Misra V, Towsley D, et al. On designing improved controllers for AQM routers supporting TCP flows [DB/OL]. <http://www-net.cs.umass.edu/~misra/>, 2001-10-01/2001-10-25
- [25] Mascolo S. Congestion control in high-speed communication networks using the Smith principle[J]. Automatica, 1999, 35(12): 1921-1935
- [26] Paganini F, Doyle J, Low S. Scalable laws for stable network congestion control[DB/OL]. <http://www.ee.ucla.edu/~paganini>, 2001-09-20/2001-10-25
- [27] Hespanha J P, Bohacek S, Obraczka K, et al. Hybrid modeling of TCP congestion control[A]. Hybrid Systems: Computation and Control[C]. Berlin: Springer-Verlag, 2001. 291-304
- [28] Li K, Shor M H, Walpole J, et al. Modeling the transient rate behavior of bandwidth sharing as a hybrid control system [DB/OL]. <http://www.cse.ogi.edu/~kangli/>, 2001-10-04/2001-10-25
- [29] Shor M H, Li K, Walpole J, et al. Applications of control theory of modeling and analysis computer systems[DB/OL]. <http://www.cse.ogi.edu/~kangli/>, 2001-10-04/2001-10-25
- [30] Mathis M, Semke J, Mahdavi J, et al. The macroscopic behavior of the TCP congestion avoidance algorithm [J]. ACM Computer Communication Review, 1997, 27(3): 67-82
- [31] Padhye J, Firoiu V, Towsley D. A stochastic model of TCP Reno congestion avoidance and control[DB/OL]. <http://www-net.cs.umass.edu/networks/publications.html>, 2001-10-01/2001-10-25
- [32] Padhye J, Firoiu V, Towsley D, et al. Modeling TCP throughput: A simple model and its empirical validation[DB/OL]. <http://www-net.cs.umass.edu/networks/publications.html>, 2001-10-01/2001-10-25