文章编号: 1001-0920(2002)01-0081-04

不完全柔性制造系统的最优控制

孔亚广, 孙优贤
(浙江大学 工业控制技术研究所, 浙江 杭州 310027)

摘　要: 考虑具有随机需求的不完全柔性制造系统的最优控制, 系统在各种产品间的切换时间是不可忽略的。运用马尔可夫最优决策过程归纳方法, 导出机器服务率的最优控制策略。通过分析最优值函数的性质, 证明最优策略具有简单的阈值结构, 从而可得到次优生产策略——阈值控制策略。

关键词: 不完全柔性制造系统; 动态规划; 最优控制
中图分类号: O 232　　文献标识码: A

Optimal control of partially flexible manufacturing systems

KONG Ya-guang, SUN You-xian
(Institute of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: The optimal control policy of a partially flexible manufacturing system with random demand is studied. The switching time from one part type to the other can not be omitted. The optimal control policy of service rate is derived from Markovian optimal decision process formulation. By investigating the property of the optimal value function, the optimal policy is shown to be of simple hedging point structure, and sub-optimal control policy——hedging point control is then obtained.

Key words: partially flexible manufacturing system; dynamic programming; optimal control policy

1 引　　言

如何控制生产过程, 使得系统尽量满足产品需求, 同时保持尽量少的产品库存, 是生产规划和管理中的重要问题。而制造系统通常并不具备完全柔性, 两种产品之间的切换具有一定的配置时间和费用。称这种情况下的最优控制问题为配置问题。

Sharifnia[1] 等研究了单台机床下的配置问题, 提出可利用库存/欠缺阈值来决定切换曲线的反馈策略。Srivastan 和 Gerchwin[2] 扩展了这一思想, 提出当切换频率不同时寻找阈值的一种方法。Sherman[3] 等研究了在常需求情况下的最优配置问题, 通过仿真指出最优策略是一个阈值策略, 并分析了在生产力限制下需求的可行性条件。Song[4] 利用一致化转移方法解决了随机需求下完全柔性制造系统的最优控制策略。本文则基于一致化转移方法来解决随机需求下的配置问题。

2 问题归纳

考虑只有一台不可靠机床生产两种产品的制造系统。系统必须满足各种产品的随机需求, 假设系统的随机事件具有 Markov 性, 即产品需求是批量到达的, 且对第 j 种产品的需求间隔时间服从参数为 μ_j 的指数分布。该机床对第 j 类工件的加工时间

收稿日期: 2000-10-17; 修回日期: 2001-01-09
作者简介: 孔亚广(1976—), 男, 江苏泰州人, 博士生, 从事 DEDS 和智能解耦的研究; 孙优贤(1940—), 男, 浙江诸暨人, 中国工程院院士, 教授, 博士生导师, 从事过程控制、智能控制等研究。

服从参数为 λ_j 的指数分布,其中服务率 λ_j 是控制变量,当机床正常时,它可在 $[0,\bar{\lambda}]$ 间任意调整。工作站具有 Markov 的故障和修复过程,其故障率和修复率分别为 ξ 和 η。机床并不具有完全的柔性,其切换到第 j 种产品的时间为 σ_j。$X(t)=(x_1(t),x_2(t))$,其中 $x_j(t)$ 为第 j 类工件在 t 时刻的生产累积量和需求累积量之差。显然 $x_j(t)\in Z$,正值表示该类产品有库存,负值表示该类产品有欠缺。

令 $\alpha(t)$ 为机床在 t 时刻的状态,$\alpha(t)=1$ 表示处于正常状态,$\alpha(t)=0$ 表示处于故障状态。$U(t)=(\lambda_1(t),\lambda_2(t))$ 为机床在 t 时刻的生产率向量,机床在同一时刻只能生产一种产品。$\delta(t)=(\delta_1(t),\delta_{12}(t),\delta_{21}(t),\delta_2(t))$ 表示机床在 t 时刻的配置状态,且满足 $\delta_1(t)+\delta_2(t)+\delta_{12}(t)+\delta_{21}(t)=1$。$\delta_i(t)=1$ 表示已做好准备生产第 i 种工件,$\delta_{ij}(t)=1$ 表示机床正处于从第 i 种产品切换到第 j 种产品的过程中。则容许控制集 $\Omega=\{U:0\leq\lambda_i\leq\bar{\lambda}\delta_i,i=1,2\}$。

我们的目标是寻找最优服务率分配策略 $U^*(t)$,使得费用函数达到最小,即

$$J(X_0,\alpha_0)=\min_{u\in\Omega}E^u\left\{\int_0^\infty e^{-\beta t}g(X(t))\,dt\,\middle|\,X(0)=X_0,\alpha(0)=\alpha_0\right\}\tag{1}$$

其中,$\beta>0$ 是折扣因子,$g(\cdot)$ 是库存和欠缺的惩罚函数。

显然系统是事件驱动的。这里有 4 类事件:服务完成事件 A_i;需求到达事件 D_i;机器修复事件 T_0;机器故障事件 T_1。

利用 Bertsekas 提出的一致化技术,将上述具有不同转移率的连续时间最优决策问题转化成等价的具有一致化转移率的离散时间最优决策问题。令一致化转移率为

$$\bar{V}=\bar{\lambda}+\xi+\eta+\sum_{j=1}^{2}\mu_j\tag{2}$$

并令 $0=t_0<t_1<\cdots<t_n<\cdots$ 为离散状态转移时刻,从而可将上述连续时间模型转化为离散时间模型

$$J(X_0,\alpha_0)=\min_{u\in\Omega}\frac{1}{\beta+\bar{V}}\sum_{k=0}^{\infty}\theta^k E[g(X(t_k))]\tag{3}$$

其中

$$\theta=Ee^{-\beta\tau}=\int_0^\infty e^{-\beta\tau}\bar{V}e^{-\bar{V}\tau}d\tau=\frac{\bar{V}}{\beta+\bar{V}}\tag{4}$$

令

$$J_k(X,\alpha)=\min_{U\in\Omega}E^U\left\{\sum_{j=0}^{k}\int_j^{j+1}e^{-\beta t}g(X(t))\,dt\right\}\tag{5}$$

对于给定的策略 $u\in\Omega$,单步转移概率函数 $p(y|(\cdot),u)$ 如下

$$p(y|(X,\alpha)u)=\lambda_i/\bar{V},\quad y=(A_iX,\alpha),i=1,2$$
$$p(y|(X,\alpha),u)=\mu_i/\bar{V},\quad y=(D_iX,\alpha),i=1,2$$
$$p(y|(X,\alpha),u)=\xi/\bar{V},\quad y=(X,T_0\alpha),\alpha=1$$
$$p(y|(X,\alpha),u)=\eta/\bar{V},\quad y=(X,T_1\alpha),\alpha=0$$
$$p(y|(X,1),u)=1-\left(\xi+\sum_{i=1}^{2}(\lambda_i+\mu_i)\right)/\bar{V}$$
$$y=(X,1)$$
$$p(y|(X,0),u)=1-\left(\eta+\sum_{i=1}^{2}(\lambda_i+\mu_i)\right)/\bar{V}$$
$$y=(X,0)$$

系统在各种产品间的切换需要一定时间,在切换期间控制不发生作用。为此,引入状态 k 表明系统当前处于切换的何种阶段。为方便起见,不妨设 $K_j=\sigma_j\bar{V},j=1,2$。$k$ 值的意义如下:$1\leq k\leq K_1$ 表示系统处于从第 2 种产品切换到第 1 种产品的第 k 个转移时刻;$k=K_1$ 表示机床正在生产第 1 种产品;$K_1+1\leq k<K_1+K_2$ 表示系统处于从第 1 种产品切换到第 2 种产品的第 $k-K_1$ 个转移时刻。

假设 $\beta+\bar{V}=1$,从而可得如下递推方程:

当 $\delta_{12}+\delta_{21}=1$ 时

$$\begin{aligned}&J_{t+1}(X,\alpha,k)=\\&g(X)+\eta J_t(X,T_1\alpha,k+1)l\{\alpha=0\}+\\&\xi J_t(X,T_0\alpha,k+1)l\{\alpha=1\}+\\&\sum_{i=1}^{2}\mu_iJ_t(D_iX,\alpha,k+1)+(\bar{\lambda}+\\&\xi l\{\alpha=0\}+\eta l\{\alpha=1\})J_t(X,\alpha,k+1)\end{aligned}$$

当 $\delta_1+\delta_2=1$ 时

$$\begin{aligned}&J_{t+1}(X,\alpha,k)=\\&g(X)+\min\{\xi J_t(X,T_0\alpha,k)l\{\alpha=1\}+\\&\sum_{i=1}^{2}\mu_iJ_t(D_iX,\alpha,k)+\eta J_t(X,T_1\alpha,k)l\{\alpha=0\}+\\&(\bar{\lambda}+\xi l\{\alpha=0\}+\eta l\{\alpha=1\})J_t(X,\alpha,k)+\\&\min_{U\in\Omega}\sum_{i=1}^{2}\lambda_i(J_t(A_iX,\alpha,k)-J_t(X,\alpha,k)),\\&\sum_{i=1}^{2}\mu_iJ_t(D_iX,\alpha,k+1)+\xi J_t(X,T_0\alpha,k+\\&1)l\{\alpha=1\}+(\bar{\lambda}+\xi l\{\alpha=0\}+\\&\eta\{\alpha=1\})J_t(X,\alpha,k+1)+\\&\eta J_t(X,T_1\alpha,k+1)l\{\alpha=0\}\}\end{aligned}$$

上述离散动态规划问题很容易求解, 从而原先的配置问题便可解决。

3　次优控制策略

当 $k = K_1$ 或 $k = K_1 + K_2$ 时, 令

$$
\begin{aligned}
&V_{t+1}(X, \alpha, k+1) = \\
&g(X) + \eta J_t(X, T_1\alpha, k+1) l\{\alpha = 0\} + \\
&\sum_{i=1}^{2} J_t(D_i X, \alpha, k+1) + \xi J_t(X, T_0\alpha, k + \\
&1) l\{\alpha = 1\} + (\bar{\lambda} + \xi l\{\alpha = 0\} + \\
&\eta l\{\alpha = 1\}) J_t(X, \alpha, k+1) \\
&V_{t+1}(X, \alpha, k) = \\
&g(X) + \eta J_t(X, T_1\alpha, k) l\{\alpha = 0\} + \\
&\sum_{i=1}^{2} J_t(D_i X, \alpha, k) + \xi J_t(X, T_0\alpha, k) l\{\alpha = 1\} + \\
&(\bar{\lambda} + \xi l\{\alpha = 0\} + \eta l\{\alpha = 1\}) J_t(X, \alpha, k) + \\
&\min_{U \in \Omega} \sum_{i=1}^{2} \lambda_i (J_t(A_i X, \alpha, k) - J_t(X, \alpha, k))
\end{aligned}
$$

易知当 $t \to \infty$ 时, $V_{t+1}(X, \alpha, k)$ 收敛。不妨设

$$
\lim_{t \to \infty} V_{t+1}(X, \alpha, k) = V(X, \alpha, k)
$$

定理 1

1) $V(X, 1, K_1) - V(X, 1, K_1 + 1)$ 随 x_1 递增, 随 x_2 递减;

2) $V(X, 1, K_1 + K_2) - V(X, 1, 1)$ 随 x_1 递减, 随 x_2 递增。

定理 2

1) $J(A_1 X, 1, K_1) - J(X, 1, K_1)$ 随 x_1 和 x_2 递增;

2) $J(A_2 X, 1, K_1 + K_2) - J(X, 1, K_1 + K_2)$ 随 x_1 和 x_2 递增。

证明　首先利用数学归纳法证明定理 1 和定理 2 之 1)。可知当 $k = 0$ 时, 对于 $\forall\, 1 \le k \le K_1 + K_2, \alpha \in \{0, 1\}$, 有 $J_t(A_1 X, \alpha, k) - J_t(X, \alpha, k)$ 随 x_1 和 x_2 递增, $J_t(X, \alpha, k) - J_t(X, \alpha, K_1)$ 随 x_1 递减, 随 x_2 递增。

在 t 时刻, 对于 $\forall\, 1 \le k \le K_1 + K_2, \alpha \in \{0, 1\}$, 有 $J_t(A_1 X, \alpha, k) - J_t(X, \alpha, k)$ 随 x_1 和 x_2 递增, $J_t(X, \alpha, k) - J_t(X, \alpha, K_1)$ 随 x_1 递减, 随 x_2 递增。当 $T = t + 1$ 时, 有

$$
\begin{aligned}
&J_{t+1}(A_1 X, 1, K_1) - J_{t+1}(X, 1, K_1) = \\
&\min(V_{t+1}(A_1 X, 1, K_1 + 1), V_{t+1}(A_1 X, 1, K_1)) - \\
&\min(V_{t+1}(X, 1, K_1 + 1), V_{t+1}(X, 1, K_1)) =
\end{aligned}
$$

$$
\begin{cases}
1)\ \xi(J_t(A_1 X, 0, K_1 + 1) - J_t(X, 0, K_1 + 1)) + \\
\quad \sum_{i=1}^{2} \mu_i (J_t(A_1 D_i X, 1, K_1 + 1) - J_t(D_i X, 1, \\
\quad K_1 + 1)) + (\bar{\lambda} + \eta)(J_t(A_1 X, 1, K_1 + 1) - \\
\quad J_t(X, 1, K_1 + 1)) + g(A_1 X) - g(X) \\
2)\ g(A_1 X) - g(X) + \xi(J_t(A_1 X, 0, K_1) - \\
\quad J_t(X, 0, K_1)) + \sum_{i=1}^{2} \mu_i (J_t(A_1 D_i X, 1, K_1) - \\
\quad J_t(D_i X, 1, K_1)) + (\bar{\lambda} + \eta) \times \\
\quad (J_t(A_1 X, 1, K_1) - J_t(X, 1, K_1)) \\
3)\ \text{奇异情况, 可由导函数连续证明}
\end{cases}
$$

显然, $g(A_1 X) - g(X)$ 随 x_1 和 x_2 单调递增。上式中各子式均随 x_1 和 x_2 单调递增, 故可知在 $t + 1$ 时刻, 上式左边也随 x_1 和 x_2 单调递增。

同理, 可证明当 $1 \le k \le K_1 + K_2, \alpha \in \{0, 1\}$ 时, $J_{t+1}(A_1 X, \alpha, k) - J_{t+1}(X, \alpha, k)$ 随 x_1 和 x_2 单调递增。从而定理得证。□

根据上述引理, 可知控制策略具有如下开关曲线

$$
\begin{aligned}
s_1(x_2) = \max\{x_1 : V(X, \alpha, k) - \\
V(X, \alpha, k+1) \le 0\}, \quad \delta_1 = 1 \\
s_2(x_1) = \max\{x_2 : V(X, \alpha, k) - \\
V(X, \alpha, k+1) \le 0\}, \quad \delta_2 = 1
\end{aligned}
$$

推论 1　开关曲线 $s_1(x_2)$ 和 $s_2(x_1)$ 是单调递增函数。

证明由定理 1 可得。

推论 2

1) 当 $\delta_1 = 1$ 时, $\exists\, h_1, h_2$ 使

$V(h_1, h_2, 1, k) - V(h_1, h_2, 1, k+1) > 0$

2) 当 $\delta_2 = 1$ 时, $\exists\, z_1, z_2$ 使

$V(z_1, z_2, 1, k) - V(z_1, z_2, 1, k+1) > 0$

证明(反证法)　假设当 $\delta_1 + \delta_2 = 1$ 时, $\forall\, x_1, x_2$ 均有

$$
(x_1, x_2, 1, k) - V(x_1, x_2, 1, k+1) \le 0
$$

即在整个空间上, 只要机床一开始生产第 i 种产品, 则在以后将一直生产该产品。从而表明这是一个无切换的过程, 可得

$$
\begin{aligned}
&J(X, 1, K_1) = \\
&\sum_{i=1}^{2} \mu_i J(D_i X, 1, K_1) + \xi J(X, 0, K_1) + \\
&(\bar{\lambda} + \eta) J(X, 1, K_1) + \\
&\min_{U \in \Omega} \sum_{i=1}^{2} \lambda_i (J(A_i X, 1, K_1) -
\end{aligned}
$$

$$J(X,1,K_1))g(X)+g(X)$$

$$J(X,1,K_1-1)=$$

$$\sum_{i=1}^{2}\mu_i J(D_iX,1,K_1)+\xi J(X,0,K_1)+$$

$$(\bar{\lambda}+\eta)J(X,1,K_1)+$$

$$\min_{U\in\Omega}\sum_{i=1}^{2}\lambda_i(J(A_iX,1,K_1)-J(X,1,K_1))+g(X)$$

则得$J(X,1,K_1-1)=J(X,1,K_1)$,可以递推得到 $J(X,1,K_1)=J(X,1,1)$,从而有

$$J(X,1,K_1)>J(X,1,K_1+K_2),\quad \forall X$$

同理可得

$$J(X,1,K_1+K_2)>J(X,1,K_1),\quad \forall X$$

显然上述两式矛盾,从而命题得证。□

推论 3

1) 当 $x_2\to-\infty$ 时,$s_1(x_2)$ 收敛于一整数;

2) 当 $x_1\to-\infty$ 时,$s_2(x_1)$ 收敛于一整数。

证明　由推论 1 知,对 $\forall x_2\le h_2$,有 $s_1(x_2)\le s_1(h_2)$,而$s_1(x_2)$ 是单调函数,从而知其必收敛。推论得证。□

定义 1

$$s_3(x_1)=\min\{x_2: V(X,\alpha,K_1)-V(X,\alpha,K_1+1)\le 0\}$$

$$s_4(x_2)=\min\{x_1: V(X,\alpha,K_1+K_2)-V(X,\alpha,K_1+K_2)\le 0\}$$

同理,当 $x_1\to+\infty$ 时,开关曲线$s_3(x_1)$ 收敛;当 $x_2\to+\infty$ 时,开关曲线 $s_4(x_2)$ 收敛。

定义 2

$$s_5(x_2)=\max\{x_1: J(A_1X,1,K_1)-J(X,1,K_1)\le 0\}$$

$$s_6(x_1)=\max\{x_2: J(A_2X,1,K_1+K_2)-J(X,1,K_1+K_2)\le 0\}$$

类似于推论 1 ～ 推论 3,可得如下结论:

推论 4　开关曲线 $s_5(x_2)$ 和 $s_6(x_1)$ 单调递增。

推论 5

1) $\exists\ p_1,p_2$ 使

$$J(p_1+1,p_2,1,K_1)-J(p_1,p_2,1,K_1)>0$$

2) $\exists\ q_1,q_2$ 使

$$J(q_1,q_2+1,1,K_1+K_2)-J(q_1,q_2,1,K_1+K_2)>0$$

推论 6

1) 当 $x_2\to\infty$ 时,$s_3(x_2)$ 收敛于一非负整数;

2) 当 $x_1\to\infty$ 时,$s_4(x_1)$ 收敛于一非负整数。

至此,我们得到了最优策略的阈值结构特征。该特征与完全柔性系统具有相同的结构,从而可得到与完全柔性系统相似的次优控制策略。

4 结　　论

本文通过分析,得到考虑配置时间的不可靠制造系统的次优生产策略,该策略是简易可行的。这里只考虑单台机床生产两种产品的情况,事实上在生产多种产品的情况下,可将其转化为生产两种产品的问题,因而本文的结论具有普遍意义。

参考文献(References):

[1] Sharifnia. Dynamic setup scheduling and flow control in manufacturing systems: Theory and applications[J]. J of DEDS, 1991, 1(2): 149-175.

[2] Srivastan, Gershwin. Selection of setup times in a hierarchically controlled manufacturing system[A]. Proc of the 29th IEEE Conf on Decision and Control[C]. Onolulu, 1990. 575-581.

[3] Sherman X Bai, Mohsen Elhafsi. Scheduling of an unreliable manufacturing system with nonresumable setups[J]. Comp Ind Eng, 1997, 32(4): 909-925.

[4] Dong-Ping Song. Optimal control of production-dependent failure-prone manufacturing systems[A]. IFAC '99 [C]. Beijing, 1999. 237-242.

(上接第 80 页)

[7] S Pettersson, B Lennartson. Stability and robustness for hybrid systems[A]. Proc of the 35th IEEE Conf on Decision and Control[C]. Kobe, 1996. 1202-1207.

[8] A V Savkin, R J Evans. A new approach to robust control of hybrid systems over infinite time[J]. IEEE Trans Automat Control, 1998, 43(9): 1292-1296.

[9] X Xu, P J Antsaklis. Design of stabilizing control laws for second-order switched systems[A]. Proc of the 14th IFAC World Congress[C]. Beijing, 1999. 181-186.

[10] 范启富,野波健藏,上山拓知.磁气轴承不平衡振动的适应性控制[J].日本机械学会论文集,1997, 63(609): 1448-1454.