文章编号: 1001-0920(2002)02-0249-03

离散时间非线性系统线性化的泛模型方法

张铁柱[1], 宋仁学[2], 韩志刚[3]
(1. 哈尔滨理工大学 系统工程研究所, 黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 东北农业大学 数学教研室, 黑龙江 哈尔滨 150080; 3. 黑龙江大学 应用数学研究所, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘　要: 考虑离散时间非线性系统线性化问题, 提出一种"泛模型"方法, 泛模型是具有时变参数、形式为线性的模型族。证明了工程上能实现的非线性系统, 在输入-输出等价的意义下可用泛模型来描述。

关键词: 非线性系统; 线性化; 泛模型
中图分类号: TP13　　**文献标识码**: A

Universal model method of linearization of discrete time nonlinear system

ZHANG Tie-zhu[1], *SONG Ren-xue*[2], *HAN Zhi-gang*[3]
(1. Institute of Systems Engineering, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China;
2. Department of Mathematics, Northeast Agricultural University, Harbin 150080, China;
3. Institute of Application Mathematics, Heilongjiang University, Harbin 150080, China)

Abstract: The linearization problem of discrete time nonlinear systems is dealt with. The universal model method is presented. Universal model is a family of linear models in format with time-varying parameter. It is proved that a nonlinear system, which can be realized in engineering, can be described by universal model in terms of input-output equivalence.

Key words: nonlinear systems; linearization; universal model

1 引　言

对于线性系统的控制律设计与模型辨识, 已经有了一系列行之有效的方法; 而对于非线性系统控制律的设计, 特别是自适应控制律的设计, 虽然在理论上已有一些方法, 但要将这些方法应用于工业生产过程控制, 还存在一定的问题[1]。为了解决非线性系统的建模、分析与控制问题, 人们自然想到了应用线性化这一手段。

对于连续时间非线性系统, 已有一系列线性化的方法[2], 例如反馈线性化、动态补偿线性化和输入-输出响应线性化等。本文所考虑的是离散时间系统, 对连续时间非线性系统线性化的方法不能直接应用, 所以必须另辟新径。

我们考虑非线性系统线性化的目的在于设计自适应控制律[3], 这种线性化必须是大范围的。为此, 本文提出一种大范围且具有全局特性的动态线性化方法——泛模型方法。所谓泛模型是指具有时变参数且形式为线性的模型族。

收稿日期: 2001-04-05; **修回日期**: 2001-10-08
作者简介: 张铁柱(1972—), 男, 黑龙江伊春人, 讲师, 博士生, 从事智能优化、非线性系统辨识等研究; 韩志刚(1934—), 男, 河北乐亭人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统辨识、多层递阶方法及无模型控制等研究。

2 泛模型(输入-输出等价线性化)

考虑单输入-单输出时滞为1的系统S,设系统S可表示为

$$y(k)=f[Y_{k-1}^{k-n},u(k-1),U_{k-2}^{k-m},k] \tag{1}$$

$$Y_{k-1}^{k-n}=\{y(k-1),y(k-2),\cdots,y(k-n)\} \tag{2}$$

$$U_{k-2}^{k-m}=\{u(k-2),u(k-3),\cdots,u(k-m)\} \tag{3}$$

其中,$y(k)$是一维输出,$\{u(k-1),y(k)\}$为系统S在时刻k的一组观测数据或状态,$\{u(k-2),y(k-1)\}$和$\{u(k-1),y(k)\}$为系统S在相邻时刻的两组观测数据或状态。

定义1 S_1和S_2是两个动态系统,如果S_1的任何两个相邻时刻的状态皆为S_2的相同相邻时刻的状态,反之亦然,则称系统S_1和S_2是输入输出等价的。

定义2 S是一个动态系统,F是一个动态系统形成的集合(即动态系统族),如果对于S的任何两个相邻时刻的状态,皆有F中的一个系统S_i以这两个状态为其相同相邻时刻的状态,则称动态系统S可嵌入系统族F。

定义3 S是一个动态系统,如果存在一个线性系统族F,使得S嵌入F,则称系统S可被输入输出等价线性化。

定义4 S是一个动态系统,如果S满足以下条件:$u(k-2)=u(k-1)$,$y(k)=f[Y_{k-1}^{k-n},u(k-1),U_{k-2}^{k-m},k]$,$y(k-1)=f[Y_{k-2}^{k-n},u(k-2),U_{k-3}^{k-m},k-1]$,得到$y(k-1)=y(k)$,则称动态系统$S$是工程上可实现的。

定理1 如果动态系统S是工程上可实现的,则S可形式上被输入输出等价线性化。

证明 设S的控制量$u(k)$的所有可能值形成的集合为$\overline{U}$,即$\overline{U}$为$u(k)$的变化域;所有$u(k)$在S的作用下,得出的$y(k)$的所有可能取值集合记为$\overline{Y}$,即$\overline{Y}$为S的输出量$y(k)$的取值域。构造定义在$\overline{U}\otimes\overline{U}\otimes\overline{Y}\otimes\overline{Y}$上的函数$\phi(u_1,u_2;y_1,y_2)$,满足

$$\phi(u_1,u_2;y_1,y_2)=\begin{cases}\dfrac{y_2-y_1}{u_2-u_1}, & u_1\neq u_2\\ \text{常数}\ c, & u_1=u_2\end{cases} \tag{4}$$

用F_ϕ表示上述定义的所有函数ϕ的集合,对于每个$\phi\in F_\phi$,构造一个形式为线性的系统

$$\begin{aligned}y(k)=&\ y(k-1)+\phi(u(k-2),u(k-1);\\&\ y(k-1)y(k))(u(k-1)-u(k-2))=\\&\ y(k-1)+\phi(k)(u(k-1)-u(k-2))\end{aligned} \tag{5}$$

用F表示所有上述系统的集合,显然F_ϕ与F之间存在一一对应关系。对F_ϕ和F可以不加区别,这样便得到一个形式为线性的系统族F。可以证明,系统S可被嵌入F。事实上,对S的任何两组相邻时刻的数据$\{u(k-2),y(k-1)\}$和$\{u(k-1),y(k)\}$,在F中存在一个形式为线性的系统

$$y-y(k-1)=\phi(k)(u-u(k-2)) \tag{6}$$

此处

$$\phi(k)=\begin{cases}\dfrac{y(k)-y(k-1)}{u(k-1)-u(k-2)}, & u(k-1)\neq u(k-2)\\ \text{常数}\ c, & u(k-1)=u(k-2)\end{cases} \tag{7}$$

对于系统(6),当$u=u(k-2)$时,$y=y(k-1)$。而当$u=u(k-1)$时,若$u(k-1)\neq u(k-2)$,则$y=y(k)$;若$u(k-1)=u(k-2)$,则由式(6)得出$y=y(k-1)$。因为系统S是工程上可实现的,所以$y(k)=y(k-1)$。此时$y=y(k)$,因此系统(6)以$(u(k-2),y(k-1))$和$(u(k-1),y(k))$为相同相邻时刻的两组状态。依据定义3,可知S可形式上被输入输出等价线性化。□

注1 F中元素的一般形式为

$$y(k)=y(k-1)+\phi(k)(u(k-1)-u(k-2)),\quad \phi(k)\in F_\phi \tag{8}$$

我们称具有上述形式的系统族为泛模型。定理1已证明,只要系统是工程上可实现的,则必然可表示成泛模型的形式。

3 泛模型方法

从上述输入输出等价线性化的过程可以看出,只有当动态系统S的两个相邻时刻状态$\{u(k-2),y(k-1)\}$和$\{u(k-1),y(k)\}$已知时,才能从系统族F中找到一个系统S_i

$$\begin{cases}y=y(k-1)+\phi(k)(u-u(k-2))\\ \phi(k)=\phi(u(k-2),y(k-1);u(k-1),y(k))\end{cases} \tag{9}$$

满足$y(k)=S_i(u(k-1))$。控制律的设计问题是$y(k)=y_0$已给定,而$u(k-1)$未知,所以式(9)中的$\phi(k)$是未知的,系统S_i不能事先确定,从而在控制律设计过程中不能应用模型(9)。但实际上数据$\{u(k-3),y(k-2)\}$和$\{u(k-2),y(k-1)\}$是已知的,于是在系统族F中存在一个系统S_j

$$\begin{cases} y = y(k-2) + \phi(k-1)(u - u(k-3)) \\ \phi(k-1) = \\ \phi(u(k-3), y(k-2); u(k-2), y(k-1)) \end{cases} \tag{10}$$

满足 $y(k-1) = S_j(u(k-2))$。模型(10) 是系统 S 在 $k-1$ 时刻的输入输出等价线性化的结果。

根据历史观测数据 $\{y(k-1), u(k-2)\}, k = 2, 3, \cdots, n$, 用带遗忘因子的递推最小二乘法求出模型(10) 中 $\phi(k-1)$ 的估值 $\hat{\phi}(k-1), k = 2, 3, \cdots, n$, 然后利用多层递阶预报方法[4] 对 $\phi(k)$ 进行预报, 得出预报值 $\hat{\phi}(k)$。从而可得出与模型(9) 近似的线性模型

$$y = y(k-1) + \hat{\phi}(k)(u - u(k-2)) \tag{11}$$

于是可用式(11) 将系统族 F 中相对应的系统近似表示为系统 S 在时刻 k 的输入输出等价线性化系统。

上述根据动态系统 S 的输入输出数据 $\{y(k-1), u(k-2)\}, k = 2, 3, \cdots, n$, 求解系统 S 泛模型的实现 $y(k) = y(k-1) + \hat{\phi}(k)(u(k-1) - u(k-2))$ $(k = 2, 3, \cdots, n)$ 的过程, 称为泛模型方法。利用泛模型方法建立动态系统 S 泛模型的目的, 是解决不完全依赖于被控对象数学模型的自适应控制律的设计问题。泛模型是实现建模与控制一体化设计的理论基础。

4　仿真实例

例 1　考虑如下系统

$$\begin{cases} A(q^{-1}) y(k) = B(q^{-1}) u(k) + e(k) \\ A(q^{-1}) = 1 + 0.6q^{-1} + 0.06q^{-2} \\ B(q^{-1}) = (1 - 0.6q^{-1}) q^{-1} \end{cases} \tag{12}$$

其中, 输入 $u(k) = \sin(0.1k)$, $e(k) = 0.05\,\mathrm{rand}$, 产生数据组 $\{y(k), u(k-1)\}, k = 2, 3, \cdots, 300$。基于这组数据, 利用上述泛模型方法得到如下模型

$$y(k) = y(k-1) + \hat{\phi}(k)(u(k-1) - u(k-2)) \tag{13}$$

然后基于上述模型, 用数据 $u(k-1)$ 计算出相对应的 $y(k)$。于是得到泛模型的输出 $\{y(k)\}, k = 2, 3, \cdots 300$。

最后比较系统与模型的输出曲线, 其结果如图 1 所示。由图 1 可看出, 二者差别很小。这说明无论用模型(12) 还是用模型(13) 来描述系统, 得到的结果基本相同。

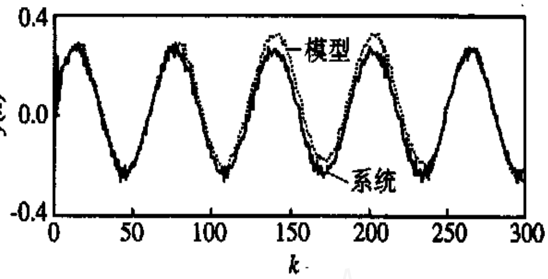

图 1　例 1 系统与模型的输出曲线

例 2　考虑一非线性系统

$$y(k) = \alpha y(k-1)^{\beta} + \gamma u(k-1) + e(k) \tag{14}$$

其中, $\alpha = 2$, $\beta = 0.5$, $\gamma = 2$, 输入为 $u(k) = \sin(0.1k)/2$, $e(k) = 0.5\,\mathrm{rand}$, 其它同例 1。其仿真结果如图 2 所示。

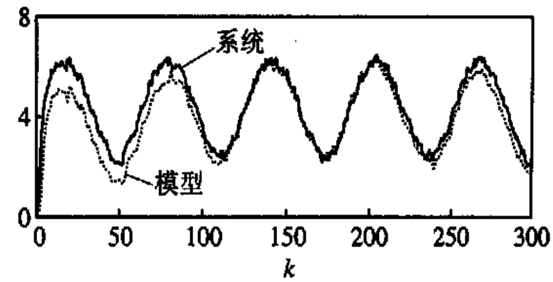

图 2　例 2 系统与模型的输出曲线

仿真结果表明, 泛模型方法具有通用、简单和运算量小等特点, 并可看出该方法与系统模型无关。

5　结　　语

本文针对离散时间非线性系统线性化问题, 提出一种泛模型方法。理论分析和仿真结果表明, 该方法为解决此类问题提供了一条有效途径。

参考文献(References):

[1] 韩志刚. 无模型控制律[J]. 黑龙江大学学报(J of natural Science of Heilongjiang Univ), 1994, 111(4): 11-23.
[2] 郭朝晖. 近似线性化方法综述[J]. 控制与决策(Control and Decision), 1999, 14(5): 385-391.
[3] 韩志刚. 自适应辨识、预报和控制——多层递阶途径[M]. 哈尔滨: 黑龙江教育出版社, 1996.
[4] 韩志刚. 多层递阶方法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1989.