

文章编号: 1001-0920(2002)02-0139-04

一种可并行的二维小波变换算法

尹国成, 张德干, 郝先臣

(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 基于对并行小波的研究, 提出一种可并行实现的算法。实验结果表明, 该算法能将计算时间、占用空间、变换效果等很好地统一起来。它不仅适用于信号的检测, 而且适合于信号融合的自动处理。

关键词: 小波变换; 滤波器; 分布式处理; 并行算法; 信号融合

中图分类号: TP 391.4

文献标识码: A

A kind of parallelable algorithm for 2D wavelet transform

YIN Guo-cheng, ZHANG De-gan, HAO Xian-chen

(School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: A new parallelable algorithm of wavelet transform is presented based on researches of parallelable wavelet. The experiment results show that the algorithm gives an unified form of existing transforms in calculating time, occupation space and transform effect. It can be used in signal detection, as well as in automatical signal fusion processing.

Key words: WT; filter; distributed processing; parallel algorithm; signal fusion

1 引言

在信息自动化处理领域中, 基于小波变换的研究还存在以下主要问题: 1) 小波变换时, 完全或基本上套用 Daubechies 小波基; 2) 缺乏对小波变换过程本身的研究; 3) 变换算法基本上是基于单机或工作站实现的; 4) 变换算法在计算时间、占用空间、变换效果等多方面难以统一。为解决这些问题, 不少学者做了潜心研究^[1-10]。

本文提供一种并行算法, 并结合对沙漠化土地景观格局的分析^[1], 进行了分布式测试。测试结果表明, 本算法能很好地实现计算时间、占用空间、变换效果等多方面的有机统一, 因而是一种较好的算法。

2 算法原理

小波变换是将信号 $f(t)$ 表示成不同位置、不同尺度的小波的叠加, 而小波系数 $W_f(a, b)$ 反映的是在此位置、此尺度下的小波对整体的贡献, 不同位置、不同尺度的小波是通过某一小波母函数的伸缩和平移构造出来的。设小波母函数为 $\Psi(t)$, 伸缩和平移因子分别为 a 和 b , 则信号 $f(t)$ 的连续小波函数为

$$W_f(a, b) = \frac{1}{a} \int \Psi\left(\frac{\tau - b}{a}\right) f(\tau) d\tau \quad (1)$$

其中

收稿日期: 2001-05-21; 修回日期: 2001-12-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(69873007)

作者简介: 尹国成(1963—), 男, 江苏镇江人, 工程师, 从事信息自动化处理技术的研究; 张德干(1970—), 男, 湖北黄冈人, 博士, 从事信息融合技术等研究。

$$\Psi_a(t) = \frac{1}{a} \Psi\left(\frac{1}{a}t\right) \quad (2)$$

表示小波函数 $\Psi_a(t)$ 将小波母函数 $\Psi(t)$ 放大 a 倍。加入 $\frac{1}{a}$ 的目的是为了保证 $\Psi_a(t)$ 在空间 $L^2(R)$ 上平方可积, 即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi_a(t)|^2 dt < \infty \quad (3)$$

由式(1)得

$$W_f(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \Psi_a\left(\frac{b-t}{a}\right) dt \quad (4)$$

分别求出信号 $f(t)$ 和小波函数 $\Psi_a\left(\frac{b-t}{a}\right)$ 的傅立叶变换 $F(w)$ 和 $\Psi_a(w)$, 则由卷积定理, 小波变换的傅立叶变换 $W_f(a, w)$ 为

$$W_f(a, w) = F(w) \Psi_a(w) \quad (5)$$

为了保证小波逆变换成立, 小波母函数的傅立叶变换 $\Psi_a(w)$ 应满足

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi_a(w)|^2}{|w|} dw < \infty \quad (6)$$

要满足式(6)的小波函数的傅立叶变换, $\Psi_a(w)$ 在频率 $w = 0$ 时必须为 0, 即 $\Psi_a(0) = 0$ 。这表明小波变换实质上是一个带通滤波器。可以推知, 对于不同尺度 a 的傅立叶变换 $\Psi_a(w)$ 也满足 $\Psi_a(0) = 0$ 。因此, 小波变换实质上可以看作信号通过不同带宽的带通滤波器的信息。

为了便于计算机的数字处理, 通常将伸缩和平移因子 a 和 b 进行离散化。取 $a = 2^n, b = m$, 则小波变换式(1)可转化为离散的二进制小波变换^[2]

$$W_f(n, m) = 2^{-n/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \Psi\left(\frac{\tau-m}{2^n}\right) d\tau \quad (7)$$

同样, 对于离散情形, 信号的小波变换也可看作在不同尺度值 $a = 2^n$ 下, 信号 $f(t)$ 经不同带宽的带通滤波器的滤波值, 只是带宽的变换不是连续的。

在实际应用中, 离散的小波变换(DWT)占绝大多数, 因此本文主要提供可并行实现的离散小波变换算法。本算法在具体实现时, 将一个大的计算任务分解成许多可并行计算的小任务, 这些小的计算任务可按任务处理的拓扑结构, 以某种方法在网络环境下由多机实现。实验证明, 按照这种算法去实现小波变换, 计算的复杂度比常规的行列交替变换计算复杂度(为 N^2 级)^[3] 有很大程度的降低。

3 算法的详细设计

二维原始信号 $x(n_1, n_2)$ ($0 \leq n_1 \leq N_1 - 1, 0 \leq n_2 \leq N_2 - 1$) 的小波变换可定义为 3 种形式, 即 Type-1, Type-2, Type-3。这 3 种形式分别如下

$$X(k_1, k_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) \text{cas} \left[\frac{\pi(2n_1+1)k_1}{N_1} + \frac{\pi(2n_2+1)k_2}{N_2} \right] \quad (8)$$

$$X(k_1, k_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) \text{cas} \left[\frac{\pi n_1(2k_1+1)}{N_1} + \frac{\pi n_2(2k_2+1)}{2N_2} \right] \quad (9)$$

$$X(k_1, k_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) \text{cas} \left[\frac{\pi(2n_1+1)(2k_1+1)}{2N_1} + \frac{\pi(2n_2+1)(2k_2+1)}{2N_2} \right] \quad (10)$$

其中, $\text{cas}(\cdot) = \cos(\cdot) + \sin(\cdot)$, N_1 和 N_2 表示二维信号的长和宽尺度, 它们可以相同也可不同。下面以 Type-1 DWT 为例加以说明。

若 N_1 和 N_2 均为偶数, 则式(8)可分解成

$$X(2k_1, 2k_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1/2-1} \sum_{n_2=0}^{N_2/2-1} y_0(n_1, n_2) \text{cas} \left[\frac{\pi(2n_1+1)k_1}{N_1/2} + \frac{\pi(2n_2+1)k_2}{N_2/2} \right] \quad (11)$$

$$X(2k_1, 2k_2+1) = \sum_{n_1=0}^{N_1/2-1} \sum_{n_2=0}^{N_2/2-1} y_1(n_1, n_2) \text{cas} \left[\frac{\pi(2n_1+1)k_1}{N_1/2} + \frac{\pi(2n_2+1)(2k_2+1)}{2(N_2/2)} \right] \quad (12)$$

$$X(2k_1+1, 2k_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1/2-1} \sum_{n_2=0}^{N_2/2-1} y_2(n_1, n_2) \times \text{cas} \left[\frac{\pi(2n_1+1)(2k_1+1)}{2(N_1/2)} + \frac{\pi(2n_2+1)k_2}{N_2/2} \right] \quad (13)$$

$$X(2k_1+1, 2k_2+1) = \sum_{n_1=0}^{N_1/2-1} \sum_{n_2=0}^{N_2/2-1} y_3(n_1, n_2) \times \text{cas} \left[\frac{\pi(2n_1+1)(2k_1+1)}{2(N_1/2)} + \frac{\pi(2n_2+1)(2k_2+1)}{2(N_2/2)} \right] \quad (14)$$

式(11)~(14)的信号系列可用下式定义

$$\begin{bmatrix} y_0(n_1, n_2) \\ y_1(n_1, n_2) \\ y_2(n_1, n_2) \\ y_3(n_1, n_2) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(n_1, n_2) \\ x(n_1 + N_1/2, n_2) \\ x(n_1, n_2 + N_2/2) \\ x(n_1 + N_1/2, n_2 + N_2/2) \end{bmatrix} \quad (15)$$

式(11)~(14)分别对应Type- 的偶-偶、偶-奇、奇-偶、奇-奇4种系列。其中,偶-偶对应 $N_1/2 \times N_2/2$ 的Type- DWT,奇-奇对应 $N_1/2 \times N_2/2$ 的Type- DWT(因篇幅所限,讨论略)。下面分别讨论偶-奇和奇-偶这两种情况。

3.1 偶-奇型Type- DWT

$N_1 \times N_2$ 偶-奇型系列Type- DWT 可形式化定义成

$$X_{EO}(k_1, k_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) \text{cas} \left[\frac{\pi(2n_1+1)k_1}{N_1} + \frac{\pi(2n_2+1)(2k_2+1)}{2N_2} \right] \quad (16)$$

式(16)可进一步分解成 F_0 - F_1 和 G_0 - G_1 两组式子,即

$$F_0(k_1, k_2) = \frac{X_{EO}(2k_1, 2k_2) + X_{EO}(2k_1, 2k_2 - 1)}{2} = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} \frac{1}{2} x(n_1, n_2) \left[\text{cas} \left[\frac{\pi(2n_1+1)k_1}{N_1/2} + \frac{\pi(2n_2+1)(4k_2+1)}{2N_2} \right] + \text{cas} \left[\frac{\pi(2n_1+1)k_1}{N_1/2} + \frac{\pi(2n_2+1)(4k_2-1)}{2N_2} \right] \right] = \sum_{n_1=0}^{N_1/2-1} \sum_{n_2=0}^{N_2/2-1} f_0(n_1, n_2) \text{cas} \left[\frac{\pi(2n_1+1)k_1}{N_1/2} + \frac{\pi(2n_2+1)k_2}{N_2/2} \right]$$

其中

$$f_0(n_1, n_2) = u_0(n_1, n_2) \cos \frac{\pi(2n_2+1)}{2N_2} - v_0(n_1, n_2) \sin \frac{\pi(2n_2+1)}{2N_2}$$

$$u_0(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) + x(N_1/2 + n_1, n_2)$$

$$v_0(n_1, n_2) = x(n_1, N_2/2 + n_2) +$$

$$x(N_1/2 + n_1, N_2/2 + n_2)$$

类似地有

$$G_0(k_1, k_2) = \frac{X_{EO}(2k_1, 2k_2) - X_{EO}(2k_1, 2k_2 - 1)}{2} = \sum_{n_1=0}^{N_1/2-1} \sum_{n_2=0}^{N_2/2-1} g_0(n_1, n_2) \text{cas} \left[\frac{-\pi(2n_1+1)k_1}{N_1/2} - \frac{\pi(2n_2+1)k_2}{N_2/2} \right] \quad (17)$$

$$G_0(n_1, n_2) = u_0(n_1, n_2) \sin \frac{\pi(2n_2+1)}{2N_2} + v_0(n_1, n_2) \cos \frac{\pi(2n_2+1)}{2N_2} \quad (18)$$

以上两组式子是 $N_1/2 \times N_2/2$ 偶-奇型系列Type- DWT。类似地有

$$F_1(k_1, k_2) = \frac{X_{EO}(2k_1+1, 2k_2) + X_{EO}(2k_1+1, 2k_2-1)}{2} = \sum_{n_1=0}^{N_1/2-1} \sum_{n_2=0}^{N_2/2-1} f_1(n_1, n_2) \text{cas} \left[\frac{\pi(2n_1+1)(2k_1+1)}{2(N_1/2)} + \frac{\pi(2n_2+1)k_2}{N_2/2} \right] \quad (19)$$

$$G_1(k_1, k_2) = \frac{X_{EO}(2k_1+1, 2k_2) - X_{EO}(2k_1+1, 2k_2-1)}{2} = \sum_{n_1=0}^{N_1/2-1} \sum_{n_2=0}^{N_2/2-1} g_1(n_1, n_2) \times \text{cas} \left[\frac{-\pi(2n_1+1)(2k_1+1)}{2(N_1/2)} - \frac{\pi(2n_2+1)k_2}{N_2/2} \right] \quad (20)$$

其中

$$f_1(n_1, n_2) = u_1(n_1, n_2) \cos \frac{\pi(2n_2+1)}{2N_2} -$$

$$v_1(n_1, n_2) \sin \frac{\pi(2n_2+1)}{2N_2}$$

$$g_1(n_1, n_2) = u_1(n_1, n_2) \sin \frac{\pi(2n_2+1)}{2N_2} +$$

$$v_1(n_1, n_2) \cos \frac{\pi(2n_2+1)}{2N_2}$$

$$u_1(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) - x(N_1/2 + n_1, n_2)$$

$$v_1(n_1, n_2) = x(n_1, N_2/2 + n_2) -$$

$$x(N_1/2 + n_1, N_2/2 + n_2)$$

式(19)和(20)是 $N_1/2 \times N_2/2$ 奇-偶型系列Type- DWT。式(16)最终的结果可表示为

$$X_{EO}(2k_1, 2k_2) = F_0(k_1, k_2) + G_0(k_1, k_2) \quad (21)$$

$$X_{EO}(2k_1, 2k_2 - 1) = F_0(k_1, k_2) - G_0(k_1, k_2) \quad (22)$$

$$X_{EO}(2k_1 + 1, 2k_2) = F_1(k_1, k_2) + G_1(k_1, k_2) \quad (23)$$

$$X_{EO}(2k_1 + 1, 2k_2 - 1) = F_1(k_1, k_2) - G_1(k_1, k_2) \quad (24)$$

其中, $X_{EO}(k_1, -1) = -X_{EO}(k_1, N_2 - 1)$, $0 \leq k_1 < N_1/2$, $1 \leq k_2 < N_2/2$ 。

3.2 奇-偶型 Type- DWT

$N_1 \times N_2$ 奇-偶型系列 Type- DWT 可形式化定义成

$$X_{OE}(k_1, k_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) \cos \left(\frac{\pi(2n_1+1)(2k_1+1)}{2N_1} + \frac{\pi(2n_2+1)k_2}{N_2} \right) \quad (25)$$

其中, $0 \leq k_1 < N_1/2$, $1 \leq k_2 < N_2/2$ 。

式(25)可进一步分解成 F_2-F_3 和 G_2-G_3 两组式子, 这两组式子形同 F_0-F_1 , G_0-G_1 。因篇幅所限, 略。

4 算法的实现与实验结果

本算法通过分布式环境对 1024×768 以上的彩色沙地景观空间格局遥感图像(由中科院沙漠所提供)^[1]进行了边缘检测实验, 结果如图 1 所示((b)~(h)为并行处理结果)。表 1 列出了在变换效果、占用空间相近的前提下变换所耗时间的记录报告(本算法在 MATLAB 和 VC++ 两种环境下实现)。实验平台为 Windows 2000, 内存为 64 M, 主频为 450 MHz 的 PC 工作站。

表 1 可并行实现的小波变换算法用于图像特征提取的实验

图像大小	1台 PC	2台 PC	3台 PC	4台 PC	5台 PC	8台 PC	t/s
1024 × 768	158	104	67	51	35	15	
1152 × 864	172	123	82	65	47	29	
1280 × 1024	234	166	110	93	68	50	
1600 × 1200	448	307	208	167	105	82	

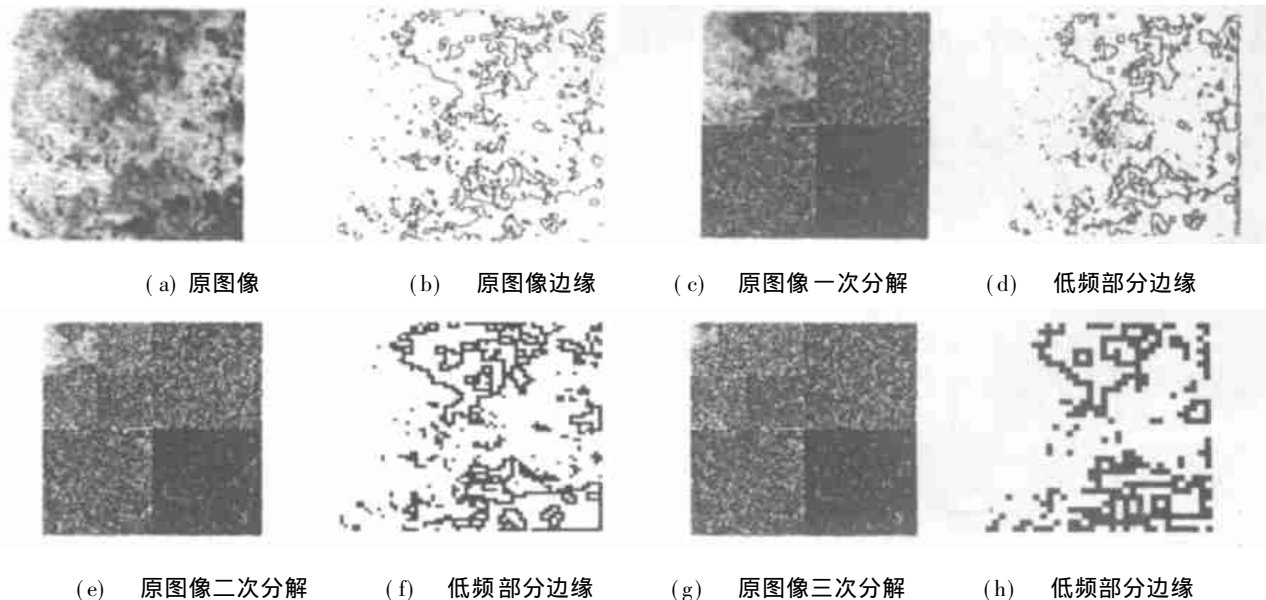


图 1 边缘提取处理实例

5 结 语

为了克服已有的小波变换算法只能基于单机或工作站来实现, 以及这些变换算法在计算时间、占用空间、变换效果等多方面难以统一的缺点, 本文提出一种可并行实现的算法。多种实验表明, 本算法能很

好地将它们统一起来, 它不仅适用于信号的检测, 而且适合于信号融合的自动处理。由于未能搜索到相关的并行算法, 故算法间的对比效果未能实现。我们将继续研究这方面的算法, 力争使其达到最优。

(下转第 147 页)

显然,由于 pH 与各模型输入之间的非线性关系以及与另一通道之间的耦合,使得其模型辨识更加困难。给定系统流入溶液的流量变化为

$$F_a(t) = 16 + 4\sin(2\pi t/15) \quad (20)$$

$$F_b(t) = 16 + 4\cos(2\pi t/25) \quad (21)$$

$$F_{\text{eff}}(t) = 0.55 + 0.055\sin(2\pi t/10) \quad (22)$$

图4给出了采用本文建模方法,聚类个数为 $c = 10$ 时两通道辨识结果的误差曲线。由于 pH 的强非线性, h 通道误差远远小于 pH 通道。pH 和 h 模型的 RMSE 分别为 0.105 0 和 0.022 8, 优于文献[5]方法(见表1)。

5 结 语

本文从系统输入输出数据出发,利用模糊聚类辨识 pH 过程,提供了一种新型的模型描述方法。文中提出一种模糊满意聚类算法,该算法能快速确定系统的模糊划分数目,并以聚类数目作为规则数,构建系统的 TS 型模型。对 pH 过程的仿真研究验证了采用基于模糊聚类的 TS 模型描述强非线性复杂系统的合理性和有效性。值得注意的是:本文方法不仅解决了聚类方法本身存在的问题,也为 TS 规则个数的选取以及进一步解决多模型策略中的关键问题——模型集确立与优化提供了可行思路。

参考文献(References):

- [1] Buchholt F, Kummel M. Self-tuning control of a pH-neutralization process[J]. Automatica, 1979, 15(6): 665-671.
- [2] Pajunen G A. Comparison of linear and nonlinear adaptive control of a pH process[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1987, 7(1): 39-44.
- [3] Karr C L, Gentry E J. Fuzzy control of pH using genetic algorithms [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1993, 1(1): 46-53.
- [4] Bhat N V, Minderman P A, Jr Macvoy T, et al. Modeling chemical process systems via neural computation [J]. IEEE Control Systems Magazine, 1990, 10(3): 24-30.
- [5] Nie J H, Loh A P, Hang C C. Modeling pH neutralization processes using fuzzy-neural approaches[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 78(1): 5-22.
- [6] Gustafson D, Kessel W C. Fuzzy clustering with a fuzzy covariance matrix [A]. Proc of IEEE CDC [C]. San Diego, 1979. 761-766.
- [7] Murray S R, Johansen T A. Multiple model approaches to modeling and control [M]. London: Taylor and Francis, 1997.
- [8] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. IEEE Trans on SMC, 1985, 15(1): 116-132.

(上接第 142 页)

参考文献(References):

- [1] 张德干, 赵海. 小波变换用于沙漠化土地景观格局的分析[J]. 东北大学学报(J of Northeastern Univ), 2001, 22(1): 25-28.
- [2] Vaidyanathan P P, Huong P Q. Lattice structures for optimal design and robust implementation of two-channel perfect-reconstruction QMF banks[J]. IEEE Trans on ASSP, 1997, 36(1): 81-94.
- [3] 张德干. 小波变换在数字图像处理中的应用研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2000.
- [4] G Strang. Creating and comparing wavelets [A]. Numerical Analysis [C]. Singapore: World Scientific, 1996.
- [5] A Cohen, I Daubechies, J C Feauveau. Bi-orthogonal bases of compactly supported wavelets [J]. Commun Pure Appl Math, 1992, 45: 485-560.
- [6] A Cohen, I Daubechies, P Vial. Wavelets on the interval and fast wavelet transforms[J]. Appl Comput Harmon Anal, 1993, 1: 54-81.
- [7] Wickerhauser M V. Adapted wavelet analysis from theory to software[M]. New York: SIAM, 1994, 442-462.
- [8] Chen H L. Periodic orthogonal quasi-wavelet bases[J]. Chinese Science Bulletin, 1996, 41(7): 552-554.
- [9] Geronimo J S. Fractal functions and wavelet expansions based on several scaling functions[J]. J Approx Theory, 1996, 78: 373-401.
- [10] 张德干, 赵海. 一种基于快速傅立叶变换的小波变换方法[J]. 东北大学学报(J of Northeastern Univ), 2000, 21(6): 598-602.