

文章编号: 1001-0920(2002)02-0155-04

# 一种基于 T-S 模型的快速自适应建模方法

岳玉芳, 毛剑琴

(北京航空航天大学 第七研究室, 北京 100083)

**摘要:** 在分析 Takagi-Sugeno 模型的网格法(即 ANFIS 方法)、聚类法和模糊树法的基础上, 提出一种新的改进的建模方法。它划分的子空间的个数与分布和采样数据的特征密切相关, 具有自适应能力。应用国际标准例题进行仿真, 说明了该方法的有效性。

**关键词:** T-S 模型; 模糊树模型; ANFIS; 模糊聚类

**中图分类号:** TP 13      **文献标识码:** A

## Fast adaptive modeling based on T-S model

YUE Yu-fang, MAO Jian-qin

(The 7th Research Division, Beijing University of Aero & Astro, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Based on analyzing and comparing several Takagi-Sugeno fuzzy system modeling methods, a new method of fuzzy modeling based on T-S model is presented. Fuzzy subspaces produced have proper number and distribution according to the sample data distribution and linearizable degree. Parameter identification has proper initial value, so the training process is fast. This new method is applied to a benchmark example, Mackey-Glass time series prediction and simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed modeling method. It is of less dependence on data and initial values, less calculation amount and higher accuracy and quickly declining error.

**Key words:** T-S model; fuzzy tree model; ANFIS; fuzzy clustering

## 1 引言

T-S 模糊系统<sup>[1]</sup>的建模包括结构辨识和参数辨识两个方面。结构辨识要求在输入空间中划分出若干个子空间, 每个子空间表示一条模糊规则; 参数辨识则要求确定规则中隶属度函数参数和输入输出线性参数。由于划分子空间方法的不同, 又有网格法(即 ANFIS 方法)、聚类法和模糊树法 3 种建模方法。本文将子空间的自适应划分算法与混合学习规则方法有效地结合, 提出一种新的 T-S 模型建模方

法。仿真结果表明了它的高效性。

## 2 3 种 T-S 模型建模方法的分析

### 2.1 网格法和聚类法

将输入空间划分成若干个长方形(或长方体)的方法是由 Takagi 和 Sugeno 于 1985 年提出的<sup>[1]</sup>; Jyh-Shing 于 1993 年又提出了参数辨识中的混合学习规则方法<sup>[2]</sup>, 从而完善了网格法。一般地, 输入向量  $x = [1 \ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$  的元素都可归一为 -1

收稿日期: 2000-11-24; 修回日期: 2001-03-17

基金项目: 高校博士点基金项目(2000000625); 北京市自然科学基金项目(4992007)

作者简介: 岳玉芳(1974—), 女, 河南鹤壁人, 博士生, 从事模糊系统建模和参数智能化估计研究; 毛剑琴(1940—), 女, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事控制理论与控制工程研究。

$x_i - 1, i = 1, 2, \dots, n_0$  将  $[-1, 1]$  划分成  $[k/m, (k + 1)/m], k = -m, \dots, m - 1$ , 输入空间最终划分出  $2m + 1$  个互有重叠部分的小区间:  $[-1, -(m - 1)/m], [(m - 1)/m, 1], [(k - 1)/m, (k + 1)/m], - (m - 1) \leq k \leq m - 1$ . 网格法 (ANFIS 法) 仅仅利用数据每一维输入的最大值和最小值划分子空间, 与数据的分布无关, 它只能用于输入维数小于等于 5 的情况, 否则会因规则过多而出现参数的组合爆炸问题.

Chiu 于 1994 年提出了基于聚类方法和混合学习规则方法的模糊模型辨识<sup>[3]</sup>. 聚类法由聚类半径决定子空间的数目, 与输入空间的维数无关, 每个子空间是椭圆形 (或椭球), 所有子空间共同覆盖了输入采样数据. 聚类法通过聚类半径的选择来调节规则个数, 因此可以用于任意维数的建模.

网格法和聚类法在结构辨识之后, 用迭代的混合学习规则方法进行参数辨识, 性能稳定, 但由于输入输出线性关系的初始参数完全是任意选取的, 使得计算量大, 误差下降慢.

### 2.2 模糊树法

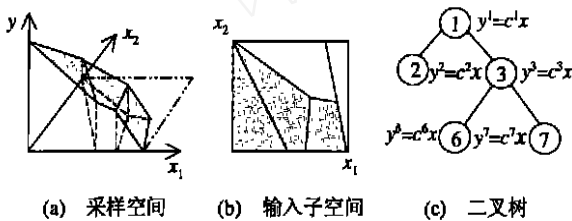


图 1 模糊树划分输入子空间的示意

张建刚和毛剑琴提出的模糊树方法<sup>[4,5]</sup>, 用一个二叉树  $T$  的叶节点表示不规则形状的子空间. 图 1 是用模糊树法划分子空间的示意图, (a) 的阴影部分表示 3 条模糊规则覆盖了采样空间; (b) 表示模糊规则对应的 3 个输入子空间; (c) 是相应的二叉树, 叶节点对应 3 个输入子空间. 已知  $K$  组输入输出数据, 根节点上  $\mu_t(x) = 1$ , 其它节点有

$$\begin{cases} \mu_t(x) = \frac{1}{1 + \exp[-\alpha(c_{p(t)}^T x - \theta)]} \\ \mu_t(x) = \mu_{p(t)}(x)\mu_l(x) \end{cases} \quad (1)$$

设定每个叶节点误差和划分后节点误差

$$e_t = \sum_{i=1}^K [\mu_t(x^i)(y^i - c_t^T x^i)]^2 \quad (2)$$

$$e_t^c = \sum_{i=1}^K \left[ \mu_t(x^i)(y^i - \frac{\mu_{l(t)}(x^i)c_{l(t)}x^i + \mu_{r(t)}(x^i)c_{r(t)}x^i}{\mu_{l(t)}(x^i) + \mu_{r(t)}(x^i)}) \right]^2 \quad (3)$$

当  $e_t > e_t^c$  成立时, 则对节点  $t$  进行划分. 模糊树法利用输入输出数据划分子空间, 划分时叶节点  $c_t$  也是规则输入输出线性参数. 上述步骤对  $c_t(t - T)$  采用最小二乘法辨识, 对  $\alpha$  和  $\theta(t - T)$  采用非线性优化算法辨识. 结构辨识与参数辨识同时进行, 但参数辨识还不够完善, 使得建模性能不够稳定.

## 3 一种改进的 T-S 模型建模方法

### 3.1 自适应划分算法 —— 改进方法的结构辨识

改进方法是用二叉树对采样数据进行分类, 该过程不涉及任何模糊集合与隶属度函数, 结构辨识是独立进行的. 令二叉树的根节点  $\text{root}(T)$  代表已知的采样数据 (也称样本) 的集合, 在节点  $t$  上建立一个输入输出线性模型,  $\hat{y}$  是输出估计值,  $c' = [c_0, c_1, \dots, c_n]^T$  为线性系数. 设节点  $t$  有  $K$  组采样数据  $(X, Y), X = [x^1 \ x^2 \ \dots \ x^i \ \dots \ x^K]^T, x_i = [1, x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i]^T, Y = [y^1 \ y^2 \ \dots \ y^i \ \dots \ y^K]^T$ , 则有

$$\hat{y} = (c')^T x \quad (4)$$

求解  $c'$  可通过最小化准则函数  $E = \sum_{i=1}^K (y^i - \hat{y}^i)^2 / 2$  得到, 即

$$c' = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (5)$$

设  $X^T X = U W V^T, W = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ . 构造  $Q = \text{diag}[1/\sigma_1, 1/\sigma_2, \dots, 1/\sigma_n]$  (若  $\sigma_i = 0$  或小于某一给定的阈值, 则将  $Q$  的对角元  $q_{ii}$  置为 0), 从而  $c' = V Q U^T X^T Y$ . 令节点  $t$  的估计误差为

$$\text{RMSE}(t) = \sqrt{\sum_{i=1}^K (y^i - \hat{y}^i)^2 / K} \quad (6)$$

如果它小于等于误差限  $\text{error}$ , 则节点  $t$  不再划分; 否则, 计算样本的输出均值  $\theta^t = \sum_{i=1}^K y^i / K$ , 任意  $x \in X$ . 如果  $c_t^T x < \theta^t$ , 则  $x$  属于  $l(t)$  的样本集合; 否则,  $x$  属于  $r(t)$  的样本集合.

采用子空间的自适应划分算法, 将节点  $t$  的样本划分到左、右子节点中去, 实际上考虑了样本在输入输出空间的分布, 划分的基准  $\theta^t$  自动向样本较多的地方移动, 使得  $l(t)$  和  $r(t)$  中有大致相同的样本数. 该算法还可通过误差限  $\text{error}$  并依据采样数据均衡子空间在输入空间的分布, 计算式 (6) 得到的误差小, 说明样本的线性化较好地描述了它所在区间的函数特征, 因此不必再划分; 误差大则说明样本的线性化不能充分描述它所在区间的函数特征, 还需

要继续划分更小的区间。

### 3.2 改进方法的参数辨识

对每个规则的第  $i$  维输入定义一个模糊集合  $A^l_i$  和隶属度函数。设  $A^l_i$  的隶属度函数选为高斯型, 即

$$\mu_{A^l_i}(x_i) = a^l_i \exp \left[ - \left( \frac{x_i - q^l_i}{\sigma^l_i} \right)^2 \right] \quad (7)$$

假设式(7)在某一点上能取得单位值 1, 从而令  $a^l_i = 1$ 。  $q^l_i$  是使式(7) 取到 1 的  $x_i$ , 故将  $q^l_i$  的初始值选为叶节点  $l$  上所有输入数据的第  $i$  维元素的均值, 记作  $\bar{x}^l_i$ 。  $\sigma^l_i$  表征隶属度函数形状, 它的初始值可通过求叶节点  $l$  的输入数据第  $i$  维元素所在的闭区间来估计。模糊规则输入输出线性参数  $c^l_i$  的初始值, 选为叶节点  $l$  上输入输出线性关系  $y = (C^l)^T x$  中的参数  $c^l_i$ 。在初始值都已确定后, 应用混合学习规则的学习算法迭代地辨识参数  $q^l_i$ ,  $\sigma^l_i$  和  $c^l_i$ 。

与网格法和聚类法的参数估计相比, 改进方法的输入输出线性参数具有确定的相对比较合理的初始值, 所以参数优化会又快又好。改进方法将自适应划分算法与混合学习规则方法有效地结合, 前者自适应划分分子空间, 并为后者准备了较为合理的参数初始值。

## 4 数值仿真及分析

**算例 1** 4 维 Mackey-Glass 混沌时间序列的预测问题(国际标准例题), 它由如下方程产生。

$$\frac{d(x(t))}{dt} = \frac{0.2x(t-\tau)}{1+x^{10}(t-\tau)} - 0.1x(t)$$

通常取  $\tau = 17$ , 在 1 200 个采样数据中, 将数据 100 ~ 600 用作训练数据, 数据 601 ~ 1 110 用作检测数据。输入向量取作  $x = [1, x(t-18), x(t-12), x(t-6), x(t)]$ , 输出量取作  $y = x(t+6)$ 。

从表 1 可以看到: 改进方法和网格法比模糊树法的模型简单, 建模精度高; 与网格法在模糊规则数相同的条件下相比, 改进方法收敛速度快, 误差下降

表 1 改进方法与网格法、模糊树法的比较

	辨识时间 min	训练均方根误差	检测均方根误差	规则个数	线性参数个数	非线性参数个数
改进方法	1.79	0.002 0	0.001 9	16	80	128
网格方法	18.5	0.001 2	0.001 0	16	80	128
改进方法	1.98	0.001 8	0.001 7	16	80	24
网格方法	18.5	0.001 6	0.001 5	16	80	24
模糊树法	0.342	0.008 8	0.009 0	16	80	155
改进方法	2.81	0.002 7	0.003 1	64	320	379

快, 精度也更高。图 2 示出了改进方法检测数据(实线)和训练数据(虚线)的 RMSE 曲线, 与文献[2]使用相同算例得到的 ANFIS 模型 RMSE 曲线相比, 误差下降快, 而且精度高。

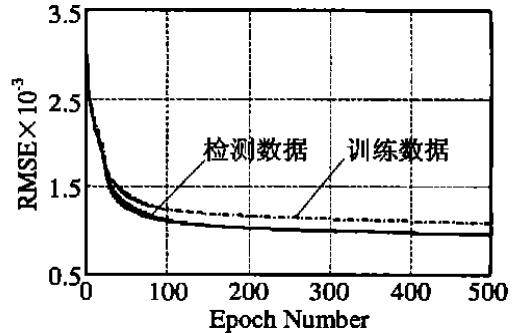


图 2 改进方法的 RMSE 曲线

**算例 2** 10 维 Mackey-Glass 混沌时间序列的预测问题。高维预测更具挑战性, 输出更加精确。输入向量取作  $x = [1, x(t-54), x(t-48), \dots, x(t-6), x(t)]$ , 输出量仍取作  $y = x(t+6)$ 。

表 2 改进方法与聚类法、模糊树法的比较

	辨识时间 min	训练均方根误差	检测均方根误差	规则个数	线性参数个数	非线性参数个数
改进方法	6.45	0.000 24	0.000 26	15	165	300
聚类方法	15.5	0.000 15	0.000 17	15	165	300
改进方法	15.5	0.000 21	0.000 23	15	165	300
聚类方法	32.0	0.000 15	0.000 17	15	165	300
模糊树法	0.3	0.002 1	0.002 2	16	176	181
改进方法	1.8	0.000 5	0.007 4	32	352	373

从表 2 和图 3、图 4 看出: 改进方法和聚类法比模糊树法建模精度高, 性能也更加稳定; 改进方法与聚类法在同等条件下比较, 收敛速度快, 误差下降快, 用较少的时间就能达到较高的精度。

改进方法使得 T-S 模型的建模在结构辨识中尽量选择能较好拟合采样数据的模糊规则数目及其

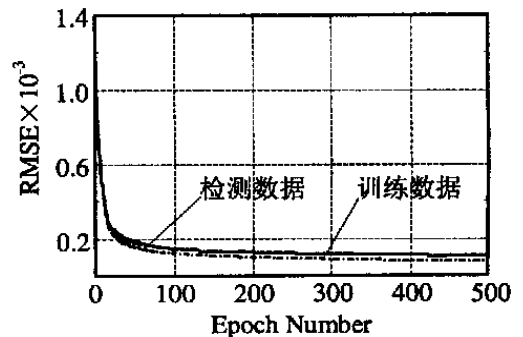


图 3 改进方法的 RMSE 曲线

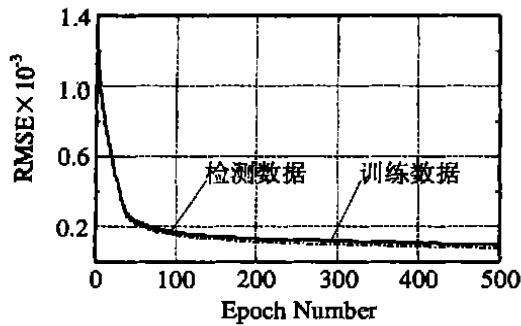


图4 聚类法的RMSE曲线

分布,这当然有利于T-S模型在参数辨识过程中更加迅速、准确地优化参数。

## 5 结论

本文提出一种新的改进的建模方法,它采用对采样数据特征有自适应能力的输入子空间自适应划分算法,能够处理高维输入问题;与网格法和聚类法

相比,子空间的数目和分布更为合理,并且参数优化快速、准确。仿真结果验证了如上特点。

### 参考文献(References):

- [1] T Takagi, M Sugeno. Fuzzy identification of systems and applications to modelling and control [J]. IEEE Trans on Syst, Man & Cyb, 1985, 15(1): 116-132
- [2] Jyh-Shing Roger Jang. ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system [J]. IEEE Trans on Sys, Man & Cyb, 1993, 23(3): 665-685
- [3] S Chiu. Fuzzy model identification based on cluster Estimation [J]. J of Intell & Fuzzy Syst, 1994, 2(3): 267-278
- [4] Zhang Jianguang, Mao Jianqin, Dai Jiyang, et al. Fuzzy-tree model and its application to complex system modeling [A]. IFAC 99[C]. Beijing, 1999. 121-126
- [5] 张建刚,毛剑琴,夏天,等.模糊树模型及其在复杂系统辨识中的应用[J].自动化学报(Acta Automatica Sinica), 2000, 26(3): 378-381.

(上接第154页)

## 6 结论

1) 此类非线性动力学系统对被控对象要求的先验知识很少,且能解决具有一般结构的非线性系统NNMRAC问题,具有广泛的应用价值;

2) 此类系统由于采用在线辨识与控制,所以具有更强的鲁棒性、实时性和自适应性;

3) 具有可分离结构的离散非线性系统的NN-MRACS至少需要一个神经网络进行在线辨识,本文提出的设计方案只需一个神经网络辨识器,简化了系统设计的复杂性。

4) 给出了统一的设计步骤,统一了任意神经网络模型参考自适应控制的设计方法,为复杂非线性动力学系统的智能控制提供了一定的理论依据。

### 参考文献(References):

- [1] 王永骥,涂健.神经网络控制[M].北京:机械工业出版社,1998
- [2] C IFang Chung, Cheng-jian Lin, Chin-teng Lin. A GA-based fuzzy adaptive learning control network [J].

Fuzzy Sets and Systems, 2000, 112(1): 65-84

- [3] 张绍德.一类基于模糊辨识器的非线性动态系统辨识[J].电子科技大学学报(J of UEST of China), 2000, 29(2): 170-173
- [4] 张立明.人工神经网络的模型及应用[M].上海:复旦大学出版社,1992
- [5] 徐丽娜.神经网络控制[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1999
- [6] 张绍德.一类神经网络非线性系统模型参考自适应控制[J].华中理工大学学报(J of Huazhong Univ of Sci & Tec), 2000, 28(4): 77-79
- [7] Ahmed M S. Neural net based MRAC for a class of nonlinear plants [J]. IEEE Neural Networks, 2000, 13(1): 111-124
- [8] 施阳,李俊. MATLAB 语言工具箱——ToolBox 实用指南[M].西安:西北工业大学出版社,1999
- [9] 廖明,吴宁,谢品芳.神经网络内模控制算法的研究[J].电气传动自动化(Electric Drive Automation), 1998, 20(4): 24-28
- [10] Hunt K J, Sbarbaro D. Neural networks for nonlinear model control [J]. IEE Proc-D, 1991, 138(5): 431-438