第 17 卷 第 2 期 控 制 与 决 策 2002 年 3 月
Vol. 17 No. 2 Control and Decision Mar. 2002

文章编号: 1001-0920(2002)02-0159-04

一类一阶耦合广义系统的极点配置问题

葛 照 强[1,2]
(1. 西安交通大学 理学院, 陕西 西安 710049; 2. 西北轻工业学院 基础部, 陕西 咸阳 712081)

摘 要: 讨论 Hilbert 空间中广义分布参数系统与广义集中参数系统所构成的一类一阶耦合广义系统的极点配置问题, 应用算子的广义逆给出了问题的解及解的构造性表达式。这对一阶耦合广义系统的镇定及渐近稳定性的研究具有重要的理论价值。

关键词: 耦合广义系统; 极点配置问题; 算子广义逆; Hilbert 空间
中图分类号: TP 271.61; O 231 文献标识码: A

Pole assignment for a class of first order coupled generalized system

GE Zhao-qiang[1,2]
(1. College of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. Department of Basie Science, Northwest Institute of Light Industry, Xianyang 712081, China)

Abstract: Pole assignment for a class of the first order generalized distributed parameter system coupled with the first order generalized lumped parameter system is discussed in Hilbert space. The solutions of the problem and constructive expression of the solutions are given by means of the generalized inverse of bounded linear operator. It is theoretically important to study the stabilization and asymptotical stability of the first order coupled generalized system.

Key words: coupled generalized system; pole assignment; generalized inverse of operator; Hilbert space

1 引 言

广义分布参数系统是比分布参数系统更广泛的一类系统[1~3], 它与分布参数系统有着本质的区别, 当受到干扰时, 不仅会使系统失稳, 而且会引起脉冲等行为。广义分布参数系统的研究仅有 10 年历史[1~6], 研究的内容主要集中在系统的稳定性和变结构控制上[4~6], 而关于广义分布参数系统的极点配置问题的研究则很少。

工程控制系统中的一种重要情形是受控对象为广义分布参数系统, 控制器为广义集中参数系统。因此, 需要研究广义分布参数系统与广义集中参数系统所构成的耦合闭环系统具有预先指定的极点问题。

本文讨论 Hilbert 空间中广义分布参数系统与广义集中参数系统所构成的耦合广义系统的极点配置问题, 在一定的条件下应用算子的广义逆给出了问题的解及解的构造性表达式。

设 H 表示复的可析的 Hilbert 空间, E_1 和 A 是 H 上的线性算子, 且 E_1 有界但不可逆, $b \in H$ 且 $b \neq 0$,

收稿日期: 2000-11-09; 修回日期: 2001-02-06
基金项目: 陕西省教育委员会专项科研计划项目(99JK179)
作者简介: 葛照强(1960—), 男, 陕西兴平人, 教授, 从事广义系统和分布参数系统等研究。

对如下广义分布参数系统

$$E_1\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=Ax+bu,\quad x(0)=x_0 \qquad (1.1)$$

其中 $u(t)$ 是一个数值函数。令 $u(t)=\langle E_1x(t),g\rangle$，其中 $g\in H$ 且 $g\neq 0$，$\langle\cdot,\cdot\rangle$ 表示 H 中的内积。由式(1.1)有

$$E_1\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=(A+G)x,\quad x(0)=x_0 \qquad (1.2)$$

其中 $Gx=\langle E_1x,g\rangle b$

要讨论的问题是：对于给定的元 $b\in H$，能否找到一个元 $g\in H$，使闭环系统(1.2)具有预先指定的极点。

该问题解存在的充分条件参见文献[7]。在数学及工程控制系统中，其中一类重要的系统是由广义分布参数系统与广义集中参数系统所构成的耦合广义系统，研究的主要问题之一是该系统的极点配置问题。这类系统可描述如下：

设 $g_0\in H$ 且 $g_0\neq 0$，R^n 表示 n 维欧氏空间，$k_0\in R^n$ 且 $k_0\neq 0$，$(G_0x)(t)=\langle E_1x(t),g_0\rangle k_0$，则 G_0 是一个有界线性算子。对如下系统

$$E_2\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=Fz+k_0v(t),\quad z(0)=z_0 \qquad (1.3)$$

其中，$E_2,F\in R^{n\times n}$，$z\in R^n$，$v(t)$ 是一个数值函数，令 $v(t)=\langle E_1x(t),g_0\rangle$，则有

$$E_2\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=Fz+G_0x,\quad z(0)=z_0 \qquad (1.4)$$

若令状态反馈为 $u(t)=\langle z(t),g\rangle$，其中 $g\in R^n$ 且 $g\neq 0$，由方程(1.1)和(1.4)可得如下耦合广义系统

$$\begin{cases}E_1\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=Ax+Gz,\quad x(0)=x_0\\[2mm] E_2\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=Fz+G_0x,\quad z(0)=z_0\end{cases} \qquad (1.5)$$

其中 $Gz=\langle z,g\rangle b$，且 G 是有界线性算子。令

$$B_0=\begin{bmatrix}E_1 & 0\\ 0 & E_2\end{bmatrix},\quad T_0=\begin{bmatrix}A & G\\ G_0 & F\end{bmatrix}$$

$$y=\begin{bmatrix}x\\ z\end{bmatrix},\quad B_F=\begin{bmatrix}A & 0\\ 0 & F\end{bmatrix}$$

$$T=\begin{bmatrix}0 & G\\ G_0 & 0\end{bmatrix}$$

则由方程(1.5)可得

$$B_0\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=T_0y,\quad y_0=\begin{bmatrix}x_0\\ z_0\end{bmatrix} \qquad (1.6)$$

我们要讨论的问题是：是否存在 $g_0\in H$，使广义闭环系统(1.6)具有预先给定的极点。

以下用 E_1^* 表示 E_1 的共轭算子；$\sigma_p(E_1,A)=\{\lambda:\lambda$ 表示 E_1 和 A 的广义特征值$\}$ 表示系统(1.1)的有限极点；$\bar{\lambda}$ 表示 λ 的共轭复数，I 表示恒等算子；$\rho(E_1,A)=\{\alpha:\alpha$ 使 (αE_1-A) 为正则算子$\}$，对于 $\alpha\in\rho(E_1,A)$，$R(\alpha E_1,A)=(\alpha E_1-A)^{-1}$。

2 预备知识

定义 1[8] 设 $B(H)$ 表示 H 上有界线性算子全体所形成的 Banach 代数。对 $A\in B(H)$，若存在 $G\in B(H)$，使

$$AGA=A,\quad GAG=G$$

$$(GA)^*=GA,\quad (AG)^*=AG$$

则称 G 为 A 的一个广义逆，记为 A^+。

引理 1[8] 若 A^+ 存在，则 A^+ 唯一，且 $(A^*)^+$ 也存在，满足 $(A^*)^+=(A^+)^*$。

引理 2[9] 若 H_1 和 H_2 是两个 Hilbert 空间，$\dim H_1<+\infty$，且 $M=\begin{bmatrix}A & B\\ 0 & D\end{bmatrix}$ 为 $H_1\oplus H_2$ 上的可逆算子，则 A 和 D 可逆，且

$$M^{-1}=\begin{bmatrix}A^{-1} & -A^{-1}BD^{-1}\\ 0 & D^{-1}\end{bmatrix}$$

引理 3 $\lambda\in\rho(B_0,B_F)$ 的充要条件是 $\lambda\in\rho(E_1,A)\cap\rho(E_2,F)$。

应用引理 2 可直接证明引理 3。

对 $\lambda\in\rho(B_0,B_F)$，令

$$c=\langle E_1R(\lambda E_1,A)b,g_0\rangle R(\lambda E_2,F)k_0$$

$$w(\lambda)=\langle c,g\rangle$$

引理 4 若系统(1.1)仅有有限极点，A 是闭的稠定的线性算子，$\lambda\in\rho(B_0,B_F)$，则 $\lambda\in\sigma_p(B_0,T_0)$ 的充要条件是

$$w(\lambda)=1 \qquad (2.1)$$

且 $\lambda B_0y_0=T_0y_0$。其中 $y_0=\begin{bmatrix}R(E,A)b\\ c\end{bmatrix}$，广义特征子空间 $\{y:\lambda B_0y=T_0y,\ y\in H\oplus R^n\}$ 是一维的。

证明 令 $\lambda\in\rho(B_0,B_F)$，若方程(2.1)不成立，则可证明 $\lambda\in\rho(B_0,T_0)$。事实上，因为

$$(\lambda B_0-T_0)^*=\begin{bmatrix}\bar{\lambda}E^*-A^* & -G_0^*\\ -G^* & \bar{\lambda}E_2^*-F^*\end{bmatrix} \qquad (2.2)$$

对任一 $\Psi_1\in H$ 和 $\Psi_2\in R^n$，令

$$\Psi=\begin{bmatrix}\Psi_1\\ \Psi_2\end{bmatrix},\quad y=\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\end{bmatrix}$$

及

$$(\lambda B_0-T_0)^*y=\Psi \qquad (2.3)$$

应用式(2.2)和(2.3)有

$$(\bar\lambda E_1^* - A^*)y_1 - G_0^* y_2 = \Psi_1 \tag{2.4}$$

$$-G^* y_1 + (\bar\lambda E_2^* - F^*)y_2 = \Psi_2 \tag{2.5}$$

因为 $\lambda\in\rho(B_0,B_F)$,由式(2.5)有

$$y_2 = R^*(\lambda E_2,F)\Psi_2 + \langle y_1, b\rangle R^*(\lambda E_2,F)g \tag{2.6}$$

将式(2.6)代入(2.4),可得

$$y_1 = h + \langle y_1,b\rangle h_1 \tag{2.7}$$

其中

$$h = R^*(\lambda E_1,A)\Psi_1 + \langle R^*(\lambda E_2,F)\Psi_2, k_0\rangle R^*(\lambda E_1,A)E_1^* g_0 \tag{2.8a}$$

$$h_1 = \langle R^*(\lambda E_2,F)g, k_0\rangle R(\lambda E_1,A)E_1^* g_0 \tag{2.8b}$$

由式(2.8)有

$$\langle y_1,b\rangle = \langle h_1,b\rangle\langle y_1,b\rangle + \langle h,b\rangle \tag{2.9}$$

及

$$\langle h_1,b\rangle = \overline{\langle R(\lambda E_2,F)k_0, g\rangle}\ \overline{\langle E_1R^*(\lambda E_1,A)b,g_0\rangle} = \overline{w(\lambda)}$$

从而由式(2.9)有

$$\langle y_1,b\rangle = \langle h,b\rangle + \langle h_1,b\rangle \overline{w}(\lambda) \tag{2.10}$$

因为 $w(\lambda)\neq 1$,故有

$$\langle y_1,b\rangle = \frac{\langle h,b\rangle}{1-\overline{w(\lambda)}} \tag{2.11}$$

由式(2.11),(2.7)和(2.4),可推得

$$y_2 = R^*(\lambda E_2,F)\Psi_2 + \frac{\langle h,b\rangle}{1-\overline{w(\lambda)}}R^*(\lambda E_2,F)g_0 \tag{2.12}$$

$$y_1 = R^*(\lambda E_1,F)\Psi_1 + \langle y_2,k_0\rangle R^*(\lambda E_1,A)E_1^*g_0 \tag{2.13}$$

由式(2.8a),(2.12)和(2.13)可知,在任意 $\Psi\in H$ 处 y_1 和 y_2 是连续的。因此,满足 $y=[(\lambda B_0-T_0)^*]^{-1}\Psi$ 的算子 $(\lambda B_0-T_0)^*$ 是有界线性算子,故 $\lambda\in\rho(B_0,T_0)$。

若 $\lambda\in\rho(B_0,B_F)$ 且 $w(\lambda)=1$,则可证明 λ 为 B_0 和 T_0 的广义特征值,且相应的广义特征向量为

$$y_0 = \begin{bmatrix} y_{10}\\ y_{20}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(\lambda E_1,A)b \\ c\end{bmatrix}$$

事实上,因为

$$(\lambda B_0 - T_0)y_0 = (\lambda B_0 - B_F - T)y_0 = (\lambda B_0 - B_F)[I - R(\lambda B_0,B_F)T]y_0$$

且 $\lambda\in\rho(B_0,B_F)$,因此 $\lambda\in\sigma_p(B_0,T_0)$,当且仅当

$$R(\lambda B_0,B_F)Ty_0 = y_0 \tag{2.14}$$

由于

$$R(\lambda B_0,B_F)Ty_0 = \begin{bmatrix} R(\lambda E_1,A)Gy_{20}\\ R(\lambda E_2,F)G_0y_{10}\end{bmatrix} \tag{2.15}$$

$$R(\lambda E_1,A)Gy_{20} = \langle y_{20},g\rangle R(\lambda E_1,A)b \tag{2.16}$$

其中 $y_{20}=c$, $y_{10}=R(\lambda E_1,A)b$,应用式(2.1)可得

$$R(\lambda E_1,A)Gy_{20} = R(\lambda E_1,A)b = y_{10} \tag{2.17}$$

$$R(\lambda E_2,F)G_0y_{10} = \langle E_1y_{10},g_0\rangle R(\lambda E_2,F)k_0 = \langle E_1R(\lambda E_1,A)b,g_0\rangle R(\lambda E_2,F)k_0 = c = y_2 \tag{2.18}$$

由式(2.18),(2.17)和(2.15),可推得 $R(\lambda B_0,B_F)Ty_0=y_0$,因此 $\lambda\in\sigma_p(B_0,T_0)$。

对 $\lambda\in\sigma_p(B_0,T_0)$,令 $y'=\begin{bmatrix}y_1'\\y_2'\end{bmatrix}$ 为 B_0 和 T_0 的任一相应于 λ 的广义特征向量,由上述推导过程可得 $y_1'=R(\lambda E_1,A)Gy_2'$, $y_2'=R(\lambda E_2,F)G_0y_1'$,因此

$$y_1' = \langle y_2',g\rangle R(\lambda E_1,A) = \langle y_2',g\rangle y_{10} \tag{2.19}$$

$$y_2' = \langle E_1y_1',g_0\rangle R(\lambda E_2,F)k_0 = \langle y_2',g\rangle\langle E_1y_{10},g_0\rangle R(\lambda E_2,F)k_0 = \langle y_2',g\rangle y_{20} \tag{2.20}$$

由式(2.19)和(2.20),有

$$\begin{bmatrix}y_1'\\y_2'\end{bmatrix} = \langle y_2',g\rangle\begin{bmatrix}y_{10}\\y_{20}\end{bmatrix},\quad y' = \lambda_1 y_{10}$$

其中 $\lambda_1=\langle y_2',g\rangle$。因此对 $\lambda\in\sigma_p(B_0,T_0)$,相应的广义特征子空间是一维的。□

引理 5[10]　设 $x_i\in H$ 且 $x_i\neq 0$, $i=1,2,\cdots,N$; $y_{N+k}\in H$ 且 $y_{N+k}\neq 0$, $k=1,2,\cdots$; H_i^{N-1} 表示由 $\{x_1,x_2,\cdots,x_N,y_{N+1},y_{N+2},\cdots\}$ 生成的闭线性子空间。若 $x_i\notin H_i^{N-1}$,则存在 $g\in H$,使 $\langle x_i,g\rangle=1$, $i=1,2,\cdots,N$,且 $\langle y_k,g\rangle=0$, $k=N+1,N+2,\cdots$。

假设 1　设系统(1.1)仅有有限极点,$\{\lambda_k\}_1^\infty$ 是所有极点所构成的集合,且每一 λ_k 都是单重的;相应于 λ_k 的 E_1 和 A 的广义特征向量为 φ_k,即 $A\varphi_k=\lambda_kE_1\varphi_k$, $k=1,2,\cdots$。以 $\{\Psi_k\}_1^\infty$ 表示满足 $A^*\Psi_k=\bar\lambda_kE_1^*\Psi_k(k=1,2,\cdots)$ 的 E_1^* 和 A^* 的广义特征向量全体所构成的集合,则 $\{E_1\varphi_k\}_1^\infty$ 与 $\{\Psi_k\}_1^\infty$ 之间满足如下关系

$$\langle E_1\varphi_k,\Psi_l\rangle = \begin{cases}1, & k=l,\\ 0, & k\neq l,\end{cases}\quad k,l=1,2,\cdots \tag{2.21}$$

假设 2　设系统(1.4)仅有有限极点,$\{r_k\}_1^{n_0}(n_0\le n)$ 表示极点全体所构成的集合,且每一 r_k 都是单重的;相应于 r_k 的 E_1 和 F 的广义特征向量为 u_k,即

$Fu_k = r_k E_2 u_k, k = 1,2,\cdots,n_0$;相应于 $\bar{r}_k$ 的 E_2^* 和 F^* 的广义特征向量为 v_k,即 $F^* v_k = \bar{r}_k E_2^* v_k, k = 1,2,\cdots,n_0$。则 $\{E_2 u_k\}_1^{n_0}$ 和 $\{v_k\}_1^{n_0}$ 之间满足如下关系

$$\langle E_2 u_k, v_k\rangle = \begin{cases} 1, & k = l, \\ 0, & k \neq l, \end{cases} \quad k,l = 1,2,\cdots,n_0 \tag{2.22}$$

3 主要结果及证明

令 $J_1 = \{1,2,\cdots,n_0\}, J_2 = \{1,2,\cdots\}, J_2^N = \{1,2,\cdots,N\} \subset J_2$,则有如下定理:

定理 1 若系统(1.1)和(1.4)分别满足假设1和假设2;E_1^+ 存在;$b_k = \langle b, \Psi_k\rangle \neq 0, k \in J_2^N$;$\{\alpha_k\}_1^N$ 是由任意 N 个复数所构成的集合,且满足 $\alpha_i \neq \alpha_j (i \neq j; i,j = 1,2,\cdots,N)$,$\alpha_i \in \sigma_p(E_1,A) \cap \sigma_p(E_2,F)$;$d_j = \langle R(\alpha_j E_2,F)k_0, g\rangle \neq 0, j \in J_2^N$。则存在 g_0,使 $\{\alpha_i\}_{i\in J_2^N} \cup \{\lambda_k\}_{N+1}^{\infty} \subset \sigma_p(B_0,T_0)$,且

$$g_0 = \sum_{k=1}^{N} g_k \Psi_k + [I - (E_1^*) + E_1^*]a \tag{3.1}$$

其中

$$g_k = \frac{\bar{\alpha}_k - \bar{\lambda}_k}{\bar{b}_k} \prod_{j=1, j\neq k}^{N} \left(\frac{\bar{\alpha}_j - \bar{\lambda}_k}{\bar{\lambda}_j - \bar{\lambda}_k}\right) \times \sum_{j=1}^{N} \frac{\bar{\alpha}_j - \bar{\lambda}_j}{\bar{d}_j(\bar{\alpha}_j - \bar{\lambda}_k)} \prod_{i=1, i\neq j}^{N} \left(\frac{\bar{\alpha}_j - \bar{\lambda}_i}{\bar{\alpha}_j - \bar{\alpha}_i}\right) \tag{3.2}$$

a 是 H 中任一元素。

证明 在引理5中,令 $x_i = \langle R(\alpha_i E_2, F)k_0, g\rangle \cdot E_1 R(\alpha_i E_1, A)b, i \in J_2^N$;$y_{k+N} = E_1 \varphi_{k+N}, k = 1,2,\cdots$。$H_i^{N-1}$ 表示由 $\{x_1, x_2, \cdots, x_N, y_{N+1}, y_{N+2}, \cdots\}$ 生成的闭线性子空间,则 $x_i \notin H_i^{N-1}, i = 1,2,\cdots,N$。事实上,若 $x_i \in H_i^{N-1}, i = 1,2,\cdots,N$,则存在复数列 $\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_N, \cdots$,使

$$d_i E_1 R(\alpha_i E_1,A)b = \sum_{j=1, j\neq i}^{N} \beta_j y_j + \sum_{k=N+1}^{\infty} \beta_k y_k = \sum_{j=1, j\neq i}^{N} \beta_j d_j E_1 R(\alpha_j E_1, A)b + \sum_{k=1}^{N} \beta_{k+N} E_1 \varphi_{k+N} \tag{3.3}$$

由式(2.21)和(3.3)得

$$d_j \langle E_1 R(\alpha_i E_1, A)b, \Psi_l\rangle = \sum_{j=1}^{N} \beta_j d_j \langle E_1 R(\alpha_j E_1, A)b, \Psi_l\rangle \quad l = 1,2,\cdots,N \tag{3.4}$$

因为 $(\bar{\alpha}_j - \bar{\lambda}_l)E_1^*\Psi_l = \bar{\alpha}_j E_1^* \Psi_l - \bar{\lambda}_l E_1^* \Psi_l = (\bar{\alpha}_j E_1^* - A^*)\Psi_l, l = 1,2,\cdots,N$,故有

$$E_1^* \Psi_l = \frac{1}{\bar{\alpha}_j - \bar{\lambda}_l}(\bar{\alpha}_j E_1^* - A^*)\Psi_l \quad l = 1,2,\cdots,N \tag{3.5}$$

将式(3.5)代入(3.4),有

$$\frac{d_i b_l}{\alpha_i - \lambda_l} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\beta_j d_j}{\alpha_j - \lambda_l}, \quad l = 1,2,\cdots,N \tag{3.6}$$

令 $d_{jl} = \dfrac{1}{\alpha_j - \lambda_l}; j,l = 1,2,\cdots,N, D_N = [d_{jl}]_{N\times N}$,则有

$$\det D_N = (-1)^{N(N-1)/2} \frac{\prod_{1\le i<j\le N}(\alpha_i - \alpha_j)\prod_{1\le i<j\le N}(\lambda_i - \lambda_j)}{\prod_{i=1}^{N}\prod_{j=1}^{N}(\alpha_i - \lambda_j)} \tag{3.7}$$

从而 $\det D_N \neq 0$。因此式(3.6)无解,故 $x_i \notin H_i^{N-1}, i = 1,2,\cdots,N$。由引理5,存在 $g_{01} \in H$,使

$$d_i \langle E_1 R(\alpha_i E_1, A)b, g_{01}\rangle = 1, \quad i = 1,2,\cdots,N \tag{3.8}$$

$$\langle E_1 \varphi_{k+N}, g_{01}\rangle = 0, \quad k = 1,2,\cdots,N \tag{3.9}$$

由引理4和式(3.8)得 $\alpha_i \in \sigma_p(B_0, T_0), i = 1,2,\cdots,N$。令 $\Phi_k = \begin{bmatrix}\varphi_k \\ 0\end{bmatrix}, k \in J/J_2^N$,应用式(3.9),得

$$T_0\Phi_k = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & F\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varphi_k \\ 0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & G \\ G_0 & 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\varphi_k \\ 0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G_0\varphi_k\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\varphi_k \\ \langle E_1\varphi_k, g_{01}\rangle k_0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\lambda_k E_1 \varphi_k \\ 0\end{bmatrix} = \lambda_k \begin{bmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\varphi_k \\ 0\end{bmatrix} = \lambda_k B \Phi_k$$

因此 $\{\lambda_k\}_{N+1}^{\infty} \subset \sigma_p(B_0, T_0)$。应用式(3.8)和(3.9),有 $g_{01} = \sum_{k=1}^{N} g_k \Psi_k$,且

$$\sum_{k=1}^{N} \bar{g}_k \frac{b_k}{\alpha_i - \lambda_k} = \frac{1}{d_i}, \quad i = 1,2,\cdots,N \tag{3.10}$$

方程(3.10)的解为

$$\bar{g}_k = \frac{\alpha_k - \lambda_k}{b_k} \prod_{j=1, j\neq k}^{N} \frac{\alpha_j - \lambda_k}{\lambda_j - \lambda_k} \times \sum_{j=1}^{N} \frac{(\alpha_j - \lambda_j)}{d_j(\alpha_j - \lambda_k)} \prod_{i=1}^{N} \frac{\alpha_j - \lambda_i}{\alpha_j - \alpha_i}$$

满足式(3.8)和(3.9)的 g_{01} 不是唯一的。事实上,令

$$g_0 = g_{01} + [I - (E_1^*)^+ E_1^*]a$$

其中 a 是 H 中任一元,可以直接证明 g_0 也满足式(3.8)和(3.9)。□

(下转第 166 页)

令

$$\begin{cases}(A - nI)z = 0 \\ z_1 + z_2 = 1\end{cases} \quad (7)$$

解得 $z_1 = \dfrac{a}{a+1}, z_2 = \dfrac{1}{a+1}$。特别地, 如果 A 取式(4) 的值, 则 $z_1 = 3/4, z_2 = 1/4$; 如果 A 取式(5) 的值, 则 $z_1 = z_2 = 1/2$。

3.3 筛选备选方案

由于各价值(效用) 函数都是线性相互独立的, 因此可用简单加性加权法来筛选方案。我们在用简单加性加权法进行排序时, 折中方法在设定了各个目标的权系数后, 对每个方案求各属性的加权和。例如对第 i 个方案, 有

$$u_i = z_1 d_{i1} + \cdots + z_n d_{in}, \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (8)$$

式中, $z_k (k = 1, 2, \cdots, n)$ 是第 i 个属性的权, $d_{ij} (j = 1, 2, \cdots, n)$ 是第 i 个方案的第 j 个属性规范化后的值。如果决策问题有 m 个方案, 则求得 $u_1, u_2, \cdots, u_m$ 后再作比较, 选择 u_i 值最大的方案作为最优方案。

4 结果分析

利用上述方法, 对三峡大坝施工通航期的过闸船型船队进行了多次试排。结果表明, 在过闸船只为大型船队的情况下, 闸室的最大利用率可以达到 96%, 比目前国内大型船闸的实际闸室利用率高 40%～50%, 而且最大过闸平均吨位(每次编排的最大吨位取平均) 达到 7 300 t 以上, 平均闸室利用率可达 89%, 平均等待时间为 35～45 min。如果将该方法应用于实际系统, 将达到令人满意的效果。

参考文献(References):

[1] 熊锐, 曹锟生. 多目标决策的层次分析法[J]. 系统工程理论与实践(Systems Engineering-Theory & Practice), 1992, 12(6): 58-62.

[2] 刘树林, 邱菀华. 多目标决策基础理论研究[J]. 系统工程学报(J of Systems Engineering), 1998, 18(1): 38-43.

[3] 陈珽. 决策分析[M]. 北京: 科学出版社, 1997. 58-62.

(上接第 162 页)

4 结　　论

本文在假设 $J_2^N = \{1, 2, \cdots, N\}$ 下, 应用算子的广义逆给出了一类耦合广义系统的极点配置问题的解及解的构造性表达式, 这对分析某些广义系统是十分重要和方便的。若用 $J_2 = \{1, 2, , \cdots\}$ 来代替 J_2^N, 则本文关于耦合广义系统的极点配置问题的解及解的构造性表达式尚需进一步研究。

参考文献(References):

[1] Joder L, Legua Femandez M. An implicit difference method for the numeral solution of couple system of partial differential equations[J]. Appl Math Comput, 1991, 46(1): 127-134.

[2] Lrws F L. A review of 2-D implicit system[J]. Automatica, 1992, 28(2): 345-354.

[3] Traska Z, Marszalek W. Singular distributed parameter systems[J]. IEE Contr Theory and Appl, 1993, 40(5): 305-308.

[4] Ge Z Q. The stabilizability for a class of generalized system[J]. Appl Funct Anal, 1993, 1(1): 56-61.

[5] 岳东, 刘永清. 广义分布参数系统的变结构控制[J]. 控制与决策(Control and Decision), 1996, 11(2): 127-134.

[6] 杨建辉, 刘永清. 广义分布参数扰动系统滑动模态控制[J]. 控制与决策(Control and Decision), 2000, 15(2): 145-148.

[7] Ge Z Q. On the pole assignment for the generalized system [J]. Proc ASCC, 1994, 3(1): 33-36.

[8] 葛照强. 算子逆问题及其应用[M]. 西安: 陕西科学技术出版社, 1993.

[9] P R Halmos. A Hilbert space problem book [M]. America Book Company, 1967.

[10] 王康宁, 吕涛, 邹振宇. 分布参数系统的极点配置问题[J]. 中国科学(Sciences in China), 1982, 12(2): 172-184.