

文章编号: 1001-0920(2002)03-0269-05

不需持续激励条件的非线性离散时间系统的 自适应模糊逻辑控制

刘晓华^{1,2}, 解学军^{3,4}, 冯恩民¹

(1. 大连理工大学 应用数学系, 辽宁 大连 116024; 2. 烟台师范学院 数学与计算机科学系, 山东 烟台 264025;
3. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 4. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165)

摘 要: 针对一类非线性离散时间系统, 根据模糊逻辑系统的逼近性质, 给出了一种自适应模糊逻辑控制器的设计方法。利用李亚普诺夫稳定性理论, 证明了控制算法是全局稳定的, 跟踪误差收敛于零的某一邻域中。该方法克服了要求模糊基函数向量满足持续激励(PE)条件这一难以验证和满足的假设条件。

关键词: 自适应控制; 模糊逻辑系统; 持续激励(PE)条件; 稳定性

中图分类号: TP 13 **文献标识码:** A

Adaptive fuzzy logic control of nonlinear discrete-time systems without the persistent excitation condition

L I U X iao-hua^{1,2}, X I E X ue-jun^{3,4}, F E N G E n-m in¹

(1. Department of Applied Mathematics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. Department of Mathematics and Computer Science, Yantai Teachers University, Yantai 264025, China;
3. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China;
4. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu 273165, China)

Abstract: Based on the approximation capability of fuzzy logic systems, a design method of an adaptive fuzzy logic controller is given for a class of nonlinear discrete-time systems. According to the Lyapunov stability theory, the control algorithm is proved to be globally stable, and the tracking error converges to a neighborhood of zero. This method overcomes the PE condition imposed on fuzzy basis function vectors, which is difficult to verify and satisfy in practical applications.

Key words: adaptive control; fuzzy logic systems; persistent excitation (PE) condition; stability

1 引 言

随着模糊逻辑控制器在各种商业产品和工业过程中的成功应用, 关于自适应模糊逻辑控制器的理

论问题日益引起人们的广泛兴趣。文献[1, 2]给出一大类非线性连续时间系统的自适应模糊逻辑控制器和辨识器的设计和性能分析。然而, 绝大多数文献(包括[1, 2])仅限于连续时间系统, 而关于离散

收稿日期: 2001-04-05; 修回日期: 2001-06-25

基金项目: 国家自然科学基金项目(60174042); 山东省自然科学基金项目(Y2000G08)

作者简介: 刘晓华(1959—), 男, 山东烟台人, 教授, 博士生, 从事模糊控制、自适应控制等研究; 冯恩民(1939—), 男, 辽宁绥中人, 教授, 博士生导师, 从事运筹学与控制论的理论及应用研究。

时间系统的自适应模糊逻辑控制却很少。文献[3, 4]指出: 离散时间系统和连续时间系统的自适应控制, 不但在分析方法上具有本质的不同, 而且在所得结果上差异也很大。另外, 把连续时间控制器简单而直接地推广到离散时间未知的系统, 当用计算机实现时, 离散时间控制器的设计是十分重要的。基于以上原因, 研究离散时间系统自适应模糊逻辑控制器的设计与性能分析是一项重要而有意义的工作。

关于离散时间系统自适应模糊逻辑(或神经网络)控制的工作首先出现在文献[5, 6]中, 但上述工作都要求系统的非线性函数 $f(x(k))$ 中的 $x(k)$ 落入一有界集, 以满足用神经网络或模糊系统逼近的假设条件。这是一个很强的假设, 因为在实际控制中事先并不能保证 $\{x(k)\}$ 落入一有界集。文献[7]将自适应模糊逻辑控制器的设计与稳定性分析推广到更一般的系统, 即

$$x(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u(k) + d(k) \quad (1.1)$$

并解决了文献[5, 6]中的问题, 其中 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 为未知的非线性函数。然而文献[7]存在一个很大的缺陷, 即为了保证参数估计和跟踪误差的有界性, 需要假设模糊基函数向量满足持续激励(PE)条件, 这在实际控制中是难以验证和满足的。

本文针对一类非线性离散时间系统, 根据模糊逻辑系统的逼近性质, 给出一种自适应模糊逻辑控制器的设计方法; 并利用李亚普诺夫稳定性理论, 证明了这种控制算法是全局稳定的, 跟踪误差收敛于零的某一邻域中。同文献[7]相比, 通过修改模糊逻辑系统的加权调节算法, 得到了类似的结果, 并且文献[7]中所用的模糊基函数向量满足持续激励(PE)的条件被取消。

2 问题的提出

考虑如下离散时间非线性系统

$$\begin{cases} x_i(k+1) = x_{i+1}(k), & i = 1, 2, \dots, n-1 \\ x_n(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u(k) + d(k) \\ y(k) = x_1(k) \end{cases} \quad (2.1)$$

其中, $x(k) = (x_1(k), \dots, x_n(k))^T \in R^n$, $u(k) \in R$ 分别是系统的状态和输入, 并且假设可以量测到; $f(x(k))$ 和 $g(x(k))$ 是光滑的未知函数, 且存在 $g > 0$ 使 $|g(x(k))| \geq g$, 不失一般性, 假设 $g(x(k))$ 为正的; $d(k)$ 表示有界干扰, 即存在常数 $d_m > 0$, 使

得 $|d(k)| \leq d_m, \forall k \geq 0$ 。类似于文献[7], 定义

$$e_i(k) = x_i(k) - y_d(k+i-1) \\ i = 1, 2, \dots, n, \quad \forall k \geq 0 \quad (2.2)$$

其中 $\{y_d(k)\}$ 为一有界的参考信号。定义一个滤波跟踪误差

$$r(k) = e_n(k) + \lambda_1 e_{n-1}(k) + \dots + \lambda_{n-1} e_1(k) \quad (2.3)$$

这里 $\lambda_1, \dots, \lambda_{n-1}$ 都是常数, 使得 $z^{n-1} + \lambda_1 z^{n-2} + \dots + \lambda_{n-1}$ 为稳定多项式。注意到式(2.1)和(2.2), 则式(2.3)可表示为

$$r(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u(k) + d(k) + Y_d \quad (2.4)$$

其中 $Y_d = -y_d(k+n) + \sum_{i=0}^{n-2} \lambda_{i+1} e_{n-i}(k)$ 。如果 $f(x(k))$ 和 $g(x(k))$ 已知, 则控制律取为

$$u(k) = g(x(k))^{-1}(-f(x(k)) + \lambda r(k) - Y_d) \quad (2.5)$$

这里 $\lambda < 0$ 为一常数。由于 $f(x(k))$ 和 $g(x(k))$ 未知, 根据“必然等价原则”, 控制律 $u(k)$ 取为

$$u(k) = \hat{g}(x(k))^{-1}(-\hat{f}(x(k)) + \lambda r(k) - Y_d) \quad (2.6)$$

其中 $\hat{f}(x(k))$ 和 $\hat{g}(x(k))$ 分别为 $f(x(k))$ 和 $g(x(k))$ 的估计。将式(2.6)代入(2.4), 得闭环系统

$$r(k+1) = \lambda r(k) + \tilde{f}(x(k)) + \tilde{g}(x(k))u(k) + d(k) \quad (2.7)$$

其中函数估计误差为

$$\begin{cases} \tilde{f}(x(k)) = f(x(k)) - \hat{f}(x(k)) \\ \tilde{g}(x(k)) = g(x(k)) - \hat{g}(x(k)) \end{cases} \quad (2.8)$$

由于 $f(x(k))$ 和 $g(x(k))$ 是未知的, 我们用模糊逻辑系统对系统(2.1)建模, 有了上面的准备工作, 下面给出控制目标:

控制目标 找出一反馈控制 $u(x(k))$ 及调整参数 θ (θ 为模糊基函数的权值) 的算法, 使得闭环系统是全局稳定的, 跟踪误差收敛于零的某一邻域中。

本文采用如下形式的模糊逻辑(FL)系统

$$g(x) = \Theta^T P(x) = \sum_{j=1}^M \theta_j p_j(x) \quad (2.9)$$

其中, $p_j(x) = \prod_{i=1}^m \mu_{ij}(x_i) / \prod_{j=1}^M \prod_{i=1}^m \mu_{ij}(x_i)$ 为文献[7]所定义的模糊基函数, $\mu_{ij}(x_i)$ 是一模糊集合的隶属函数, M 为模糊规则个数, θ 为模糊逻辑系统的权值, $\Theta = (\theta_1, \dots, \theta_M)^T$, $P(x) = (p_1(x), \dots, p_M(x))^T$ 。

下述引理给出了 FL 系统可用于非线性系统建模的理论基础。

引理 1^[2] 对于任意定义在紧集 U 上的连续函数 $f(x)$ 及任意 $\epsilon > 0$, 总存在形如 (2.9) 的 FL 系统, 使得 $\sup_x |f(x) - g(x)| < \epsilon$

3 自适应模糊逻辑控制器的设计及性能分析

首先给出自适应模糊逻辑控制器 (AFLC) 的设计方法, 然后给出其性能分析。由于 $f(x(k))$ 和 $g(x(k))$ 可表示为

$$\begin{cases} f(x(k)) = U_f^T P_f(x(k)) + \epsilon_f(x(k)) \\ g(x(k)) = U_g^T \bar{P}_g(x(k)) + \epsilon_g(x(k)) \end{cases} \quad (3.1)$$

其中, $U_f^T P_f(x(k))$ 和 $U_g^T \bar{P}_g(x(k))$ 为形如 (2.9) 的 FL 系统, $\epsilon_f(x(k))$ 和 $\epsilon_g(x(k))$ 为建模误差 (值得注意的是 $\epsilon_f(x(k))$ 和 $\epsilon_g(x(k))$ 并不一定有界)。由式 (3.1) 定义函数估计为

$$\begin{cases} \hat{f}(x(k)) = \hat{U}_f^T(k) P_f(x(k)) \\ \hat{g}(x(k)) = \hat{U}_g^T(k) \bar{P}_g(x(k)) \end{cases} \quad (3.2)$$

这里 $\hat{U}_f(k)$ 和 $\hat{U}_g(k)$ 分别为 U_f 和 U_g 的估计。在下面的推导中, 为简单起见, 有时记 $P_f(k) = P_f(x(k))$, $\bar{P}_g(k) = \bar{P}_g(x(k))$, $\epsilon_f(k) = \epsilon_f(x(k))$, $\epsilon_g(k) = \epsilon_g(x(k))$, $f(k) = f(x(k))$, $g(k) = g(x(k))$ 。将式 (3.1) 和 (3.2) 代入 (2.7), 得

$$\begin{aligned} r(k+1) = & \lambda r(k) + \tilde{U}_f^T(k) P_f(k) + \tilde{U}_g^T(k) \bar{P}_g(k) u(k) + \\ & \epsilon_f(k) + \epsilon_g(k) u(k) + d(k) \end{aligned} \quad (3.3)$$

其中, $\tilde{U}_f(k) = U_f - \hat{U}_f(k)$, $\tilde{U}_g(k) = U_g - \hat{U}_g(k)$ 。本文采用与文献 [7] 相同的控制律

$$u(k) = \begin{cases} u_c(k) + \frac{u_r(k) - u_c(k)}{2} e^{-\lambda |u_c(k)| - s} & I = 1 \\ u_r(k) - \frac{u_r(k) - u_c(k)}{2} e^{-\lambda |u_c(k)| - s} & I = 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

其中

$$u_c(k) = \hat{g}(k)^{-1} (-\hat{f}(k) + \lambda r(k) - Y_d) \quad (3.5)$$

$$u_r(k) = -\mu \frac{|u_c(k)|}{g} \text{sgn}(r(k)) \quad (3.6)$$

$$I = \begin{cases} 1, & |g(k)| > g, |u_c(k)| > s \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

其中 $\lambda < \ln 2/s$, $\mu > 0$ 和 $s > 0$ 均为设计参数。这样定义的控制输入可保证 $g(k) > 0$ 。FL 系统的加权采用如下算法进行调节, 即

$$\begin{aligned} \hat{U}_f(k+1) = & \hat{U}_f(k) + \alpha P_f(k) r(k+1) - \Gamma \hat{U}_f(k) \\ \hat{U}_g(k+1) = & \begin{cases} \hat{U}_g(k) + \beta \bar{P}_g(k) u_c(k) r(k+1) \\ 1 - \Gamma \hat{U}_g(k), & I = 1 \\ \hat{U}_g(k), & I = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\hat{U}_g(k+1) = \begin{cases} \hat{U}_g(k) + \beta \bar{P}_g(k) u_c(k) r(k+1) \\ 1 - \Gamma \hat{U}_g(k), & I = 1 \\ \hat{U}_g(k), & I = 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

其中 $\alpha > 0$ 和 $\beta > 0$ 是自适应增益。下面给出本文的主要结果:

定理 1 考虑系统 (2.1), 自适应模糊逻辑控制器由式 (3.2) ~ (3.10) 构成, 如果满足如下条件:

- 1) $0 < \Gamma < 2$;
- 2) $\eta < 1 - 2\Gamma$, 其中 $\eta = \begin{cases} \alpha |P_f(k)|^2 + \beta |\bar{P}_g(k) u_c(k)|^2, & I = 1 \\ \alpha |P_f(k)|^2, & I = 0 \end{cases}$
- 3) $\min(c_5, d_3) > 0$, 其中 c_5 和 d_3 为设计参数。

则滤波跟踪误差 $r(k)$, 参数估计 $\hat{U}_f(k)$ 和 $\hat{U}_g(k)$ 是一致最终有界的。

在给出定理的证明之前, 首先给出一个引理:

引理 2^[7] 对每个时刻 k , 都有

$$\begin{aligned} |x(k)| & \leq d_{01} + d_{11} |r(k)| \\ q_b + l_1 |r(0)| + d_{11} |r(k)| \end{aligned}$$

其中, d_{01} , d_{11} 和 l_1 为可计算出的常数, $Y(k) = [y_d(k), \dots, y_d(k+n-1)]^T$ 。

定理 1 的证明 可分为 3 步进行: 第 1 步证明 $\{x(k)\}$ 落入一紧集中; 第 2 步证明在 $I = 1$ 时结论成立; 第 3 步证明结论对于 $I = 0$ 也成立。

第 1 步 利用文献 [7] 的方法, 定义 $\mathbf{A} = \left\{ r(k) \mid |r(k)| < \frac{b_x - q_b}{l_1 + d_{11}} \right\}$, 其中 $b_x > q_b$ 。设 $r(0) \in \mathbf{A}$, 由引理 2 知 $\{x(k)\}$ 落入一紧集 $\mathbf{B} = \{x(k) \mid |x(k)| \leq b_x\}$ 中, 这就保证了 FL 系统的逼近性质成立^[3]。从而对于式 (3.1), 一定存在常数 $\epsilon_{f, \mathbf{B}}$ 和 $\epsilon_{g, \mathbf{B}}$, 使得 $\sup_{x(k) \in \mathbf{B}} |\epsilon_f(x(k))| \leq \epsilon_{f, \mathbf{B}}$, $\sup_{x(k) \in \mathbf{B}} |\epsilon_g(x(k))| \leq \epsilon_{g, \mathbf{B}}$ 。

考虑如下李亚普诺夫函数

$$V(k) = r(k)^2 + \frac{1}{\alpha} \tilde{U}_f^T(k) \tilde{U}_f(k) + \frac{1}{\beta} \tilde{U}_g^T(k) \tilde{U}_g(k) \quad (3.11)$$

下面考虑两种情况予以证明:

第 2 步 区域 I: $|g(k)| > g$ 且 $|u_c(k)| > s$ 。在这一区域内, 滤波跟踪信号可表示为

$$r(k+1) = \lambda r(k) + \tilde{f}(x(k)) + \tilde{g}(x(k))u_c(k) + d(k) + g(k)u_d(k) \quad (3\ 12)$$

其中 $u_d(k) = u(k) - u_c(k)$ 。将式(3 1)和(3 2)代入(3 12),得

$$r(k+1) = \lambda r(k) + e_f(k) + e_g(k) + \epsilon(k) + d(k) + g(k)u_d(k) \quad (3\ 13)$$

其中, $\epsilon(k) = \epsilon_f(k) + \epsilon_g(k)u_c(k)$, $e_f(k) = \hat{U}_f^T(k)P_f(k)$, $e_g(k) = \hat{U}_g^T(k)\bar{P}_g(k)u_c(k)$, $P_g(k) = \bar{P}_g(k)u_c(k)$ 。将式(3 13)分别代入(3 9)和(3 10),得

$$\begin{aligned} \tilde{U}_f(k+1) = & (I - \alpha P_f(k)P_f^T(k))\tilde{U}_f(k) - \alpha P_f(k)(\lambda r(k) + \\ & e_g(k) + g(k)u_d(k) + \epsilon(k) + d(k)) + \Gamma \hat{U}_f(k) \end{aligned} \quad (3\ 14)$$

$$\begin{aligned} \tilde{U}_g(k+1) = & (I - \beta P_g(k)P_g^T(k))\tilde{U}_g(k) - \beta P_g(k)(\lambda r(k) + \\ & e_f(k) + g(k)u_d(k) + \epsilon(k) + d(k)) + \Gamma \hat{U}_g(k) \end{aligned} \quad (3\ 15)$$

为简单起见,在下面的推导中省略 k 。由式(3 14)和(3 15),分别将 $e_f^2, e_g^2, e_f, e_g, e_f e_g$ 及其它项合并,得

$$\begin{aligned} \Delta V(k) = & V(k+1) - V(k) \\ & - c_2 r^2 + 2c_1(\lambda r)(g u_d + \epsilon + d) + \\ & c_1(g u_d + \epsilon + d)^2 - 2\Gamma(U_f^T P_f + U_g^T P_g) \times \\ & (\lambda r + e_f + e_g + g u_d + \epsilon + d) - \\ & \frac{\Gamma}{\alpha}(2 - \Gamma)\hat{U}_f^T \hat{U}_f + \frac{2\Gamma}{\alpha}\hat{U}_f^T U_f - \\ & \frac{\Gamma}{\beta}(2 - \Gamma)\hat{U}_g^T \hat{U}_g + \frac{2\Gamma}{\beta}\hat{U}_g^T U_g \end{aligned} \quad (3\ 16)$$

其中, $c_1 = 1 + \frac{\eta_+ \Gamma^2}{1 - \eta_- 2\Gamma}$, $c_2 = 1 - c_1 \lambda^2 > 0$ 。由文献[7]的结果知存在 c_3, c_4 (c_3, c_4 为可计算出的常数),使得

$$|g u_d| \leq c_3 + c_4 |r| \quad (3\ 17)$$

且

$$|\epsilon| \leq |\epsilon_f| + |\epsilon_g u_c| \leq \epsilon_{\bar{f}} + s \epsilon_{\bar{g}} = \epsilon \quad (3\ 18)$$

将式(3 17)和(3 18)代入(3 16),得

$$\begin{aligned} \Delta V = & - c_5 r^2 + c_6 |r| - c_7 |\hat{U}_f|^2 + \\ & c_9 |\hat{U}_f| - c_8 |\hat{U}_g|^2 + c_{10} |\hat{U}_g| + c_{11} \\ & c_5 r^2 + c_6 |r| - c_7 \left[|\hat{U}_f| - \frac{c_9}{2c_7} \right]^2 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & c_8 \left[|\hat{U}_g| - \frac{c_{10}}{2c_8} \right] + c_{12} \\ & - c_5 r^2 + c_6 |r| + c_{12} \end{aligned} \quad (3\ 19)$$

其中, $c_5 = c_2 - 2c_1 c_4 |\lambda| - c_1 c_4^2$, $c_6 = 2c_1 |\lambda| (c_3 + \epsilon_{\bar{v}} + d_m) + 2c_1 c_4 (c_3 + \epsilon_{\bar{v}} + d_m) + 2\Gamma (|U_f| |P_f| + |U_g| |P_g|) (|\lambda| + c_4)$, $c_7 = \frac{\Gamma}{\alpha} (2 - \Gamma)$, $c_8 = \frac{\Gamma}{\beta} (2 - \Gamma)$, $c_9 = \frac{2\Gamma}{\alpha} |U_f| + 2\Gamma (|U_f| |P_f| + |U_g| |P_g|) \times |P_f|$, $c_{10} = \frac{2\Gamma}{\beta} |U_g| + 2\Gamma (|U_f| |P_f| + |U_g| |P_g|) \times |P_g|$, $c_{11} = c_1 (c_3 + \epsilon_{\bar{v}} + d_m)^2 + 2\Gamma (|U_f| |P_f| + |U_g| |P_g|) (|U_f| |P_f| + |U_g| |P_g| + c_3 + \epsilon_{\bar{v}} + d_m)$, $c_{12} = \frac{c_9^2}{4c_7} + \frac{c_{10}^2}{4c_8} + c_{11b}$ 。

上面公式中的 $P_g(k)$ 是有界的^[7], 因此由式

(3 19) 知, 当 $|r(k)| \leq \frac{c_6}{2c_5} + \sqrt{\frac{1}{c_5} \left(\frac{c_6^2}{4c_5} + c_{12} \right)}$ 时, $\Delta V(k) \leq 0$, 从而证明了 $\{r(k)\}$ 关于集合 $\mathbf{C} = \left\{ r(k): |r(k)| \leq \frac{c_6}{2c_5} + \sqrt{\frac{1}{c_5} \left(\frac{c_6^2}{4c_5} + c_{12} \right)} \right\}$ 一致最终

有界。由式(3 19)知

$$\begin{aligned} \Delta V = & - c_5 \left[|r| - \frac{c_6}{2c_5} \right]^2 - c_7 \left[|\hat{U}_f| - \frac{c_9}{2c_7} \right]^2 - \\ & c_8 \left[|\hat{U}_g| - \frac{c_{10}}{2c_8} \right]^2 + c_{13} \end{aligned} \quad (3\ 20)$$

其中 $c_{13} = \frac{c_6^2}{4c_5} + \frac{c_9^2}{4c_7} + \frac{c_{10}^2}{4c_8} + c_{11b}$ 。因此当 $|\hat{U}_f(k)| \leq \frac{c_9}{2c_7} + \sqrt{\frac{c_{13}}{c_7}}$ 或 $|\hat{U}_g(k)| \leq \frac{c_{10}}{2c_8} + \sqrt{\frac{c_{13}}{c_8}}$ 时, 均可保证 $\Delta V(k) \leq 0$, 从而证明了 $\{\hat{U}_f(k)\}$ 关于集合 $\mathbf{D} = \left\{ \hat{U}_f(k): |\hat{U}_f(k)| \leq \frac{c_9}{2c_7} + \sqrt{\frac{c_{13}}{c_7}} \right\}$ 一致最终有界, 并且 $\{\hat{U}_g(k)\}$ 关于集合 $\mathbf{E} = \left\{ \hat{U}_g(k): |\hat{U}_g(k)| \leq \frac{c_{10}}{2c_8} + \sqrt{\frac{c_{13}}{c_8}} \right\}$ 一致最终有界。

第3步 区域 II: $|g(x(k))| \leq g$ 或 $|u_c(k)| > s$ 。在这一区域内, 滤波跟踪误差可表示为

$$r(k+1) = \lambda r(k) + e_f(k) + \overline{g u_d(k)} + \epsilon_f(k) + d(k) \quad (3\ 21)$$

其中 $\overline{g u_d(k)} = g(k)u(k) - \hat{g}(k)u_c(k)$ 。由文献[7]知

$$|\overline{g u_d(k)}| \leq d_0 + d_1 |r(k)| \quad (3\ 22)$$

其中 d_0 和 d_1 为可计算出的常数。将式(3 21)代入(3 9)和(3 10), 得

$$\begin{aligned} \tilde{U}_f(k+1) = & (I - \alpha P_f(k) P_f^T(k)) \tilde{U}_f(k) - \\ & \alpha P_f(k) (\lambda r(k) + \overline{g u_d(k)} + \\ & \hat{G}(k) + d(k)) + \Gamma \hat{U}_f(k) \end{aligned} \quad (3\ 23)$$

$$\tilde{U}_g(k+1) = \tilde{U}_g(k) \quad (3\ 24)$$

利用式(3 23)和(3 24), 类似于第 2 步, 有

$$\Delta V = -d_3 r^2 + d_4 |r| + d_8 \quad (3\ 25)$$

其中, $d_2 = 1 + \eta_+ \frac{(\eta_+ \Gamma)^2}{1 - \eta_- \Gamma}$, $d_3 = 1 - d_2 (|\lambda| + d_1)^2$, $d_4 = 2d_2 (|\lambda| + d_1)(d_0 + \epsilon_{f_j} + d_m) + 2\Gamma |U_f| |P_f| (|\lambda| + d_1)$, $d_5 = d_2(d_0 + \epsilon_{f_j} + d_m)^2 + 2\Gamma |U_f| |P_f| (|U_f| |P_f| + d_0 + \epsilon_{f_j} + d_m)$, $d_6 = 2\Gamma |U_f| |P_f|^2 + \frac{2\Gamma}{\alpha} |U_f|$, $d_7 = \frac{\Gamma}{\alpha} (2 - \Gamma)$, $d_8 = \frac{d_4^2}{4d_7} + d_{\infty}$

注意到 $P_g(k)$ 有界^[7], 因此当 $|r(k)| \leq \frac{d_4}{2d_3} + \sqrt{\frac{1}{d_3} \left(\frac{d_4^2}{4d_3} + d_8 \right)}$ 时, $\Delta V(k) \leq 0$, 从而证明了 $\{r(k)\}$

关于集合 $\mathbf{F} = \{r(k) : |r(k)| \leq \frac{d_4}{2d_3} + \sqrt{\frac{1}{d_3} \left(\frac{d_4^2}{4d_3} + d_8 \right)}\}$ 一致最终有界。类似地, 由

$$\Delta V = -d_7 \left(|\hat{U}_f| - \frac{d_6}{2d_7} \right)^2 + d_9 + \frac{d_6^2}{4d_7} \quad (3\ 26)$$

其中 $d_9 = \frac{d_4^2}{4d_3} + d_5$, 因此当 $|\hat{U}_f(k)| \leq \frac{d_6}{2d_7} + \sqrt{\frac{1}{d_7} \left(\frac{d_6^2}{4d_7} + d_9 \right)}$ 时, $\Delta V(k) \leq 0$, 这就证明了 $\{\hat{U}_f(k)\}$ 关于集合 $\mathbf{G} = \{\hat{U}_f(k) : |\hat{U}_f(k)| \leq \frac{d_6}{2d_7} + \sqrt{\frac{1}{d_7} \left(\frac{d_6^2}{4d_7} + d_9 \right)}\}$ 一致最终有界。由式(3 24)知 $\{\hat{U}_g(k)\}$ 一致有界。

定义

$$\begin{aligned} u_r = \max & \left\{ \frac{c_6}{2c_5} + \sqrt{\frac{1}{c_5} \left(c_{12} + \frac{c_6^2}{4c_5} \right)}, \right. \\ & \left. \frac{d_4}{2d_3} + \sqrt{\frac{1}{d_3} \left(d_8 + \frac{d_4^2}{4d_3} \right)} \right\} \\ u_f = \max & \left\{ \frac{c_9}{2c_7} + \sqrt{\frac{c_{13}}{c_7}}, \frac{d_6}{2d_7} + \right. \\ & \left. \sqrt{\frac{1}{d_7} \left(\frac{d_6^2}{4d_7} + d_9 \right)} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. \sqrt{\frac{1}{d_7} \left(d_9 + \frac{d_6^2}{4d_7} \right)} \right\} \\ u_g = & \frac{c_{10}}{2c_8} + \sqrt{\frac{c_{13}}{c_8}} \end{aligned}$$

从而 $\{r(k)\}$ 关于集合 $\mathbf{H} = \{r(k) : |r(k)| \leq u_r\}$, $\{\hat{U}_f(k)\}$ 关于集合 $\mathbf{I} = \{\hat{U}_f(k) : |\hat{U}_f(k)| \leq u_f\}$, $\{\hat{U}_g(k)\}$ 关于集合 $\mathbf{J} = \{\hat{U}_g(k) : |\hat{U}_g(k)| \leq u_g\}$ 是一致最终有界的。由式(2 3)及文献[7]的结论知, $[e_1(k), \dots, e_n(k)]$ 关于某一集合 \mathbf{K} 也是最终有界的, 因此定理结论成立。

4 结 论

本文针对一类非线性离散时间系统(2 1), 根据模糊逻辑系统的逼近性质, 给出了一种自适应模糊逻辑控制器的设计方法。利用李亚普诺夫稳定性理论, 证明了控制算法是全局稳定的, 跟踪误差收敛于零的某一邻域中; 并且文献[7]中要求模糊基函数向量满足持续激励(PE)这一条件被取消。

参考文献(References):

- [1] Wang L X. A course in fuzzy systems and control [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1997.
- [2] Wang L X. Adaptive fuzzy systems and control—design and stability analysis [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1994.
- [3] Yeh P C, Kokotovic P V. Adaptive control of a class of nonlinear discrete-time systems [J]. Int J Control, 1995, 62(2): 303-324.
- [4] Guo L. On critical stability of discrete-time adaptive nonlinear control [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1997, 42(11): 1488-1499.
- [5] Vandegrift M, Lewis F L, Jagannathan S, et al. Adaptive fuzzy logic control of discrete-time dynamical systems [A]. Proc IEEE Int Conf on Intell Contr [C]. San Diego, 1995: 395-401.
- [6] Jagannathan S, Lewis F L. Multilayer discrete-time neural net controller for a class of nonlinear dynamical systems [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1996, 7(1): 1-14.
- [7] Jagannathan S. Adaptive fuzzy logic control of feedback linearizable discrete-time dynamical systems under persistence of excitation [J]. Automatica, 1998, 34(11): 1295-1310.