

文章编号: 1001-0920(2002)03-0278-04

非线性系统广义脉冲响应函数的盲辨识

魏瑞轩^{1,2}, 韩崇昭¹, 左东广²

(1. 西安交通大学 电子信息工程学院, 陕西 西安 710049; 2. 空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要: 探讨减少非线性系统广义脉冲响应函数(GIRF)盲辨识所需计算量问题。基于线性 MIMO 模型, 应用多项式矩阵理论和子空间盲辨识技术, 研究使用部分噪声向量对非线性 Volterra 系统的 GIRF 盲辨识方法。该方法的优点是能有效减少 GIRF 盲辨识所需的计算量, 这对 GIRF 盲辨识方法的在线应用是有利的。仿真结果说明了这一方法的有效性。

关键词: 非线性系统; Volterra 级数; 盲辨识; 广义脉冲响应函数

中图分类号: TP 27 文献标识码: A

Blind identification for generalized impulse response functions of nonlinear systems

WEI Rui-xuan^{1,2}, HAN Chong-zhao¹, ZUO Dong-guang²

(1. School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Engineering, Airforce Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: The problem to reduce the computation of blind identification for GIRF (Generalized Impulse Response Functions) of nonlinear systems is discussed. Based on a linear MIMO model and the polynomial matrix theory and the subspace blind identification technique, the GIRF blind identification method, which uses partial noise vectors, is studied. The advantage of the method rests in the computation reduction for the GIRF blind identification, which is useful for the online application of the GIRF blind identification. Simulation results indicate the efficiency of the method.

Key words: nonlinear system; Volterra series; blind identification; GIRF

1 引言

Volterra 级数作为描述一大类非线性系统的一种有效数学模型, 除了在线性系统控制、信道建模等诸多领域得到广泛研究和应用外^[1,2], 也成功地应用于非线性系统的故障诊断^[3], 形成所谓的非线性谱分析技术。这一技术的核心是建立非线性系统的广义频率响应函数(GFRF)的估计。现有的 GFRF (或 GIRF) 估计方法是基于被诊断系统的输入输出

观测数据而建立的, 这样, 系统在设计时就需要输入和输出两路信号传感与采集通道。近年来, 随着盲辨识技术的兴起, 对 Volterra 系统进行盲辨识也得到了广泛研究^[4,5]。对基于非线性谱分析的故障诊断而言, 使用盲技术辨识 GIRF 是很有意义的。

盲辨识的一种基本方法是子空间方法^[6], 它使用噪声向量实现盲辨识, 需要对观测矩阵进行奇异值分解。由于 Volterra 系统辨识存在维数灾难问题, 使得基于全部噪声向量对 GIRF 进行盲辨识的

收稿日期: 2001-03-23; 修回日期: 2001-08-01

作者简介: 魏瑞轩(1968—), 男, 陕西岐山人, 讲师, 博士生, 从事非线性系统辨识、信号处理等研究; 韩崇昭(1943—), 男, 陕西乾县人, 教授, 博士生导师, 从事频谱分析、信息融合等研究。

时间开销很大,不利于该技术的在线应用,因此有必要研究能有效减少 GIRF 盲辨识所需计算量的方法。文献[7]研究了使用最小噪声空间的盲辨识方法,它可有效减少子空间方法的运算量。本文基于 Volterra 系统盲辨识的线性 MIMO 模型,应用子空间方法对 Volterra 系统的 GIRF 进行盲辨识,通过对 Volterra 系统噪声空间的分析,研究了使用部分噪声向量对 GIRF 进行盲辨识的方法。由于不需要搜索全部的噪声空间,因而能有效减少盲辨识所需的计算量。仿真结果说明了该方法是可行的。

2 基于标准子空间方法的 GIRF 盲辨识

对于 SISO 因果定常非线性系统,其记忆长度为 M 的 P 阶截断 Volterra 级数模型为

$$y(n) = \sum_{p=1}^P y_p(n) + v(n) = \sum_{p=1}^P \sum_{m_1=0}^{M-1} \dots \sum_{m_p=0}^{M-1} h_p(m_1, \dots, m_p) \times u(n - m_i) + v(n) \quad (1)$$

其中, $h_p(m_1, \dots, m_p)$ 为系统的 p 阶广义脉冲响应函数,其频域形式称为广义频率响应函数(GFRF)。设输入信号带宽为 $W = 1/T$,对系统输出以采样率 L/T 进行采样,记 $y^{(i)}(n) = y(nL + i - 1)$, $h_p^{(i)}(m_1, \dots, m_p) = h_p(m_1L + i - 1, \dots, m_pL + i - 1)$, $i = 1, 2, \dots, L$,则可建立 Volterra 系统的 SIMO 模型

$$y(n) = \sum_{p=1}^P \sum_{m_1=0}^{M-1} \dots \sum_{m_p=0}^{M-1} h_p(m_1, \dots, m_p) \times u(n - m_i) + v(n) \quad (2)$$

其中, $y(n) = [y^{(1)}(n) \dots y^{(L)}(n)]^T$, $h_p(m_1, \dots, m_p) = [h_p^{(1)}(m_1, \dots, m_p) \dots h_p^{(L)}(m_1, \dots, m_p)]$, $v(n) = [v^{(1)}(n) \dots v^{(L)}(n)]^T$ 。

考虑 Volterra 核的对称性,取 $0 \leq m_1 \leq \dots \leq m_p \leq M - 1$,在式(2)中定义

$$h_p^{(i)}(m_1, \dots, m_p) = h_{p, i_1: i_{p-1}}^{(i)}(m) = h_p^{(i)}(m, m + i_1, \dots, m + i_{p-1}) \quad m = 0, 1, \dots, M - i_{p-1} - 1 \quad 0 \leq i_1 \leq \dots \leq i_{p-1} \leq M - 1 \quad i = 1, 2, \dots, L \quad (3)$$

$$h_{p, i_1: i_{p-1}}(m) := [h_{p, i_1: i_{p-1}}^{(1)}(m, m + i_1, \dots, m + i_{p-1}), \dots, h_{p, i_1: i_{p-1}}^{(L)}(m, m + i_1, \dots, m + i_{p-1})] \quad (4)$$

从而可将 p 维 Volterra 核看作多个一维 Volterra 核的集合,这里符号 $i_1: i_{p-1}$ 表示集合 $\{i_1, \dots, i_{p-1} \mid 0 \leq i_1 \leq \dots \leq i_{p-1} \leq M - 1\}$ 。相应地定义输入 $u_{p, i_1: i_{p-1}}(m) := u(m)u(m - 1) \dots u(m - i_{p-1})$ 。利用以上定义,并令 $m_p = m + i_{p-1}$, $M_{p, i_1: i_{p-1}} = M - i_{p-1} - 1$,则式(2)可改写成

$$y(n) = \sum_{p=1}^P \sum_{m=0}^{M_{p, i_1: i_{p-1}}} h_{p, i_1: i_{p-1}}(m) \times u_{p, i_1: i_{p-1}}(n - m) + w(n) \quad (5)$$

式(5)即为 Volterra 核盲辨识的线性 MIMO 模型^[4,5]。下面的分析暂不考虑噪声的影响。

对于式(5),定义输入向量 $[u^1(n), u^2(n), \dots, u^\rho(n)] = [u_1(n), u_{2,0:0}(n), \dots, u_{\rho, l_p: l_p}(n)]$,定义 Volterra 核矩阵 $[h_1, h_2, \dots, h_\rho] = [h_1, h_{2,0:0}, \dots, h_{\rho, l_p: l_p}]$,其中, $h_j = [h_{1,j}^T, h_{2,j}^T, \dots, h_{L,j}^T]^T$, $h_{i,j} = [h_{i,j}(0), h_{i,j}(1), \dots, h_{i,j}(M_p - 1)]^T$, $i = 1, 2, \dots, L$, $j = 1, 2, \dots, \rho$ 。设输入信号是持续激励的。

将各子系统输出的 N 个连续观测值集中在一起,构成输出向量 $Y(n) = [Y^{(1)T}(n) \dots Y^{(L)T}(n)]^T$,其中, $Y^{(i)}(n) = [y^{(i)}(n) \dots y^{(i)}(n - N + 1)]^T$, $i = 1, 2, \dots, L$ 。相应地构成输入观测向量 $U^T(n) = [u(n) \dots u(n - N + M + 1)]^T$,噪声向量 $V(n) = [v^T(n) \dots v^T(n)]^T$ 。再构造 $NL \times \rho(N + M_p)$ 维 Volterra 核系数矩阵 $H_N = [H_N^1(1, :) \dots H_N^T(L, :)]^T$,其中 $H_N(i, :) = [H_N(i, 1) \dots H_N(i, \rho)]_{N \times \rho(N + M_p)}$,且

$$H_N(i, j) = \begin{bmatrix} h_{i,j}(0) & \dots & h_{i,j}(M_p - 1) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & h_{i,j}(0) & \dots & h_{i,j}(M_p - 1) \end{bmatrix}_{N \times (N + M_p)} \quad (6)$$

则有 $Y(n) = H_N U(n) + V(n)$ 。考虑输出自相关矩阵,即 $R_V = E[Y(n)Y^T(n)] = H_N R_u H_N^T + \sigma^2 I_{LN}$,其中, $R_u = E[U(n)U^T(n)]$, $E[V(n)V^T(n)] = \sigma^2 I_{LN}$ 。设 H_N 为列满秩,即 $r = \text{Rank}(H_N) = (N + M_p)$ 。将 R_V 按特征值分解写成 $R_V = E[Y(n)Y^T(n)] = S \Lambda S^T + \sigma^2 S_n S_n^T$ 。其中, $S_s = [S_1, S_2, \dots, S_r]$ 是由 R_V 的相应于 r 个最大特征根的正规正交向量组成,它表征信号子空间, $S_n = [S_{r+1}, \dots, S_{LN}]$ 包含了 R_V 的其余 LN

— r 个相应于 σ^2 的正规正交向量, 它表征噪声子空间。则可建立矩阵正交关系 $S_n^T H_N = \mathbf{0}$ 。

这一正交关系就是基于标准子空间方法盲辨识 Volterra 系统广义脉冲响应函数的依据。该方法需要搜索全部噪声子空间来完成盲辨识。由于 GFRF 的辨识存在维数灾难问题, 使得基于标准子空间方法盲辨识 GIRF 需要的计算量非常大, 相应的时间开销也很大, 这对于该方法的在线应用很不利。文献 [7] 针对线性系统研究了使用最小噪声子空间进行盲辨识的方法。借鉴该文的思想分析 Volterra 系统 GIRF 的盲辨识问题, 则可建立 GIRF 盲辨识的快速子空间方法。

3 GIRF 盲辨识的快速子空间方法

3.1 快速子空间方法的建立

设 $L > \rho$, 记 $d = LN - \rho(N + M_P)$, $S_n = [S_{n,1}, \dots, S_{n,d}] = [S_{n,1,1}, S_{n,1,d}], S_{n,i,j} = [S_{n,1,j}^T, \dots, S_{n,L,j}^T]^T, j = 1, 2, \dots, d$ 。定义 $S_{n,i,j}(z) = \sum_{k=0}^{N-1} S_{n,i,j}(k) z^{-k}, i = 1, 2, \dots, L, j = 1, 2, \dots, d$,

$H_{i,q}(z) = \sum_{k=0}^{M-1} h_{i,q}(k) z^{-k}, q = 1, 2, \dots, \rho$, 可得

$$H_N^T(z) = \begin{bmatrix} H_{1,1}(z) & \dots & H_{L,1}(z) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{1,\rho}(z) & \dots & H_{L,\rho}(z) \end{bmatrix}_{\rho \times L}$$

$$S_n(z) = \begin{bmatrix} S_{n,1,1}(z) & \dots & S_{n,1,d}(z) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n,L,1}(z) & \dots & S_{n,L,d}(z) \end{bmatrix}_{L \times d} = [S_{n,1,1}(z), \dots, S_{n,1,d}(z)]$$

则可将 $S_n^T H_N = \mathbf{0}$ 等价地表示为如下的多项式矩阵正交关系

$$H_N^T(z) S_n(z) = \mathbf{0} \quad (7)$$

从而 $S_n(z)$ 的列张成 $H_N(z)$ 的右零空间, 称其为噪声多项式向量空间。设 $H_N(z)$ 是列满秩的, 则 $H_N(z)$ 的右零空间是 $\beta = L - \rho$ 维的^[8]。因而存在一组 β 个噪声多项式向量, 构成噪声多项式向量空间的基 $\bar{B}_n(z)$, 记 $\bar{B}_n(z) = \{B_1(z), \dots, B_\beta(z)\} B_i(z) = S_{n,i,j}(z), 1 \leq i \leq \beta, 1 \leq j \leq d$ 。显然, $\bar{B}_n(z) \subset H_N(z), S_n(z) = \text{Span}\{\bar{B}_n(z)\}$, 从而式 (7) 等价于

$$H_N^T(z) B_n(z) = \mathbf{0} \quad (8)$$

式 (8) 说明, 基于噪声多项式向量空间的基 $\bar{B}_n(z)$, 也可以实现对 $H_N(z)$ 的盲辨识。

$b_{L,j}^T]_{LN \times 1}$, 记 $b_{i,j} = [b_{i,j}(0), \dots, b_{i,j}(N-1)]_{LN \times 1}, i = 1, 2, \dots, L, j = 1, 2, \dots, \beta$ 。构造 $LM_V \times \beta(N + M_V)$ 维矩阵

$$B_C = \begin{bmatrix} B_{1,1} & \dots & B_{1,\beta} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{L,1} & \dots & B_{L,\beta} \end{bmatrix}_{LM_V \times \beta(N + M_V)}$$

这里

$$B_{i,j} = \begin{bmatrix} b_{i,j}(0) & \dots & b_{i,j}(N-1) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & b_{i,j}(0) & \dots & b_{i,j}(N-1) \end{bmatrix}_{M_V \times (N + M_V)}$$

定义 $H_V = [h_1, \dots, h_\rho]_{LM_P \times \rho}$, 则式 (8) 可等价地表示为 $H_V^T B_C = \mathbf{0}$ 。则由下式可求出 $h_i (i = 1, 2, \dots, \rho)$ 的估值 \hat{h}_i

$$\hat{h}_i = \arg \min_{\hat{h}_i} h_i^T B_C = \arg \min_{\hat{h}_i} \hat{h}_i^T B_C B_C^T \hat{h}_i, i = 1, 2, \dots, \rho \quad (9)$$

可见, $\hat{h}_i (i = 1, 2, \dots, \rho)$ 是矩阵 $B_C B_C^T$ 的最小特征值对应的特征向量, 这说明只需使用 β 个噪声向量便可完成 GIRF 的盲辨识, 从而大大减少了 GIRF 盲辨识所需的运算量。实现这一方法需要有一组构成噪声多项式向量空间基的噪声向量, 下面说明求取这组向量的方法。

使用各子系统的输出构成输出子向量, 定义第 l 个输出子向量 $Y_{\rho+1}^{(l)}(n) = [Y_{s_1}^T(n) \dots Y_{s_{\rho+1}}^T(n)]^T, s_i \in \{1, 2, \dots, L\}, s_i \neq s_j$ 。进而定义系统的最小冗余输出向量集

$$Y_{\rho+1}(n) = \{Y_{\rho+1}^{(1)}(n), \dots, Y_{\rho+1}^{(L-\rho)}(n)\} \quad (10)$$

$Y_{\rho+1}^{(i+1)}(n)$ 与 $Y_{\rho+1}^{(i)}(n)$ 有且仅有一个相异的输出向量。令 $R = E[Y_{\rho+1}^{(l)}(n) Y_{\rho+1}^{(l)T}(n)], l = 1, 2, \dots, \beta$, 对 R_l 作特征值分解, 取其最小特征值对应的特征向量记为 $S_n^{(l)} = [S_{n,s_1}^{(l)}, \dots, S_{n,s_{\rho+1}}^{(l)}]_{N(\rho+1) \times 1}^T$, 扩展 $S_n^{(l)}$ 成为 R_V 的噪声向量, 记为 $S_{n,(l)} = [b_{l,1}^T, \dots, b_{l,L}^T]_{NL \times 1}^T = B_l$, 其中

$$b_{l,i} = \begin{cases} S_{n,s_j}^{(l)}, & i = s_j \\ \mathbf{0}, & i \neq s_j \end{cases} \quad i = 1, \dots, L, j = 1, \dots, \rho + 1 \quad (11)$$

由于 $S_n^{(l)}$ 是 $R^{(l)}$ 的噪声向量, 而 $R^{(l)}$ 是 R_V 的子阵, 由式 (11) 容易证明 $H_N^T(z) B_l(z) = \mathbf{0}, l = 1, 2, \dots, \beta$, 即 $B_l(z) \in H_N(z)$ 。由于向量组 $\{B_1, \dots, B_\beta\}$ 是线性无关的, 所以多项式向量组 $\{B_1(z), \dots, B_\beta(z)\}$ 也是线性无关的, 而且任意噪声多项式向量都可由 $\{B_1(z), \dots, B_\beta(z)\}$ 线性表示出。因此, 多项式向量组 $\{B_1(z), \dots, B_\beta(z)\}$ 构成噪声多项式向量空间的

一个基,从而向量组 $\{B_1, \dots, B_\beta\}$ 就是所需要的一组噪声向量。

Volterra 核盲辨识的主要计算量在于对自相关矩阵的 SVD 分解。基于标准子空间方法的 Volterra 核盲辨识需要对 $LN \times LN$ 的矩阵做 SVD 分解,而本文方法只需做 β 次 $(\rho + 1)N \times (\rho + 1)N$ 矩阵的 SVD 分解,其计算量的减少是显著的。

3.2 快速子空间方法的盲可辨识条件

参照文献[6] 定理 2 的分析方法,可建立 GIRF 快速子空间方法的盲可辨识条件。

引理 1 假设: 1) 对于所有的 $z \in C, H_N(z)$ 是列满秩的; 2) 观测窗长度 $N \gg \rho M$; 3) $L > \rho$; 4) 输入相关矩阵 R_u 是行满秩的。那么,若存在矩阵 \hat{H}_N 与 H_N 具有相同的维数,使 $\hat{H}_N^T(z)B_n(z) = \mathbf{0}$, 则 $\hat{H}_V = H_V T$, 其中, $\hat{H}_V = [\hat{h}_1, \dots, \hat{h}_\rho]$ 是 H_V 的估值, T 是 $\rho \times \rho$ 的非奇异阵。

4 仿真算例

数字仿真时直接使用 Volterra 系统的线性 MIMO 模型, 设 $L = 4$, 系统模型为

$$y(n) = \sum_{l=0}^1 h_1(l)u(n-l) + \sum_{l=0}^1 h_{2,0,0}(l)u^2(n-l) +$$

$$h_{2,1,1}(0)u(n)u(n-l) + w(n)$$

其中

$$y(n) = [y^1(n), y^2(n), y^3(n), y^4(n)]^T$$

$$h_1(0) = [1, 0.5, 2, 0]^T$$

$$h_1(1) = [-2.5, 3, 0, -0.2]^T$$

$$h_{2,0,0}(0) = [2, 0.3, -0.7, 0.01]^T$$

$$h_{2,0,0}(1) = [0.7, 1.2, 0.3, -0.001]^T$$

$$h_{2,1,1}(0) = \mathbf{0}$$

输入信号为正态分布的伪随机序列, 信噪比 SNR = 30 dB, $N = 1000$ 。分别使用标准子空间方法(VSS)和本文的快速子空间方法(VRS)辨识该系统的广义脉冲响应函数。考虑到基于非线性谱分析的故障诊断技术分析的是系统的广义频率响应函数(GFRF), 因此, 图 1~图 4 分别以 1 阶和 2 阶 GFRF 的形式给出了仿真实验结果。

从仿真结果可以看出, 用本文方法估计出的 Volterra 频域核, 其精度低于用标准子空间方法得到的估计结果, 但是估计得到的 GFRF 的特征点却是完整和基本准确的, 与使用标准子空间方法得到的估计结果基本一致, 这对基于非线性谱分析的故障诊断来说已经满足需要。本文方法的一个显著特点是能有效地减少盲辨识所需运算量, 这对于算法的在线应用是很有意义的。另外的仿真实验则表明, 当系统的非线性较强或信噪比较低时, 本文方法对 GIRF 的辨识效果不佳。

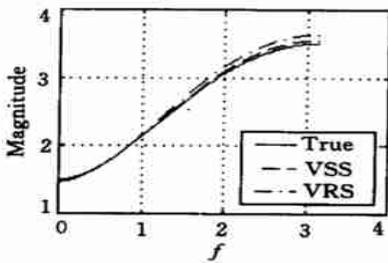


图 1 1 阶 GFRF

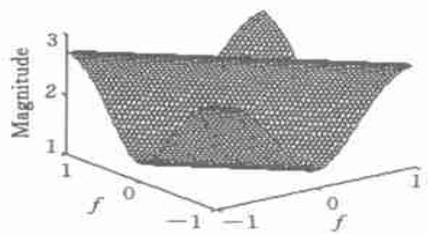


图 2 真实的 2 阶 GFRF

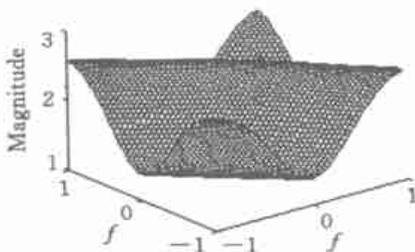


图 3 VSS 方法辨识的 2 阶 GFRF

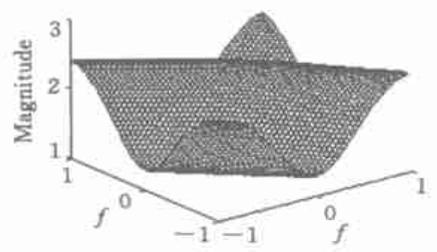


图 4 VRS 方法辨识的 2 阶 GFRF

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0 \\ 0 & 1 & 0.2 \end{bmatrix}, \quad D_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}$$

系统模型噪声强度为 $W = I_5$, H 指标约束为 $\gamma = 0.98$; 极点约束指标为图 1 所示切角扇形区域, 其中, $\theta = \pi/4$, $q = 1$, $r = 4$; 约束方差为

$$P_m = \begin{bmatrix} 0.6 & 0 & 0.1 \\ 0 & 5.2 & 0.6 \\ 0.1 & 0.6 & 3.1 \end{bmatrix}$$

用 Matlab-LMI 工具箱计算得

$$A_k = \begin{bmatrix} -2.014 & 0.001 & 331.2 & -1.756 \times 10^{-5} \\ 3.5556 & -3.4058 & -0.007222 & \\ 7.0565 & -0.1004 & -3.3365 & \end{bmatrix}$$

$$B_k = \begin{bmatrix} -2.3224 & -0.22678 \\ 7.823 & -0.5331 \\ 11.553 & -0.98076 \end{bmatrix}$$

$$C_k = \begin{bmatrix} 8.6012 & 0.006092 & 0.0013777 \\ 29.527 & 0.022779 & 0.010093 \end{bmatrix}$$

$$D_k = \begin{bmatrix} -10.481 & -4.5578 \\ 7.0066 & -4.9695 \end{bmatrix}$$

于是求得 $T_{wy}(s) = 0.97638$, 极点为: $-2.5105 + 2.2196i$, $-2.5105 - 2.2196i$, $-2.3175 + 0.42413i$, $-2.3175 - 0.42413i$, -3.4211 , -3.3268 ; 原系统稳态方差为

$$X = \begin{bmatrix} 0.3914 & -0.5 & 0.32037 \\ -0.5 & 1.7611 & -0.72918 \\ 0.32037 & -0.72918 & 1.724 \end{bmatrix}$$

可以验证, 所求反馈控制器使各项指标均能得到满足。

参考文献(References):

- [1] Gahinet P. Explicit controller formulas for LMI-based H synthesis[J]. Automatic, 1996, 32(7): 1007-1014.
- [2] 王远钢, 郭治. 状态反馈中圆形极点与状态方差约束的相容性[J]. 自动化学报(Acta Automatica Sinica), 2001, 27(2): 207-213.
- [3] Guo Zhi. A survey of satisfying control and estimation [A]. Proc of the 14th IFAC Congress[C]. Beijing: Press of Tsinghua University, 1999. G: 443-447.
- [4] 黄琳. 系统与控制理论中的线性代数[M]. 北京: 科学出版社, 1984. 31-34.

(上接第 281 页)

5 结 论

本文针对基于非线性谱分析的故障诊断的需要, 研究了使用部分噪声向量盲辨识非线性系统广义脉冲响应函数的子空间方法。仿真实验的结果表明, 使用该方法估计得到的 GFRF 可以满足基于非线性谱分析的故障诊断的需要, 并且运算量较小, 因而更适宜于在线应用。

参考文献(References):

- [1] 方李旺, 韩崇昭. 基于非线性传递函数的非线性闭环控制系统的稳定性研究[J]. 控制与决策(Control and Decision), 1999, 14(3): 199-205.
- [2] G M Raz, B D V Veen. Baseband Volterra filters for implementing carrier based nonlinearities [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46(1): 103-114.
- [3] 唐晓泉. 非线性系统频谱分析理论及其在故障诊断中的

应用研究[D]. 西安: 西安交通大学, 1999.

- [4] 方李旺, 焦李成, 韩崇昭. 非线性有限冲激响应 Volterra 信道的盲辨识[J]. 西安交通大学学报(J of Xi an Jiaotong Univ), 2000, 34(12): 24-27.
- [5] G B Giannakis, E Serpedin. Linear multichannel blind equalizers of nonlinear FIR Volterra channels[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1997, 45(1): 67-81.
- [6] E Moulines, P Duhamel, J F Cardoso, et al. Subspace methods for the blind identification of multichannel FIR filters [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(2): 516-525.
- [7] Y B Hua, K A Meraim, M Wax. Blind system identification using minimum noise subspace [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1997, 45(3): 770-773.
- [8] T Kailath. Linear systems [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1980.