

文章编号: 1001-0920(2002)04-0480-04

快速演化算法研究

高飞¹, 钟守楠¹, 纪昌明²

(1. 武汉大学 数学与统计学院, 湖北 武汉 430072; 2. 武汉大学 水利水电学院, 湖北 武汉 430072)

摘要: 提出一种快速演化算法(FEA), 在演化过程中融合了梯度的随机模拟、免疫算子和模拟退火算法的思想, 使得算法朝着优化的方向进行, 在一定程度上避免了标准演化算法的演化时间过长和早熟问题。仿真结果表明, 该算法具有精度高和收敛速度快的优点。

关键词: 演化算法; 模拟退火; 梯度随机模拟; 免疫算子

中图分类号: O 224; TP 301

文献标识码: A

Research on fast evolutionary algorithm

GAO Fei¹, ZHONG Shou-nan¹, JI Chang-ming²

(1. School of Mathematical and Statistics, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

2. School of Water Resources and Hydropower, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: A fast evolutionary algorithm (FEA) is proposed by adding the principles of simulation of gradient, immune operator and simulated annealing to the process of evolutionary algorithm. FEA can reduce the evolution time and avoid "premature", proceeding in an optimized direction to a certain extent. The result of a numerical example shows that FEA has the advantages of high precision and fast convergence.

Key words: evolutionary algorithms; simulated annealing; simulation of gradient; immune operator

1 引言

自 20 世纪 70 年代提出遗传算法以来, 演化算法在计算机网络、机器学习、函数优化以及众多优化计算方面得到广泛的应用。然而, 传统的演化算法容易过早收敛, 演化时间较长, 进化后期的搜索效率较低。目前, 仍有大量研究工作集中于如何改进传统演化算法的思想和算法的实现方式, 而演化算子则成为分析与改进演化算法的重要环节之一。

免疫算子^[1] 利用待求问题的特征并通过注射

疫苗来抑制退化的发生, 在演化算法中保持算法的每一步都执行优化路线, 从而达到免疫的目的。随机模拟是实现随机或确定系统抽样试验的一种技术, 应用非常广泛。为避免算法收敛到局部极小, 可采用梯度的随机模拟^[2] 来替换梯度, 即用 $\Delta f(x_i) = d_i[f(x_i + b d_i) - f(x_i - b d_i)] / (2b_i)$ 替换 $\nabla f(x_i)$, 从而得到 $x_{i+1} = x_i + a_i \Delta f(x_i)$, 其中 $a_i < 0$, $b_i > 0$, d_i 为单位球内随机向量。对于一个确定性或随机性算法, 如果存在可能陷入局部最优值的陷阱而不能达到全局最优, 都可以人为地引入噪声, 即

收稿日期: 2001-05-21; 修回日期: 2001-09-06

基金项目: 国家自然科学基金项目(70171016, 50099620); 亚太运筹学中心和中国科学院管理决策与信息系统开放实验室资助项目

作者简介: 高飞(1976—), 男, 湖北武汉人, 硕士生, 从事最优化理论与方法等研究; 钟守楠(1955—), 男, 江西上犹人, 教授,

从事最优化理论与方法、神经网络等研究。

作模拟退火^[3],使其有机会逃出局部陷阱而达到全局最优^[4],并且给出算法模型。

本文在以上思想的基础上,将模拟退火算法^[3]、免疫策略和梯度的随机模拟有机地结合起来,提出一种快速演化算法。仿真结果表明,该算法不仅能增强算法的收敛性,而且具有相当的鲁棒性,在一定程度上提高了算法的精度。

2 快速演化算法

2.1 快速演化算法的基本思想

演化算法在演化到一定代数时,往往进化缓慢。为加速算法收敛,我们对每一代的个体均增加一个邻域搜索步,同时自适应调节邻域半径,用模拟退火算法的接受概率来接受其邻域中某一个体。鉴于文献[1]中免疫算子的步3实际上是在演化策略的选择算子中引入模拟退火的思想,因此本文只取免疫算子的前两步作为修改的免疫算子加入演化算法,而且每次注射疫苗时只对个体注射一种疫苗。传统的演化算法是一种无序随机搜索的方法,不使用梯度信息,而梯度中往往包含目标函数的某些重要信息。为此,结合演化算法的特性,考虑将梯度随机模拟引入演化计算,即按一定的概率对当前群体中等概率随机抽取个体 x_i ,运用一个梯度模拟算子 $x_{i+1} = x_i + a_i \Delta f(x_i)$,既可利用梯度的某些有效信息,又能保留演化算法的优点,从而加速演化算法的收敛。

传统演化算法的基本演化算子是演化的方式,因而在具体的快速演化算法的计算中,不必拘泥于算子的先后顺序,可根据演化的不同阶段采取不同顺序的基本演化算子,并采取自适应的交叉和变异概率。为避免在演化过程中某些有效基因的缺失,算法每隔一定的演化代数对一定比例的个体采用倒位算子。在 Co-operation 中采用算术交叉和免疫算子等,并采用模拟退火选择算子、轮盘赌选择、 q -竞争选择等交替使用;在 Self-adaption 中采用 Gauss 或 Chaos 变异、退火机制^[5]、梯度的随机模拟算子,并对梯度的随机模拟算子的步长采用自适应的步长。

2.2 快速演化算法的主要步骤

综上所述,我们提出快速演化算法(FEA)如下:

1) 用浮点数对问题进行编码,设第 k 次的群体为 $\{x_i^{(k)}\}$, $i = 1, 2, \dots, n$, n 是群体规模,初始群体随机产生于可行解空间,适应值函数取目标函数;

2) 计算 x_i 的适应值 $\text{fit}(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$,

保留最优个体 best;

3) 对 $x_i^{(k)}$ 进行变异, $x_{i+n}^{(k)} = x_i^{(k)} + \text{mutate}$, $i = 1, 2, \dots, n$,mutate 是变异扰动向量;

4) 依据概率 p_d 对当前群体中一定比例的个体采取梯度模拟算子;

5) 依据概率 p_m 对当前群体中一定比例的个体采取免疫算子;

6) 如果当前最优个体的适应值优于 best,则更新 best;

7) 由 q -竞争选择从当前群体中选择 n 个个体;

8) 判断 k 是否达到最大进化代数,是则输出当前群体,否则 $k = k + 1$,并转 2)。

3 仿真研究

为了评价本文提出的快速演化算法的性能,考虑如下测试函数^[6]。以往的研究工作仅限于分析这些测试函数在自变量取值范围较小时的特性。为检验 FEA 的有效性,我们扩大了函数自变量的取值范围,并对测试函数增加一个求和步骤,从而增加了计算难度和复杂性。

$$F = 1 - x \sin(10\pi x), \quad x \in [-1, 1]$$

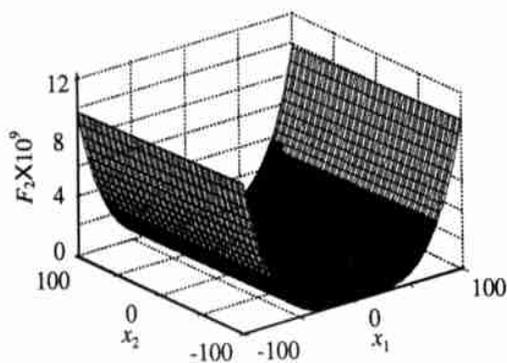
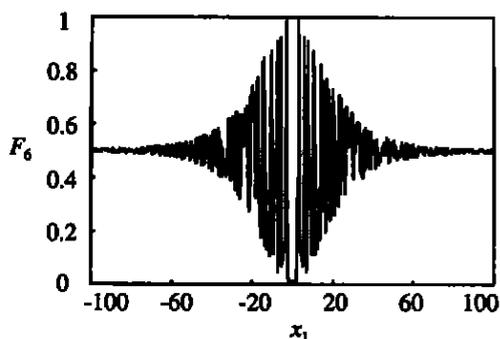
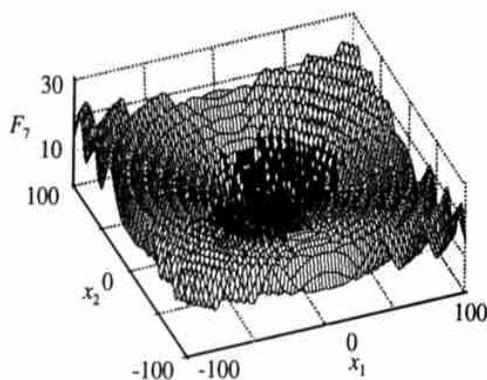
$$F_1 = \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad x_i \in [-100, 100]$$

$$F_2 = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1}^2 - x_i)^2 + (1 - x_i)^2] x_i \in [-100, 100]$$

$$F_6 = \sum_{i=1}^{n-1} [0.5 + (\sin^2(x_{i+1}^2 + x_i^2) - 0.5) / (1.0 + 0.001(x_{i+1}^2 + x_i^2))] x_i \in [-100, 100]$$

$$F_7 = \sum_{i=1}^{n-1} [(x_{i+1}^2 + x_i^2)^{0.25} (1.0 + \sin^2(50(x_{i+1}^2 + x_i^2)^{0.1}))] x_i \in [-100, 100]$$

F_2 在 $[-100, 100]^2$ 上的图象, F_6 在 $n = 1, x_1 \in [-100, 100], x_2 = 0$ 上的图象, F_7 在 $[-100, 100]^2$ 上的图象分别如图 1 ~ 图 3 所示。 F 在 $[-1, 1]$ 上是一个多峰极值函数,有 11 个局部极大值点,其中全局极大值为 1.950 533,该函数可用于评价算法的全局收敛性。 F_1 在 $[-100, 100]^n$ 上只有一个全局极小点 $(0, 0, \dots, 0)_n$,但它在全局极小点附近取值变化缓慢,常用来评价算法后期的搜索性能。 F_2 在

图 1 F_2 的图象图 2 F_6 的图象图 3 F_7 的图象

$[-100, 100]^n$ 上只有一个全局极小点 $(1, 1, \dots, 1)_n$, 但它在全局极小点邻近的狭长区域内取值变化极为缓慢, 可用于评价算法的搜索性能。 F_6 有一个全局极小点 $(0, 0, \dots, 0)_n$, 该全局极小点被无数的局部极小点所围绕, 并且全局极小点与这些局部极小点之间存在极大值点, 该函数是评价演化算法全局收敛性及搜索性能的经典函数, 称为 Multimodal sine envelope sine wave function^[7]。 F_7 与 F_6 类似, 但其全局极小点 $(0, 0, \dots, 0)_n$ 与邻近的局部极小点之间有 High barrier height^[7], 是演化算法的典型测试函数。 F_1, F_2, F_6, F_7 的全局极小值均为 0。

利用 MATLAB 编程对 FEA 进行仿真研究。FEA 与 Simple EA 所求的测试函数的极小值比较如表 1 所示, FEA 求得的极小点如表 2 所示。表 1 中 Optimum 表示已知极小值, MGEN 表示演化代数。

由表 1 和表 2 可以看出, FEA 具有良好的全局搜索性能, 对于 F_1 & $n = 3$, 极小值精度可提高到 10^{-82} , 最优个体的精度可达到 10^{-40} 。对于 F_7 & $n = 2$ 且演化 200 代, 极小值精度可提高到 10^{-4} , 最优个体的精度可达到 10^{-8} ; 若演化代数增加到 600 代, 则极小值精度可提高到 10^{-11} , 最优个体的精度可达到 10^{-21} 。

F_6 在 $n = 1$ 且演化 350 代, F_7 在 $n = 2$ 且演化 200 代时, 最优个体的适应值和群体平均适应值的变化曲线分别如图 4 ~ 图 7 所示。由图 4 和图 5 可以看出, FEA 具有较强的收敛性, 使得 F_6 的最优个体和群体平均适应值迅速下降, 尤其是演化算子的自适应作用, 群体适应值在 200 代前后急速下降。由图 6 和图 7 可以看出, FEA 使得 F_7 & $n = 2$ 最优个体和群体平均适应值稳步下降。仿真结果表明, FEA 能极大地提高演化算法的性能, 加快演化速度, 增强全局寻优能力, 在一定程度上提高算法的精度。

表 1 FEA 与 SIMPLE EA 求得的极值的比较

测试函数	FEA 求得的极值	SIMPLE EA 求得的极值	Optimum	MGEN
F	1.950 532 721 836 63	1.950 532 720 614 31	1.950 533	200
F_1 & $n = 3$	6.192 265 745 010 694e - 082	2.557 878 017 767 352e - 045	0	200
F_2 & $n = 3$	1.570 694 533 314 304e - 009	5.089 725 275 498 456e - 005	0	200
F_2 & $n = 2$	1.232 595 164 407 831e - 030	1.305 524 329 420 167e - 017	0	200
F_6 & $n = 2$	0.000 000 000 000 000	1.831 046 793 132 618e - 006	0	350
F_7 & $n = 2$	5.661 651 694 083 729e - 006	0.070 354 055 960 53	0	200
F_7 & $n = 3$	2.495 699 439 941 171e - 004	0.263 992 926 068 98	0	200
F_7 & $n = 3$	4.588 769 733 732 026e - 011	0.263 992 926 068 98	0	600

表 2 FEA 求得的极值点

测试函数	FEA 求得的相应于表 1 求得的极小值的极值点
F	极值点 : - 0.951 064 947 033 04, 极值点 : 0.951 064 946 950 67
$F_1 \& n = 3$	$10^{-40}(- 0.040 389 324 861 27, 0.232 254 954 470 40, - 0.079 680 587 418 22)$
$F_2 \& n = 3$	(1.000 017 665 836 74, 1.000 034 634 757 07, 1.000 068 947 702 98)
$F_2 \& n = 2$	(1.000 000 000 000 00, 1.000 000 000 000 00)
$F_6 \& n = 2$	$10^{-9}(0.811 505 210 597 00, 0.253 159 255 639 93)$
$F_7 \& n = 2$	$10^{-10}(0.019 823 491 975 79, 0.247 390 920 219 50)$
$F_7 \& n = 3$	$10^{-8}(- 0.411 293 026 330 71, - 0.385 425 613 888 67, 0.163 374 198 684 90)$
$F_7 \& n = 3$	$10^{-21}(0.148 614 196 789 01, - 0.509 743 621 310 52, 0.111 883 920 093 86)$

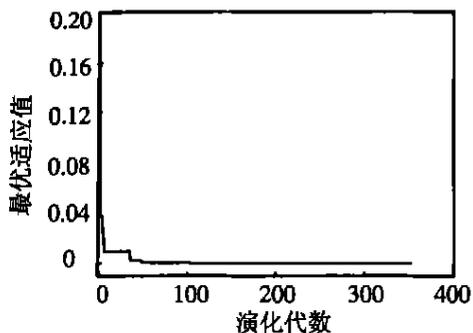


图 4 F_6 最优适应值

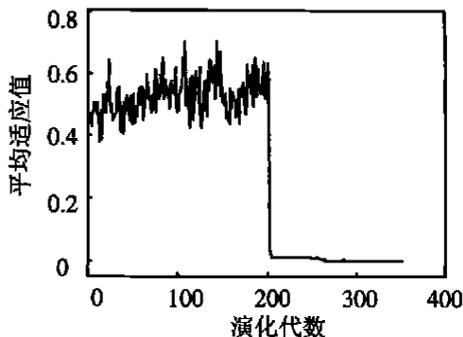


图 5 F_6 平均适应值

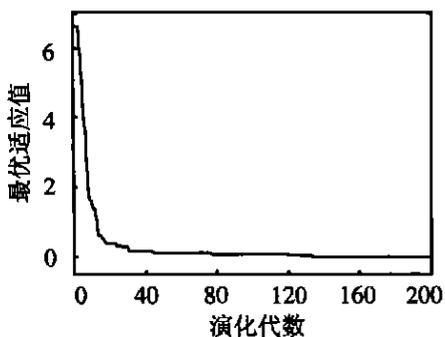


图 6 F_7 最优适应值

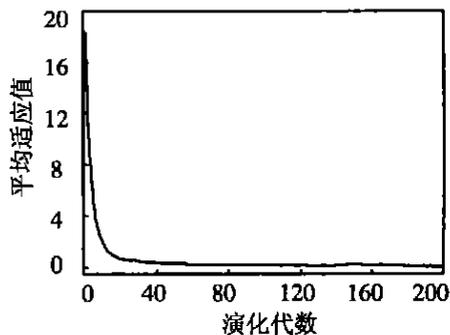


图 7 F_7 平均适应值

4 结 语

本文融合了模拟退火算法、免疫算子和梯度的随机模拟的思想,对传统的演化算法进行改进,形成了快速演化算法。该算法一方面保持了演化算法的随机搜索、优胜劣汰等优点,另一方面可以利用梯度的某些信息,提高算法的爬山性能,在保持优秀个体进化稳定性的同时,加快了进化速度,提高了算法的精度,在一定程度上避免了演化过程中的过早收敛现象。仿真研究表明,FEA 对于多峰极值的寻优具有快速高效的性能。

参考文献(References):

[1] 王磊,潘进,焦李成. 基于免疫策略的进化算法[J]. 自然科学进展, 2000, 10(5): 451-455.
(WANG Lei, PAN Jin, JIAO Li-cheng. Evolutionary algorithms based on immune strategy[J]. *Progress in Natural Science*, 2000, 10(5): 451-455.)

[2] 刘宝碇,赵瑞清. 随机规划与模糊规划[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998. 15-35.

[3] 康立山,谢云,尤矢勇,等. 非数值并行算法(第1册): 模拟退火算法[M]. 北京: 科学出版社, 1997. 22-55.

(下转第 486 页)

中没有 1.44 这个标度值,但根据比例关系和传递性可知 A 比 C 的标度值为 1.44,且其标度值更符合 A 与 C 之间的重要程度关系。这就是将表 1 所定义的标度称为基本比例标度的原因。

例 2 表明,比例标度法不仅能较准确地标度方案的重要性和重要关系,而且更加灵活,并可自行定义。

3.2 判断矩阵的比例构造法

设有 n 个方案 A_1, A_2, \dots, A_n 。对于两方案 A_i 和 A_j 的比较,现作如下规定:如果 A_i 重要程度不低于 A_j ,则根据标度表直接得到 A_i 与 A_j 比较的标度值 $p_{ij} \geq 1$,然后得到 A_j 与 A_i 比较的标度值 $p_{ji} = 1/p_{ij}$;如果 A_i 重要程度低于 A_j ,则先根据标度表得到 A_j 与 A_i 比较的标度值 $p_{ji} \geq 1$,然后得到 A_i 与 A_j 比较的标度值 $p_{ij} = 1/p_{ji}$ 。

基于比例标度的判断矩阵构造法(BL法)的计算步骤如下:

Step1: 1) 输入方案数 n 和方案 A_1, A_2, \dots, A_n ;
2) 定义判断矩阵 $P = (p_{ij})_{n \times n}$ 且 $p_{ij} = 0 (i, j = 1, 2, \dots, n)$ 和特征向量 $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 且 $w_i = 0 (i = 1, 2, \dots, n)$ 。

Step2: 分别取 $i = 1, 2, \dots, n$,对 A_i 和 A_{i+1} 进行比较,其标度值记为 $k(i)$ 。

Step3: 构造判断矩阵:

- 1) $i = 1$;
- 2) 若 $i > n$ 则转 Step4, 否则 $j = i$;
- 3) 若 $i = n$ 则 $w_i = 1$, 否则 $w_i = k(i) \times k(i+1) \times \dots \times k(n-1)$;
- 4) 若 $j = i$ 则 $p_{ii} = 1$, 否则 $p_{ij} = k(i) \times k(i+1) \times \dots \times k(j-1)$, $p_{ji} = 1/p_{ij}, j = j+1$;
- 5) 若 $j = n$ 则转 4), 否则 $i = i+1$ 并转 2)。

Step4: 输出判断矩阵 P 和对应特征向量 W 并结束。

定理 2 由 BL 方法构造的判断矩阵 P 是完全一致的。

证明 由于算法所得矩阵 P 满足定理 1 的条件,因而 P 是完全一致的。

下面用一个简单例子来说明比例构造法的具体应用。

例 3 设有 5 个方案 X_1, X_2, \dots, X_5 。对某一属性 H , X_i 比 X_{i+1} 略微重要,用表 1 的第 1 种标度得到其标度值为 $1.1 (i = 1, 2, 3, 4)$ 。由定理 1 和定理 2 知,判断矩阵的特征向量为 $((1.1)^4, (1.1)^3, (1.1)^2, 1.1, 1)$, 所以整体排序后的重要性权值向量为 $(0.2398, 0.2180, 0.1982, 0.1802, 0.1638)$ 。

若 X_i 比 X_{i+1} 较为重要,则选择表 1 的第 2 种标度得到其标度值为 $1.4 (i = 1, 2, 3, 4)$, 其判断矩阵的特征向量为 $((1.4)^4, (1.4)^3, (1.4)^2, 1.4, 1)$, 整体排序后的重要性权值向量为 $(0.3510, 0.2507, 0.1791, 0.1279, 0.0913)$ 。

参考文献(References):

- [1] 宣家骥. 多目标决策[M]. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1989. 283-289.
- [2] Ma Wei-ye. A practical approach to modifying pairwise matrices and two criteria of modificatory effectiveness[J]. *J of Syst Sci & Syst Eng*, 1993, 2(4): 334-338.
- [3] 刘万里, 雷治军. 关于 AHP 中判断矩阵校正方法的研究[J]. *系统工程理论与实践*, 1997, 17(6): 30-39. (Liu Wan-li, Lei Zhi-jun. Study on rectification method for the judgment matrix in AHP[J]. *Syst Eng — Theory & Pract*, 1997, 17(6): 30-39.)
- [4] 徐泽水. 关于层次分析中几种标度的模拟评估[J]. *系统工程理论与实践*, 2000, 20(7): 58-62. (Xu Ze-shui. A simulation-based evaluation of several scales in the analytic hierarchy process[J]. *Syst Eng — Theory & Pract*, 2000, 20(7): 58-62.)
- [5] 陈迁, 王浣尘. AHP 方法判别尺度的合理定义[J]. *系统工程*, 1996, 14(5): 18-20. (Chen Qian, Wang Huan-chun. Proper definition of criteria in AHP[J]. *Syst Eng*, 1996, 14(5): 18-20.)

(上接第 483 页)

- [4] Fang H, Gong G, Qian M P. Annealing of iterative stochastic schemes[J]. *SIAM J Contr Optim*, 1997, 35(6): 1881-1907.
- [5] 潘正君, 康立山, 陈毓屏. 演化计算[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [6] Z 米凯利维兹. 演化程序——遗传算法与数据编码的结

合[M]. 周家驹, 何险峰译. 北京: 科学出版社, 2000.

- [7] M Srinivas, L M Patnaik. Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithms[J]. *IEEE Trans on Syst, Man & Cybern*, 1994, 24(4): 656-666.