

文章编号: 1001-0920(2002)04-0487-04

基于实数编码的广义遗传算法及其在优化问题中的应用

李 鹏, 董 聪

(清华大学 土木工程系, 北京 100084)

摘要: 对遗传算法中一些具有代表性的算法作了简要分析和评论。在此基础上将实数编码引入广义遗传算法, 给出了一个算法框架, 设计了相应的遗传操作方法, 并将该算法应用于函数优化问题和神经网络训练问题。数值算例表明, 该方法具有全局优化功能和快速收敛特性, 对于求解复杂优化问题具有广泛的适用性。

关键词: 广义遗传算法; 实数编码; 函数优化; 神经网络

中图分类号: TP 18

文献标识码: A

Real coding based generalized genetic algorithm and its application in optimization problems

LI Peng, DONG Cong

(Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Some classical works on genetic algorithm are introduced and remarked. On the basis of systematic analysis of current algorithms, real coding is introduced into generalized genetic algorithm. A practicable algorithm frame is proposed and several genetic operations are designed. The proposed algorithm is used in problems of function optimization and neural network training. Numerical simulations show that it has the ability of realizing global optimization and fast convergence.

Key words: generalized genetic algorithm; real coding; function optimization; neural network

1 引 言

科学研究和工程实际中的众多问题, 均可归结为“极大化效益, 极小化代价”的典型模型, 求解这类模型导致寻求某个目标函数在特定区域上的最优解。传统的非线性规划类方法大多基于梯度计算, 具有较高的计算效率, 但由于其固有的局部优化性及不稳健性等缺陷, 并不适合于全局优化问题的求解。

20 世纪 70 年代前后, 人们开始探索用模拟生物进化的方式求解复杂的优化问题, 其中以 Holland 等提出的遗传算法(GA) 最具代表性。遗传算法仿效生物的进化与遗传, 根据生存竞争和优胜劣汰的法则, 借助于遗传操作, 使所求解的问题逐步逼近最优解。与其它方法相比, 遗传算法用单一字符串的形式描述所研究的问题, 只需利用适应度函数进行优化计算, 而不需函数导数等辅助信息, 特别适合于解决其

收稿日期: 2001-04-27; 修回日期: 2001-07-18

基金项目: 国家自然科学基金项目(59505011, 59778039, 59975049); 北京市自然科学基金项目(8021002)

作者简介: 李鹏(1975—), 男, 山西太原人, 博士生, 从事神经网络、遗传算法的研究; 董聪(1964—), 男, 陕西西安人, 副教授, 博士, 从事系统可靠性、人工神经网络等研究。

它方法无法解决的复杂问题,因而成为人们关注的热点之一^[1]。

在经典遗传算法的基础上,许多学者对其进行多种改进,其中比较重要的有二倍体与显性操作,变长度染色体遗传算法,小生境遗传算法,混合遗传算法^[2],自适应改变交叉率和变异率的遗传算法^[3,4]等。董聪等对经典遗传算法的结构和操作程序进行系统的剖析,引入一些新的概念和算子,建立了广义遗传算法的理论体系和算法结构,并对其全局收敛性做了严格证明^[5]。

在经典遗传算法及各种改进遗传算法中,大都采用二进制编码。然而对于很多问题,例如神经网络的训练,由于涉及较多的设计变量,如果采用二进制编码,则码串会很长,编码和解码操作将占用较多时间,而且码串过长会使算法的搜索效率降低。另外,对于连续变量的优化问题,实数表示更加自然,并且计算精度不会受到编码方式的影响。因此,本文尝试在广义遗传算法的基础上引入实数编码,设计了相应的遗传操作,并用遗传算法解决函数优化问题和神经网络训练问题。

2 实数编码的广义遗传算法

2.1 关于广义遗传算法的几点说明

1) 种群间的隔离机制:本文引入种群间的隔离机制,将整个参数空间剖分成多个子域,遗传操作在每个子域内独立同步进行^[1]。隔离机制的作用是保证多局部最优状态的同步形成,以确保进化过程的并行化。

2) 渐进阶段和骤变阶段:将进化过程分为两个阶段:渐进阶段和骤变阶段^[5]。渐进阶段主要通过交叉和选择的协同作用逼近局部最优状态;骤变阶段主要通过突变和选择的协同作用实现局部最优状态的定向迁移,使下一次循环可在更好的起点上开始。整个进化过程以渐进方式为主,骤变方式为辅。骤变阶段采用均匀随机交叉和突变的方式,渐进阶段采用反馈型非均匀随机交叉和突变的方式,并且随着进化进程的展开,非均匀性由反馈环节进行自适应调节。交叉和变异的顺序及方式依赖于种群所处的环境状况。渐进阶段采用单点或少点交叉和变异,其顺序为先交叉后变异;骤变阶段采用多点交叉和变异,其顺序为先变异后交叉。

3) 自适应变焦:与传统优化方法相比,遗传算法的一个主要缺点是其局部搜索能力较差。为了提

高算法的局部搜索能力,本文采用自适应变焦技术,即在稳定的极值点附近进行控制变焦^[5]。其方法为:当算法进入局部微调时,缩小设计变量的取值范围,从而提高算法的搜索精度。

2.2 广义遗传算法的基本框架

考虑连续变量的全局优化问题

$$(P): \max \{F(x) : x \in \Omega \subset R^n\}$$

$$F: \Omega \subset R^n \rightarrow R \quad (1)$$

求解问题(P)的广义遗传算法的基本框架如下:

1) 初始化

① 确定子群规模 N , 子群个数 m , 收敛性判别参数 p 及其它相关参数,当前演化代数 $k = 0$;

② 将 Ω 划分成多个子域,在每个子域内,采用数论中的佳格点集确定初始种群的位置。

2) 种群演化:在每个子域内独立同步地进行遗传操作,遗传操作的执行程序取决于各子群当前所处的阶段。若子群处于渐进阶段,则在该子群内执行 $N/2$ 步操作如下:

① 以概率 $P_i(k) (1 \leq i \leq N)$ 从 $V(k)$ 中随机选取两个个体(如 $V_{i1}(k)$ 和 $V_{i2}(k)$);

② 对 $V_{i1}(k)$ 和 $V_{i2}(k)$ 进行交叉操作,产生两个中间个体 S_1 和 S_2 ;

③ 对 $V_{i1}(k), V_{i2}(k), S_1, S_2$ 进行 $2/4$ 生存选择,幸存个体记为 S_1 和 S_2 ;

④ 对 S_1 和 S_2 进行变异操作,产生新个体 S_1 和 S_2 ;

⑤ 对 S_1, S_2, S_1, S_2 进行 $2/4$ 生存选择,产生下一代种群个体。

当子群处于骤变阶段时,交叉和变异操作的顺序和方式参见 2.1 节。

3) 自适应变焦:依次考察各子群体,如果算法已进入局部微调,则缩小该子群体设计变量的取值范围。

4) 种群间移植:如果当前正处于进化的特定代,则将当前的全局最优个体直接移植到分隔开的每一个子群落内,以引发优良个体之间的遗传操作。本文中特定时期选为第 $10q (q = 1, 2, \dots)$ 代。

5) 两阶段切换:当进化过程局部收敛时,由反馈环节实现渐进方式向骤变方式转换;一旦群首被更换,则反馈环节实现骤变方式向渐进方式转换。

6) 终止检验:以主群的稳定性作为演化过程的收敛准则,若连续 p 代种群最优个体保持不变,则认为已经收敛,演化过程结束;否则 $k = k + 1$, 转 2) 开始下一代演化。

2.3 关于遗传操作的几点说明

1) 选择算子: 广义遗传算法采用 2/4 择优选择的方式, 即在基因交换和基因突变过程中, 允许父代和子代进行竞争, 并让其中的优良个体进入下一轮的竞争环境, 这样既保证了算法的迭代稳定性, 又保证了算法具有实现局部最优化的功能。

2) 交叉算子: 本文采用算术交叉算子, 设 X_i^t 和 X_j^t 分别为第 t 代两个体交叉点处对应的设计变量, 则交叉后两个体相应的设计变量分别为

$$\begin{cases} X_i^{t+1} = X_i^t + \pi(X_i^t - X_j^t) \\ X_j^{t+1} = X_j^t + \tau(X_i^t - X_j^t) \end{cases} \quad (2)$$

其中 π 和 τ 为 $[-1, 1]$ 上均匀分布的随机数。上述交叉算子可保证搜索区域覆盖 X_i^t 和 X_j^t 的所有邻域, 且二者之间的区域搜索几率较大。

3) 变异算子: 本文采用高斯变异, 设个体的染色体为 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$, 其中元素 ω_k

$[L_k, U_k]$ 为选中的变异, 该元素的变异结果为

$$\omega_k = \begin{cases} \omega_k + \Delta(U_k - \omega_k), & \text{随机数} > P_{inc} \\ \omega_k - \Delta(\omega_k - L_k), & \text{随机数} < P_{inc} \end{cases} \quad (3)$$

其中, P_{inc} 是该元素在本次变异中增大的概率, 其取值根据变异结果进行自适应调节; 函数 $\Delta(y)$ 为返回区间 $[0, y]$ 上的值, 本文中取如下函数

$$\Delta(y) = \begin{cases} |r|, & |r| \leq y \\ y, & |r| > y \end{cases} \quad (4)$$

其中 r 是满足 Gauss 分布的随机数, 本文中 r 的均值和标准差分别取 0 和 $0.2y$ 。

3 数值算例

例 1 求下列函数的最大值^[3]

$$f(x, y) = 3(1-x)^2 e^{-x^2 - (y+1)^2} - \frac{1}{3} e^{-(x+1)^2 - y^2} - 10(\frac{x}{5} - x^3 - y^5) e^{-x^2 - y^2}$$

$x \in [-3, 3], y \in [-3, 3]$

该函数在定义域上有 3 个极大值和 3 个极小值, 全局极大值在 $(-0.0093, 1.5814)$ 处, 极大值为 8.10621。利用本文方法进行求解, 采用实数编码, 种群大小为 24, 初始状态分成 4 个相互隔离的群落, 每个亚种的种群大小为 6, 进化进程中采用多次变焦策略。在渐进阶段, 采取两点交叉和单点突变操作; 在骤变阶段, 采取多点交叉和突变操作。如果连续 20 代最优个体不变, 则认为已经收敛, 进化过程终止。

计算 10 次的结果见表 1。可以看出, 采用本文算法求解上述问题是成功的。

表 1 应用本文方法求解例 1 的演化结果

编号	x	y	$f(x)$	迭代次数
1	-0.0094	1.5813	8.10621	21
2	-0.0093	1.5814	8.10621	27
3	-0.0094	1.5813	8.10621	53
4	-0.0093	1.5816	8.10621	39
5	-0.0094	1.5814	8.10621	35
6	-0.0091	1.5814	8.10621	23
7	-0.0092	1.5814	8.10621	25
8	-0.0093	1.5814	8.10621	32
9	-0.0093	1.5814	8.10621	32
10	-0.0090	1.5814	8.10621	34

表 2 给出了平均迭代次数, 并与其它方法进行比较。从表中可以看出, 本文方法在全局优化和快速收敛能力上都有较大的提高。

表 2 例 1 的平均迭代次数及与其它算法的比较

方 法	平均迭代次数	收敛到全局最优的几率 / %
简单遗传算法 ^[3]	835	60
自适应交叉率和变异率的遗传算法 ^[3]	59	100
本文方法	32	100

例 2 异或问题成为考察算法是否有效的典型问题之一。其对应的神经网络有两个输入单元和一个输出单元, 以记忆下面 4 个样本: $(0, 0, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0)$ 。本文中网络采用 2-4-1 结构, 隐层单元采用如下形式的传递函数

$$y = f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

其中, x 为单元输入, y 为单元输出。输出层单元采用线性传递函数。

本问题共有 17 个权值和阈值变量, 设定各权值和阈值的取值范围均为 $[-10, 10]$ 。利用本文方法进行求解, 采用实数编码, 种群大小为 40, 初始状态分成 4 个相互隔离的群落, 每个亚种的种群大小为 10。训练目标为 $1.0e-4$, 21 代收敛。误差变化曲线如图 1 所示。

采用基于梯度的网络训练方法对本问题进行训练, 训练结果见表 3。可以看出, 本文方法应用于神经网络训练问题是成功的, 计算效率有了很大提高, 并且遗传算法的全局寻优性能保证了训练过程不会陷入局部极小。

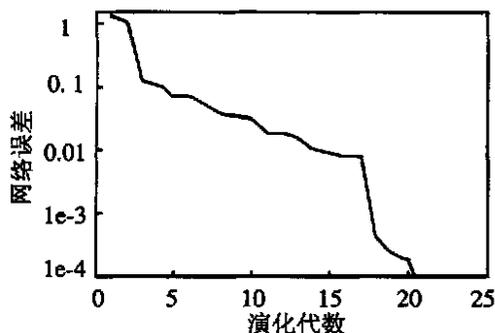


图 1 遗传算法训练异或问题的误差曲线

表 3 本文方法与其它训练方法的比较

方 法	迭代次数	浮点运算
本文方法	21	4.19e + 5
自适应改变学习率的 BP 法	82	1.74e + 6
共轭梯度法	不收敛	不收敛

4 结 论

本文将实数编码引入广义遗传算法, 设计了相应的遗传操作, 并用遗传算法解决函数优化问题和神经网络训练问题。广义遗传算法具有实现全局最优化的功能, 与其它改进遗传算法相比, 本文方法能有效地提高收敛速率。对于连续变量优化问题, 引入

实数编码可使问题表述更加自然, 算法效率得到提高, 并且计算精度不受编码方式的影响。数值算例表明, 对于解决复杂的数值优化问题, 基于实数编码的广义遗传算法具有广泛的适用性和高度的稳健性。

参考文献(References):

[1] 董聪, 郭晓华, 袁曾任. 基于广义遗传算法的全局优化方法[J]. 计算机科学, 1999, 26(6): 7-10.
(C Dong, X H Guo, Z R Yuan. A global optimization algorithm based on generalized genetic algorithm [J]. Computer Sci, 1999, 26(6): 7-10.)

[2] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.

[3] 袁慧梅. 具有自适应交换率和变异率的遗传算法[J]. 首都师范大学学报, 2000, 21(3): 14-20.
(H M Yuan. Genetic algorithm with adaptive probabilities of crossover and mutation[J]. J of Capital Teacher Univ, 2000, 21(3): 14-20.)

[4] M Srinivas, L M Patnaik. Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithms [J]. IEEE Trans on Syst, Man & Cybern, 1994, 24(4): 656-667.

[5] 董聪, 郭晓华. 广义遗传算法的逻辑结构及全局收敛性的证明[J]. 计算机科学, 1998, 25(5): 38-42.
(C Dong, X H Guo. Logic structure of generalized genetic algorithm and a proof of its global convergence [J]. Computer Sci, 1998, 25(5): 38-42.)

下 期 要 目

量子控制——一个全新的学科领域 程代展

群体大小与群体创建决策数量的实验研究 刘树林, 席酉民

基于云模型的车辆定位导航系统模糊评测研究 张飞舟, 晏磊, 等

模糊推理的函数变换观点 张 栋, 蔡开元

基于回归神经网络的非线性时变系统辨识 邹高峰, 王正欧

非线性 Gauss-Hermite 滤波与机动目标的反干扰跟踪方法 吴森堂, 张水祥, 等

期望指标下一类线性周期系统鲁棒状态估计 刘世前, 郭 治, 等

一种改进的遗传算法 Scatter GA 关志华, 寇纪淞, 等

利用反馈的时序模式挖掘算法研究 郑斌祥, 席裕庚, 等

结合混沌预测的改进的 OGY 控制方法 薛福珍, 韩怀中, 等

TCPN 的可调度性及调度区间的约束分析 吴亚丽, 曾建潮, 等

一类推广的两步鲁棒辨识算法 莫建林, 许晓鸣, 等