

文章编号: 1001-0920(2002)04-0491-03

相似广义互联系统的状态反馈鲁棒镇定

石海彬, 刘晓平, 张嗣瀛

(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 研究一类具有相同线性结构的相似广义互联系统, 其互联项是非线性非匹配的且含有不确定性。运用 Lyapunov 方法和一般广义系统理论中状态反馈、受限等价概念, 设计了状态反馈鲁棒控制器, 使系统渐近稳定且在状态响应中不包含脉冲项。研究结果表明, 相似结构可简化广义组合系统的分析和设计。

关键词: 相似广义互联系统; 状态反馈; 脉冲能控

中图分类号: TP 13

文献标识码: A

State feedback robust stabilization for similar generalized interconnected systems

SHI Hai-bin, LIU Xiao-ping, ZHANG Si-ying

(School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: Generalized interconnected systems possessing same linear structure are studied. The interconnections are nonlinear and unmatched and contain uncertainties. Using Lyapunov method and the concept of proportional state feedback and restricted systems equivalence, the robust controllers are designed so that the systems are asymptotically stable and there is no impulse term in the state responses. The study indicates that the analysis and design of generalized interconnected systems can be simplified by the similar structure.

Key words: similar generalized interconnected systems; state feedback; impulse controllable

1 引言

本文以广义系统的研究^[1,2]和相似性的研究^[3~6]为基础, 研究了一类具有相同线性结构的广义互联系统, 提出了新的相似性概念。所研究的系统其互联项是非线性的, 不满足匹配条件且含有不确定性。由于受控系统具有相似结构, 控制器本身也具有相似结构, 因此易于工程实现。研究结果表明, 相似结构可在很大程度上简化对广义组合系统的分析

和控制器的设计。

2 相似广义互联系统的描述

考虑如下不确定相似广义互联系统

$$\begin{aligned} \dot{E}x_i &= Ax_i + B[u_i + f_i(x, t) + \\ &\Delta g(x, t)] + \Delta h_i(x, t) \\ i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $x_i \in R^n$ 和 $u_i \in R^m$ 分别是第 i 个子系统的状态

收稿日期: 2000-04-17; 修回日期: 2001-04-11

基金项目: 国家自然科学基金项目 (79970114, 69974007)

作者简介: 石海彬(1971—), 男, 山东淄博人, 博士, 从事复杂系统的结构与控制研究; 张嗣瀛(1925—), 男, 山东章丘人, 教授, 博士生导师, 中科院院士, 从事复杂系统的结构与控制、微分对策等研究。

和输入, E 和 A 是 n 阶常值矩阵, B 是 $n \times m$ 阶常值矩阵, $\text{rank} E < n, x = \text{col}(x_1, x_2, \dots, x_N), f_i(x, t)$ 是确定的匹配互联项, $\Delta g_i(x, t)$ 是匹配的不确定互联项, $\Delta h_i(x, t)$ 是非匹配的不确定互联项. 假设 $f_i(0, t) = 0, \Delta g_i(0, t) = 0, \Delta h_i(0, t) = 0, i = 1, 2, \dots, N$; 假定每个子系统均正则.

系统 $\dot{E}x_i = Ax_i + Bu_i$ 简记为 (E, A, B) . 因为系统 (1) 的每个孤立子系统都具有相同的线性结构, 所以称系统 (1) 为不确定非线性相似奇异组合系统.

3 鲁棒控制器设计

假定系统 (1) 能稳且脉冲能控. 由文献 [1] 知, 存在 $m \times n$ 阶矩阵 K 及 n 阶非奇异矩阵 T 和 S , 使得

$$TES = \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad T(A + BK)S = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & I_{n-r} \end{bmatrix}$$

这里, $r = \text{rank} E, A_1$ 是稳定阵. 于是对任意 r 阶正定矩阵 Q , Lyapunov 方程 $A_1^T P + PA_1 = -Q$ 有唯一的正定解矩阵 P . 记

$$T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}, \quad S^{-1} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix}$$

其中 T_1 和 S_1 是 $r \times n$ 阶矩阵. 用 $\lambda_{\max}(\bullet)$ 和 $\lambda_{\min}(\bullet)$ 分别表示正定矩阵的最大和最小特征根, $\|\bullet\|$ 表示向量的 Euclid 范数及其诱导范数, 记 α 为满足 $0 < \alpha < \lambda_{\min}(Q)/(2\lambda_{\max}(P))$ 的常数.

定理 1 若系统 (1) 满足如下条件:

- 1) (E, A, B) 能稳且脉冲能控;
- 2) 存在连续函数 $C(\bullet)$, 满足 $C(0) = 0, \Delta g_i(x, t) = C(E x_i)$;
- 3) $\Delta h_i(x, t) = \alpha E x_i$.

则存在状态反馈鲁棒控制器, 使系统 (1) 在条件 1) 和 2) 成立的领域 Ω 上渐近稳定.

证明 设计控制器

$$u_i = u_i^1 + u_i^2 + u_i^3, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

这里

$$u_i^1 = K x_i, \quad u_i^2 = -f_i(x, t)$$

$$u_i^3 = \begin{cases} -\frac{B^T T_1^T P S_1 x_i}{B^T T_1^T P S_1 x_i} C(E x_i) \\ B^T T_1^T P S_1 x_i & 0 \\ 0, B^T T_1^T P S_1 x_i & 0 \end{cases}$$

其余证明部分略.

注 1 在互联系统镇定问题中, 要求不确定匹

配互联项的范数不超过子系统状态的某个函数, 这意味着其余子系统对某个子系统的干扰是有限的, 如果干扰过大, 系统就会被破坏. 在广义系统镇定问题中, 为了做到全状态渐近稳定, 要求不确定匹配互联项的范数不超过广义状态 $E x$ 的某个连续函数, 这是一个重要的假设. 互联系统和广义系统镇定问题具有特殊的复杂性, 定理 1 条件成立的难度仅反映了复杂性的一个侧面, 而把客观存在的相似结构引入广义互联系统来降低总体处理难度, 正是本文的主旨所在.

注 2 确定的互联项表示在子系统之间传递的已知信息, 一般要涉及所有子系统的状态, 这也是整个系统得以维系的原因所在. 充分利用这些已知信息对系统进行控制, 就不可避免地要用到集中控制. 同时, u_i^2 只涉及已知信息, 虽然是集中控制, 但却容易实现.

注 3 控制器具有相似结构是指对于不同的子系统, u_i^1 和 u_i^3 中除自身状态 x_i 外其它部分都相同; u_i^2 一般依赖于每个子系统的状态, 其结构可能相差很大. 所以说控制器具有“相似”结构, 而不是“相同”结构. 另一方面, u_i^2 是在子系统之间传递的已知信息的直接反映, 其差异体现了信息的多样性.

4 仿真算例

考虑如下广义组合系统

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \dot{x}_1 =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -2 & -0.5 \\ 1 & -5 & -1 \\ 2 & -2 & -0.5 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} [u_1 +$$

$$\sin((1 \ 0 \ 2)x_2) + \Delta g_1(x, t)] + \Delta h_1(x, t)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \dot{x}_2 =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -2 & -0.5 \\ 1 & -5 & -1 \\ 2 & -2 & -0.5 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} [u_2 +$$

$$\sin((2 \ 1 \ 3)x_1) + \Delta g_2(x, t)] + \Delta h_2(x, t)$$

初值

$$x_1(0) = (- \ 3 \ 682 \ 7 \ 0 \ 5 \ 2)^T$$

$$x_2(0) = (- \ 1 \ 5 \ 2 \ 3)^T$$

取

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K = (-1 \ 2 \ 1)$$

得 $A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$; 取 $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, 得

$$P = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad \alpha = 0.706$$

$$\Delta g_1(x, t) = 0.6 Ex_1$$

$$\Delta g_2(x, t) = Ex_2$$

$$\Delta h_i(x, t) = \alpha Ex_i, \quad i = 1, 2$$

容易验证此系统满足定理 1 条件。根据式 (2) 设计如下控制器

$$u_1 = (-1 \ 2 \ 1)x_1 - \sin((1 \ 0 \ 2)x_2) - \begin{cases} \frac{(0 \ 0 \ 0.5)x_1}{(0 \ 0 \ 0.5)x_1} 0.6 Ex_1 \\ (0 \ 0 \ 0.5)x_1 \quad 0 \\ 0, \quad (0 \ 0 \ 0.5)x_1 = 0 \end{cases}$$

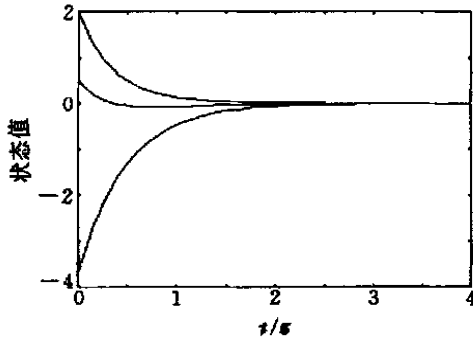


图 1 子系统(1)

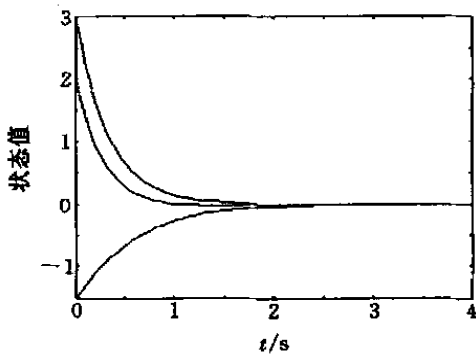


图 2 子系统(2)

$$u_2 = (-1 \ 2 \ 1)x_1 - \sin((2 \ 1 \ 3)x_1) - \begin{cases} \frac{(0 \ 0 \ 0.5)x_2}{(0 \ 0 \ 0.5)x_2} Ex_2 \\ (0 \ 0 \ 0.5)x_2 \quad 0 \\ 0, \quad (0 \ 0 \ 0.5)x_2 = 0 \end{cases}$$

两个子系统的状态随时间变化曲线分别如图 1 和图 2 所示。

5 结 语

本文研究一类具有相同线性结构的不确定非线性奇异组合系统, 针对所研究的系统设计了具有相似结构的状态反馈鲁棒控制器。研究表明, 系统的相似结构使其鲁棒控制器也具有相似结构, 从而可简化对系统的分析和设计。

参考文献 (References):

- [1] Dai L. *Singular Control Systems* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1989.
- [2] 温香彩, 刘永清. 具有非线性关联的广义分散系统的镇定问题[J]. 控制与决策, 1997, 12(4): 301-306.
(Wen Xiangcai, Liu Yongqing. Problem on stabilization for decentralized singular systems with nonlinear interconnections [J]. *Control & Decision*, 1997, 12(4): 301-306.)
- [3] 张嗣瀛. 复杂控制系统的对称性及相似性结构[J]. 控制理论与应用, 1994, 11(2): 231-237.
(Zhang Siying. Symmetric and similar structures of complex control systems [J]. *Control Theory & Appl*, 1994, 11(2): 231-237.)
- [4] Yang Guanghong, Zhang Siying. Stabilizing controllers for uncertain symmetric composite systems [J]. *Automatica*, 1995, 30(2): 337-340.
- [5] Yang Guanghong, Zhang Siying. Structural properties of large-scale systems possessing similar structures [J]. *Automatica*, 1995, 31(7): 1011-1017.
- [6] Liu Xiaoping. Optimal control problems for large-scale composite systems with similarity [J]. *Control-theory & Adv Tec*, 1993, 9(2): 597-606.