

文章编号: 1001-0920(2002)04-0506-03

# 一种约束输入的广义预测控制新算法

金元郁

(青岛科技大学 自动化系, 山东 青岛 266042)

**摘要:** 提出一种约束输入的广义预测控制新算法(GPCIC), 该算法不必求逆矩阵, 占用内存小, 计算速度快. 仿真结果表明, 该算法具有良好的控制性能.

**关键词:** 预测控制; 约束输入; ARMAX 模型; 自适应控制; 鲁棒性

**中图分类号:** TP 13

**文献标识码:** A

## New generalized predictive control with input constraints

JIN Yuan-yu

(Department of Automation, Qingdao University of Technology, Qingdao 266042, China)

**Abstract:** A new GPC based on input constraints (GPCIC) is presented in which the inverse matrix does not require calculating. The method needs only smaller computer memory and the computational speed is higher. Simulation results show superior performance of the GPCIC.

**Key words:** predictive control; input constraints; ARMAX models; adaptive control; robustness

## 1 引言

Clarke 等<sup>[1]</sup>提出的广义预测控制(GPC)是一种适于复杂工业过程的鲁棒算法. 但在实际控制中, 一方面输入存在约束, 另一方面不允许或尽量避免输入的激烈变化, 即输入增量也有约束, 因此人们常用非线性搜索的方法来解这一特定问题<sup>[2]</sup>, 其中约束条件的个数等于预测长度. 然而, 尽管非线性搜索方法在理论上较为成熟, 但其计算量随约束条件个数的增加而呈指数规律增加, 很难在实际控制中应用. 文献[3]在仅对输入增量有约束且约束条件的个数 $N_u = 2$ , 变量仅有 $\Delta u(t)$ 和 $\Delta u(t+1)$ 的特定条件下, 提出了 GPC 算法, 但仍需要非线性搜索. 文献[4]引用神经网络来求解非线性规划的寻优问题, 但实际控制中需要搭配优化神经网络电路, 这就存在模拟电路的精度不如数值运算精度高等问题.

本文把预测控制中的柔化输出信号的方法直接推广到柔化输入信号, 目的之一是: 不管预测长度如何变化, 约束条件的个数只有一个, 且其中的变量仅为 $\Delta u(t)$ , 此时不需要非线性搜索来求解非线性规划问题, 可以直接计算得出; 目的之二是: 避免了求逆矩阵. 这种方法可大大减小计算量, 同时仍保留了广义预测控制的基本特征, 其仿真结果是令人满意的.

## 2 预测模型与参考轨迹<sup>[5]</sup>

被控对象的 ARMAX 模型可表示为

$$y(t+1) = \sum_{i=1}^n A_{1,i} y(t+1-i) + \sum_{i=0}^m B_{1,i} u(t-d-i) +$$

收稿日期: 2001-01-12; 修回日期: 2001-06-13

作者简介: 金元郁(1949—), 男(朝鲜族), 黑龙江延寿人, 博士, 从事自适应控制等研究.

$$r \sum_{i=0} C_{1,i} e(t+1-i) \quad (1)$$

其中,  $y(\cdot), u(\cdot)$  和  $e(\cdot)$  分别表示输出、输入和白噪声,  $d$  为时滞系数,  $d+1$  为时滞。

由式(1)确定的最小方差输出预测模型为

$$y = y_m + G\tilde{u} \quad (2)$$

其中

$$y = (y(t+d+1/t) \dots y(t+p/t))^T \quad (3)$$

$$y_m = (y_m(t+d+1) \dots y_m(t+p))^T \quad (4)$$

$$\tilde{u} = (\Delta u(t) \Delta u(t+1) \dots \Delta u(t+p-d-1))^T \quad (5)$$

$$\Delta u(t+i) = u(t+i) - u(t-1), \quad i = 0, 1, \dots \quad (6)$$

$$G = \begin{bmatrix} B_{1,0} & 0 & \dots & 0 \\ B_{2,0} & B_{1,0} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{p-d,0} & B_{p-d-1,0} & \dots & B_{1,0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$y_m(t+k) = \sum_{i=1}^n A_{1,i} y_m(t+k-i) + \sum_{i=0}^m B_{1,i} u(t+k-1-d-i/t) + r \sum_{i=0} C_{1,i} e(t+k-i/t), \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (8)$$

其中

$$y_m(t+i) = y(t+i), \quad i = 0$$

$$u(t+i/t) = \begin{cases} u(t-1), & i = 0 \\ u(t+i), & i < 0 \end{cases}$$

$$e(t+i/t) = \begin{cases} 0, & i > 0 \\ e(t+i), & i = 0 \end{cases}$$

式(7)中的矩阵元素由下式递推算出

$$B_{k,0} = B_{1,k-1} + \sum_{j=0}^f A_{1,j} B_{k-j,0} \quad (9)$$

$$k = 2, 3, \dots, p-d$$

其中,  $f = \min\{k-1, n\}, B_{1,k-1} = 0(k-1 > m), n$  和  $m$  的定义如式(1)。另外, 设参考轨迹为

$$y_r(t+d) = y_m(t+d) \quad \text{或} \quad y_r(t+d) = y(t)$$

$$y_r(t+d+j) = \alpha y_r(t+d+j-1) + (1-\alpha)s$$

$$j = 1, 2, \dots, p-d \quad (10)$$

$$y_r = (y_r(t+d+1) \ y_r(t+d+2) \ \dots \ y_r(t+p))^T \quad (11)$$

其中,  $\alpha$  为输出柔化系数,  $s$  为设定值,  $y_r$  为参考轨迹向量。

### 3 输入柔化系数 $\beta$

定义输入柔化系数  $\beta$  为

$$\Delta u(t+k) = \left( 1 + \sum_{i=1}^k \beta^i \right) \Delta u(t) \quad (12)$$

$$k = 1, 2, \dots, p-d-1$$

其中  $\beta > 0$ , 通常  $\beta = 1$  为好。

图 1 给出了  $p-d=7$  时, 输入信号  $\Delta u(t)$  至  $\Delta u(t+6)$  的图形。

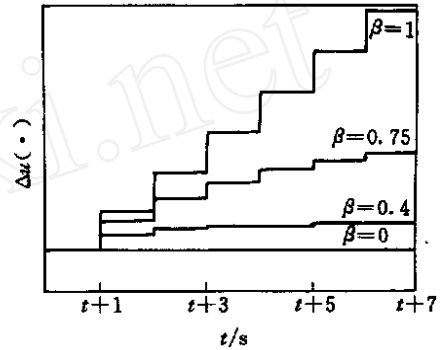


图 1  $p-d=7, t$ 时刻设计的输入信号

图 1 中设计的输入信号的物理意义是对输入信号的变化施加约束。其中的参数  $\beta$  比预测控制的性能指标  $J = \sum e(t)^2 + \lambda \sum \Delta u(t)^2$  中的参数  $\lambda$ , 其物理意义更直观、更明确。

### 4 算法的提出

由式(2), (5), (12) 可得

$$y = y_m + GH \Delta u(t) = y_m + K \Delta u(t) \quad (13)$$

其中

$$H = (1 \ 1 + \beta \ 1 + \beta + \beta^2 \ \dots \ 1 + \beta + \dots + \beta^{p-d-1})^T \quad (14)$$

$$K = (k_1 \ k_2 \ \dots \ k_{p-d})^T = GH \quad (15)$$

本文采用的被控对象模型(1)中, 对输入和输入增量的约束条件分别为

$$u_{\min} \leq u(t+i) \leq u_{\max} \quad (16)$$

$$i = 0, 1, \dots, p-d-1$$

$$\Delta u_{\min} \leq \Delta u(t+i) \leq \Delta u_{\max} \quad (17)$$

$$i = 0, 1, \dots, p-d-1$$

由式(12)和(16)可得

$$u_{\min p} \leq \Delta u(t) \leq u_{\max p} \quad (18)$$

其中

$$u_{min} = (u_{min} - u(t-1)) / \left( 1 + \sum_{i=1}^{p-d-1} \beta^i \right)$$

$$u_{max} = (u_{max} - u(t-1)) / \left( 1 + \sum_{i=1}^{p-d-1} \beta^i \right)$$

同理, 式(17) 可表示成

$$\Delta u_{min} \leq \Delta u(t) \leq \Delta u_{max} \quad (19)$$

其中

$$\Delta u_{min} = \Delta u_{min} / \left( 1 + \sum_{i=1}^{p-d-1} \beta^i \right)$$

$$\Delta u_{max} = \Delta u_{max} / \left( 1 + \sum_{i=1}^{p-d-1} \beta^i \right)$$

同时满足式(18) 和式(19) 的条件是  $\min\{u_{max}, \Delta u_{max}\} \leq u(t) \leq \max\{u_{min}, \Delta u_{min}\}$ , 此时, 式(18) 和式(19) 可统一表示成

$$\min\{u_{min}, \Delta u_{min}\} \leq \Delta u(t) \leq \min\{u_{max}, \Delta u_{max}\} \quad (20)$$

在约束条件(20) 下, 取极小化性能指标

$$J = \min \{ (y_r - y)^T (y_r - y) \} = \min \{ (y_r - y_m - K \Delta u(t))^T \times (y_r - y_m - K \Delta u(t)) \} \quad (21)$$

这属于目标函数是非线性的而约束方程是线性的非线性规划问题<sup>[2]</sup>, 因其变量只有一个  $\Delta u(t)$ , 故其解的计算非常简单. 其解中的  $K^T K$  是标量,  $(K^T K)^{-1}$  是标量  $K^T K$  的倒数, 因此避免了求逆矩阵.

$$\Delta u(t) = (K^T K)^{-1} K^T (y_r - y_m) = K^T (y_r - y_m) / \sum_{i=1}^{p-d} k_i^2 \quad (22)$$

$$\Delta u(t) = \begin{cases} \max\{u_{min}, \Delta u_{min}\} & \Delta u(t) < \max\{u_{min}, \Delta u_{min}\} \\ \min\{u_{max}, \Delta u_{max}\} & \Delta u(t) > \min\{u_{max}, \Delta u_{max}\} \\ \Delta u(t), & \text{其它} \end{cases} \quad (23)$$

实际计算时, 先在无约束条件下由式(22) 计算  $\Delta u(t)$ , 再由式(23) 确定  $\Delta u(t)$ . 由此即可得到  $t$  时刻的控制律

$$u(t) = u(t-1) + \Delta u(t) \quad (24)$$

## 5 仿真研究

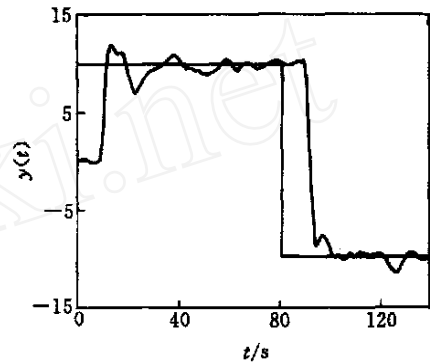
取被控对象模型是开环不稳定的非最小相位系统

$$y(t) = 2y(t-1) - 1.2y(t-2) + u(t-8) + 2u(t-9) + e(t) + 0.4e(t-1)$$

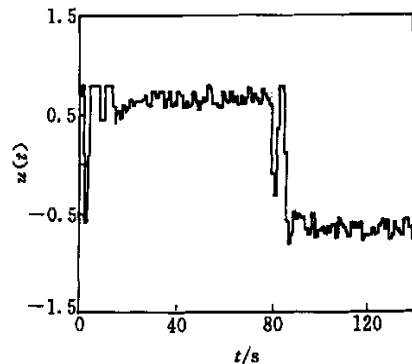
其中  $e(t)$  为  $-0.1$  至  $0.1$  之间均匀分布的噪声. 系统的时滞为 8. 仿真中遗忘因子取为 0.98, 需辨识的

参数的初值均选为 0.1. 取  $p=9, \alpha=0.7$ , 输入约束范围为  $-0.8 \leq u(t) \leq 0.8$ , 输入增量约束范围为  $-0.7 \leq \Delta u(t) \leq 0.7$ .

仿真结果如图 2 所示. 可以看出, 输入及其增量均在约束范围之内, 有效地防止了激烈变化, 而且其输出的控制结果令人满意. 与传统的有约束的广义预测控制算法相比, 本文方法成百倍甚至成千倍地减小了计算量.



(a) 非最小相位系统  $y(t)$



(b) 控制律  $u(t)$

图 2 一种约束输入的广义预测控制算法的仿真结果

## 参考文献(References):

- [1] Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized predictive controller [J]. *Automatica*, 1987, 23 (2): 137-160
- [2] 徐映富. 系统工程计算基础[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1994
- [3] 李为民, 黄田. 数控铣削过程有约束广义预测控制解析算法[J]. *自动化学报*, 1999, 25 (6): 796-799  
(Li Wein, Huang Tian. Analytical algorithm of restrict general prediction control for digital mill procedure [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25 (6): 796-799)

(下转第 512 页)

和实验免疫学界还存在着一定的分歧,免疫的某些重要特性至今还没有一个令人信服的解释<sup>[2]</sup>。这些都决定了由模拟生物体的免疫系统发展起来的人工免疫系统,其理论和实践方法还很不成熟,大量具有开创性的工作正等待人工智能领域的学者们作进一步的研究。作为一种独特的实体 agent,免疫 agent 的提出,为从认知、行为、思维、学习等人工智能的角度进行自治免疫 agent 的研究,提供了一种可行的思路,这将十分有助于借鉴免疫机理解决实际问题。

本文提出的多免疫 agent 的形式化模型及其免疫 agent 算法,只是利用了免疫系统的一部分机理,但对进一步研究人工免疫系统的应用具有一定的启发性。鉴于 AIS 和 InA 的研究尚处于起步阶段,我们认为应在以下几个问题上进行深入研究:

- 1) 理性免疫 agent 的信念、愿望、意图等意识状态模型;
- 2) 单个免疫 agent 的防御、记忆、耐受、学习以及维持自平衡等行为特性实现算法;
- 3) 多免疫 agent 之间合作、支援、对话、分享等集体目标行为的协调机理及其形式化语义描述;
- 4) 扩展多免疫 agent 的应用领域,特别是在分布式过程监控、故障诊断、计算机病毒防治等领域的

应用,实现一些示范性应用工程。

#### 参考文献(References):

- [1] Jennings N R, Sycar K, Wooldridge M. A roadmap of agent research and development [J]. *Auton Agents & Multi-agent Syst*, 1998, 1: 7-38
- [2] 漆安慎,杜婵英. 免疫的非线性模型[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 1998
- [3] Jerne N K. Towards a network theory of the immune system [J]. *Ann Immunol*, 1974, 125: 373-389
- [4] Ishiguro A, Watanabe Y, Ichikawa S, et al. Gait control of hexapod walking robots using mutual-coupled immune network [J]. *Advanced Robotics*, 1996, 10(2): 179-195
- [5] Tang Z, Yamaguchi T, Tashima K, et al. Multiple-valued immune network model and its simulations[A]. *Proc 27th Int Symp on Multiple-valued Logic* [C]. Aitgonish, 1997. 233-238
- [6] Herzenberg L A, Black S J. Regulatory circuits and antibody response[J]. *European J of Immun*, 1980, 10: 1-11.
- [7] Kaiser M, Dillmann R, Friedrich H, et al. Learning coordination skills in multi-agent system [A]. *IEEE / RSJ Int Conf on Intell Robots & Syst*[C]. Osaka, 1996. 3: 1488-1495

(上接第 502 页)

- [4] Liu Xiang, Wang Wenhai, Sun Youxian. Robust PD control for uncertain system with dead-time [J]. *Infors & Control*, 1999, 28(S): 273-277.
- [5] Astrom K J, Hang C C, Lim B. C. A new Smith pre-

dictor for controlling a process with an integrator and long dead-time [J]. *IEEE Trans on Autom Contr*, 1994, 39(2): 343-345

(上接第 508 页)

- [4] 陈增强, 赵天航, 袁著祉. 基于 Tank-Hopfield 神经网络的有基约束多变量广义预测控制器 [J]. *控制理论与应用*, 1998, 15(6): 847-852  
(Chen Zengqiang, Zhao Tianhang, Yuan Zhuzhi. Multi-variable general prediction controller based on Tank-Hopfield neural networks [J]. *Control Theory & Appl*,

1998, 15(6): 847-852)

- [5] 金元郁. 基于 ARMAX 模型的新型广义预测控制 [J]. *控制理论与应用*, 1992, 9(4): 426-431  
(Jin Yuanyu. New general prediction control based on ARMAX model [J]. *Control Theory & Appl*, 1992, 9(4): 426-431)