

文章编号: 1001-0920(2002)04-0402-05

# 串联系统的多前馈-反馈广义预测控制

李奇安<sup>1</sup>, 李平<sup>2</sup>, 于海斌<sup>3</sup>, 王树青<sup>1</sup>

(1. 浙江大学 工业控制技术国家重点实验室, 浙江 杭州 310027; 2. 抚顺石油学院  
自动化系, 辽宁 抚顺 113001; 3. 中国科学院 沈阳自动化研究所, 辽宁 沈阳 110015)

**摘要:** 为了充分利用对象的可知信息以实现串联系统的最优控制, 提出了串联系统的多前馈-反馈广义预测控制算法。该算法把系统的可知外部扰动作为系统的多输入变量, 把可测量的中间变量作为系统的多输出变量。运用多变量广义预测控制的思想给出了算法的控制结构, 实现了前馈控制与反馈控制的有机结合。仿真结果表明, 该算法能极大地改善串联系统的抗干扰性和鲁棒性。

**关键词:** 串联系统; 反馈控制; 前馈控制; 广义预测控制

中图分类号: TP 273 文献标识码: A

## Multiple feed-forward and feedback generalized predictive control for cascade system

LI Qi-an<sup>1</sup>, LI Ping<sup>2</sup>, YU Hai-bin<sup>3</sup>, WANG Shu-qing<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2. Department of Automation, Fushun Petroleum Institute, Fushun 113001, China; 3. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110015, China)

**Abstract:** A multiple feed-forward and feedback GPC algorithm for cascade system is developed to make full use of the knowable information of the plant so as to bring about the optimum control performance. This algorithm takes the knowable exterior disturbances as the multiple inputs and the measurable internal variables as the multiple outputs. The feedback control and the feed-forward control are integrated together naturally by utilizing the multi-GPC methodology. Simulation results show that this algorithm substantially improves the ability of resisting disturbance and robustness.

**Key words:** cascade system; feedback control; feed-forward control; GPC

## 1 引言

在控制系统中, 许多实际被控对象都可认为由几个环节串联而成, 而各个串联环节总是存在不同程度的模型失配和扰动。对于无规律可循的未知扰动, 通常只靠可测输出变量进行反馈调整。由于信息传递要经历较长的时间滞后, 因此仅靠最终输出的

检测进行反馈, 不能及时纠正模型失配及扰动的影响, 难以取得满意的控制效果。中间变量比最终输出能较早感受到扰动或模型失配的影响, 因此利用这些信息及时进行反馈校正, 可以改善系统的控制性能。文献[1]对 GDMC 算法的反馈校正方式进行推广, 形成多反馈预测控制结构, 提高了预测精度。文献[2]将串联对象看成单输入多输出系统, 采用广义

收稿日期: 2001-05-08; 修回日期: 2001-10-11

作者简介: 李奇安(1971—), 男, 湖南华容人, 博士生, 从事自适应控制、预测控制等研究; 王树青(1939—), 男, 浙江仙居人, 教授, 博士生导师, 从事工业过程控制、预测控制等研究。

预测控制(GPC)<sup>[3]</sup>的思想来设计控制器,形成了串联系统的多反馈广义预测控制(MFGPC)。

在实际控制中,许多扰动是可测量的,甚至其结构也是可知的,因此可通过前馈作用来抑制扰动对输出的影响。本文在文献[2,4]的基础上,把串联对象的不可控扰动视为系统的多输入变量,把中间可测变量视为系统的多输出变量,运用多变量广义预测控制的思想<sup>[5]</sup>,提出了串联系统的多前馈-反馈广义预测控制方案。仿真实例表明,该算法可用于纯滞后的开环不稳定的非最小相位串联系统,具有较好的鲁棒性和抗干扰性。

## 2 串联系统的数学描述

考虑图 1 所示的由  $n$  个环节组成的串联系统。其中,  $u$  为控制输入,  $y$  为过程的输出,  $v_i (1 \leq i \leq n)$

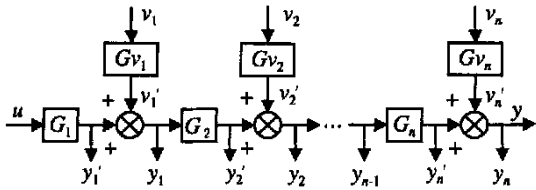


图 1 串联系统框图

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} A_n(z^{-1})A_{v_n}(z^{-1}) & -B_n(z^{-1})A_{v_n}(z^{-1}) & \dots & 0 & 0 \\ 0 & A_{n-1}(z^{-1})A_{v_{n-1}}(z^{-1}) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & A_2(z^{-1})A_{v_2}(z^{-1}) & -B_2(z^{-1})A_{v_2}(z^{-1}) \\ 0 & 0 & \dots & 0 & A_1(z^{-1})A_{v_1}(z^{-1}) \end{bmatrix}_{n \times n}$$

$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} B_{v_n}(z^{-1})A_n(z^{-1}) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & B_{v_{n-1}}(z^{-1})A_{n-1}(z^{-1}) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & B_{v_1}(z^{-1})A_1(z^{-1}) & B_1(z^{-1})A_{v_1}(z^{-1}) \end{bmatrix}_{n \times (n+1)}$$

$e(k)$  为  $n \times 1$  的噪声向量,假设其为零均值白噪声; $T(z^{-1})$  为  $n \times n$  维首一多项式矩阵,这里取  $T(z^{-1}) = I_{n \times n}$ 。当  $T(z^{-1}) = I_{n \times n}$  时,可按文献[5]的方法进行处理。

## 3 输出预测

按照多变量广义预测控制的方法<sup>[5]</sup>,引入

Diophantine 方程  $G_j(z^{-1})\Delta U(k+j-1) + F_j(z^{-1})Y(k)$

为过程的不可控外部输入,  $y_j (1 \leq j \leq n-1)$  为过程的可测中间变量。

设

$$G_i(z^{-1}) = \frac{y_i(k)}{y_{i-1}(k)} = \frac{B_i(z^{-1})z^{-1}}{A_i(z^{-1})}$$

$$G_{v_i}(z^{-1}) = \frac{v_i(k)}{v_i(k)} = \frac{B_{v_i}(z^{-1})z^{-1}}{A_{v_i}(z^{-1})}$$

$$y_i = y_i + v_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

式中,  $y_0(k) = u(k)$ ,  $y_n(k) = y(k)$ ,  $A_i(z^{-1})$ ,  $B_i(z^{-1})$  和  $A_{v_i}(z^{-1})$ ,  $B_{v_i}(z^{-1})$  为单位延时算子  $z^{-1}$  的多项式。如果考虑系统的随机干扰,则图 1 所示的串联对象可表示成如下多输入多输出(MIMO)的 CARIMA 模型<sup>[5]</sup>

$$A(z^{-1})Y(k) = B(z^{-1})U(k-1) + \frac{1}{\Delta}T(z^{-1})e(k) \quad (1)$$

$$y(k) = CY(k) \quad (2)$$

式中

$$Y(k) = [y(k), y_{n-1}(k), \dots, y_2(k), y_1(k)]^T$$

$$U(k-1) = [V^T(k-1), u(k-1)]^T =$$

$$[v_n(k-1), \dots, v_1(k-1), u(k-1)]^T$$

$$C = [1, 0, \dots, 0]_{1 \times n}, \quad \Delta = 1 - z^{-1}$$

$$I_{n \times n} = E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1})$$

可得到  $Y(k+j)$  的期望值

$$Y^*(k+j|k) = E[Y(k+j)] =$$

$$F_j(z^{-1})Y(k) + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta U(k+j-1)$$

令多项式矩阵  $E_j(z^{-1})B(z^{-1}) = G_j(z^{-1}) + z^{-j}G_{jp}(z^{-1})$ ,  $\delta(G_j(z^{-1})) < j$ , 则有

$$Y^*(k+j|k) =$$

$$G_j(z^{-1})\Delta U(k+j-1) +$$

$$G_{jp}(z^{-1})\Delta U(k-1) + F_j(z^{-1})Y(k)$$

令

$$f(k+j) = G_{jp}(z^{-1})\Delta U(k-1) + F_j(z^{-1})Y(k) \quad (3)$$

则上式可重写为

$$Y^*(k+j|k) = G_j(z^{-1})\Delta U(k+j-1) + f(k+j)$$

如果令

$$\begin{cases} Y = [Y^{*T}(k+1|k), \dots, Y^{*T}(k+N|k)]^T \\ U = [\Delta U^T(k), \dots, \Delta U^T(k+N-1)]^T \\ f = [f^T(k+1), \dots, f^T(k+N)]^T \end{cases} \quad (4)$$

则  $Y = \bar{C}U + f$  (5)

式中  $f$  为  $Nn \times 1$  维向量,  $\bar{C}$  为  $Nn \times N(n+1)$  维矩阵, 且

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} G_0 & \dots & \dots & 0 \\ G_1 & G_0 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{N-1} & G_{N-2} & \dots & G_0 \end{bmatrix}$$

其中  $G_i (i = 0, \dots, N-1)$  为  $n \times (n+1)$  维矩阵,  $E_j(z^{-1}), F_j(z^{-1}), G_j(z^{-1}), G_{jp}(z^{-1})$  的递推求解及  $\bar{C}$  和  $f$  的构成可参阅文献[5]。

令  $\bar{C}_{n+1}$  为  $\bar{C}$  的第  $k(n+1)$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) 列元素构成的矩阵,  $\bar{C}_n$  为  $\bar{C}$  中剩余的各列元素构成的矩阵, 则式(5)可表示为  $\bar{Y} = \bar{C}_n \bar{V} + \bar{C}_{n+1} \bar{u} + f$ , 式中

$$\begin{aligned} \bar{V} &= [\Delta V^T(k), \dots, \Delta V^T(k+N-1)]^T \\ \bar{u} &= [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+N-1)]^T \\ \Delta V(k+j) &= [\Delta v_n(k+j), \dots, \Delta v_1(k+j)]^T \end{aligned}$$

$\Delta u(k+j)$  ( $j = 0, \dots, N-1$ ) 和  $\Delta v_i(k+j)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 分别为  $k+j$  时刻控制变量和外部不可控输入变量的增量。

令  $Z = [y^*(k+1|k), \dots, y^*(k+N|k)]^T, \bar{C} = \text{block diag}\{\underbrace{\bar{C}, \dots, \bar{C}}_N\}$ , 由式(2)知

$$Z = \bar{C}Y = \bar{C}\bar{C}_n\bar{V} + \bar{C}\bar{C}_{n+1}\bar{u} + \bar{C}f \quad (6)$$

### 4 多前馈-反馈广义预测控制

#### 4.1 控制律

设未来控制约束为  $\Delta u(k+j) = 0, j = M, \dots, N, u_M$  为  $\bar{u}$  向量的前  $M$  个元素构成的向量, 则预测方程(6)可改写为

$$Z = \bar{C}\bar{C}_n\bar{V} + \bar{C}G_{n+1}u_M + \bar{C}f$$

式中  $G_{n+1}$  为  $\bar{C}_{n+1}$  的前  $M$  列元素构成的子矩阵。

考虑二次目标函数

$$J = (Z - W)^T Q (Z - W) + u^T R u$$

式中,  $Q = \text{diag}\{q_1, q_2, \dots, q_N\}$  和  $R = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M\}$  为加权矩阵,  $W = [w(k+1), \dots, w(k+N)]^T$  为过程输出未来参考序列,  $N$  为优化时域长度,  $M$  为控制时域长度。

令  $\partial J / \partial u = 0$ , 得到  $M$  个最优控制增量序列

$$u_M = [(\bar{C}G_{n+1})^T Q (\bar{C}G_{n+1}) + R]^{-1} \times (\bar{C}G_{n+1})^T Q (W - \bar{C}\bar{C}_n\bar{V} - \bar{C}f)$$

采用滚动优化方案, 只实施其中第 1 个值  $\Delta u(k)$ , 定义

$$\begin{aligned} d^T &= [d_1, d_2, \dots, d_M] = \\ & \underbrace{[1, 0, \dots, 0]}_M \{[(\bar{C}G_{n+1})^T Q (\bar{C}G_{n+1}) + \\ & R]^{-1} (\bar{C}G_{n+1})^T Q\} \end{aligned}$$

得到控制律

$$\Delta u(k) = d^T (W - \bar{C}\bar{C}_n\bar{V} - \bar{C}f) \quad (7)$$

式中,  $\bar{C}\bar{C}_n\bar{V}$  项是将可测量、变化规律已知但不可控的输入变量在优化时域中对输出变量的影响从期望值中扣除, 构成新的期望值  $W = W - \bar{C}\bar{C}_n\bar{V}$ , 然后考虑只有可控输入时的滚动优化问题, 因此它具有前馈补偿作用;  $\bar{C}f$  项中包含了过程输入输出变量和中间变量的多个测量值, 具有多重反馈作用。由此得到串联系统的多前馈-反馈广义预测控制。

当  $k$  时刻外部不可控输入可测量, 但不可预知未来变化趋势时,  $\bar{V} = [\Delta V^T(k), 0, \dots, 0]^T$ , 此时称为 MFFGPC 算法; 当  $k$  时刻外部干扰可测量并可预知未来变化时,  $\bar{V} = [\Delta V^T(k), \dots, \Delta V^T(k+N-1)]^T$ , 此时称为 PMFFGPC 算法。

#### 4.2 控制系统结构

由式(3)和(4)知

$$f = G_p \Delta U(k-1) + FY(k)$$

式中

$$\begin{aligned} G_p &= [G_{1p}^T(z^{-1}), G_{2p}^T(z^{-1}), \dots, G_{Np}^T(z^{-1})]^T \\ F &= [F_1^T(z^{-1}), F_2^T(z^{-1}), \dots, F_N^T(z^{-1})]^T \end{aligned}$$

定义

$$\begin{aligned} \bar{C}G_p &= [G_{pv_n}(z^{-1}), \dots, G_{pv_1}(z^{-1}), G_{pu}(z^{-1})] \\ \bar{C}F &= [H_n(z^{-1}), H_{n-1}(z^{-1}), \dots, H_1(z^{-1})] \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned} \bar{C}f &= \sum_{i=1}^n G_{pv_i}(z^{-1}) \Delta v_i(k-1) + \\ & G_{pu}(z^{-1}) \Delta u(k-1) + \sum_{i=1}^n H_i(z^{-1}) y_i(k) \end{aligned} \quad (8)$$



图 2 串联系统的多前馈-反馈广义预测控制结构

根据  $\nabla$  和  $G_n$  的结构, 可定义

$$\bar{C} \bar{G}_n \bar{V} = \sum_{i=1}^n G_{nv_i}(z^{-1}) \Delta v_i(k + N - 1) \quad (9)$$

并定义

$$W = D(z^{-1})w(k + N) = [D_1(z^{-1}), \dots, D_N(z^{-1})]^T w(k + N) \quad (10)$$

式(8) ~ (10) 代入式(7), 可推得

$$\begin{aligned} \Delta u(k) = & d_1^T D(z^{-1})w(k + N) - \sum_{i=1}^n G_{nv_i}(z^{-1}) \Delta v_i(k + N - 1) - \sum_{i=1}^n G_{npv_i}(z^{-1}) \Delta v_i(k - 1) - G_{pu}(z^{-1}) \Delta u(k - 1) - \sum_{i=1}^n H_i(z^{-1}) y_i(k) \end{aligned}$$

令

$$G_{npv_i}(z^{-1}) = G_{nv_i}(z^{-1})z^{-(N-1)} \Delta + G_{pv_i}(z^{-1})z^{-1} \Delta \quad i = 1, 2, \dots, n$$

则上式可改写为

$$\begin{aligned} \Delta u(k) = & d_1^T D(z^{-1})w(k + N) - \sum_{i=1}^n G_{npv_i}(z^{-1}) v_i(k) - \sum_{i=1}^n H_i(z^{-1}) y_i(k) \end{aligned}$$

$$(1 + d^T G_{pu}(z^{-1})z^{-1})$$

因此, 整个控制系统的结构如图 2 表示。由图 2 可知, 控制律中不但包含了过程最终输出  $y$  和中间可测变量  $y_i$  的多重反馈, 而且包含了外部不可控输入对过程输出变量影响的多重前馈, 所以称其为多前馈-反馈广义预测控制。

### 5 仿真研究

所示的串联对象进行对比仿真实验。仿真中,  $N = M = 25, \lambda = q_i = 1 (1 < i < N)$ 。文献[2] 已验证多反馈 GPC 比单反馈 GPC 具有优越性, 因此本文只与文献[2] 的 MFGPC 方法进行对比仿真。

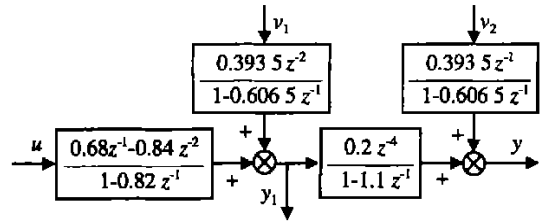
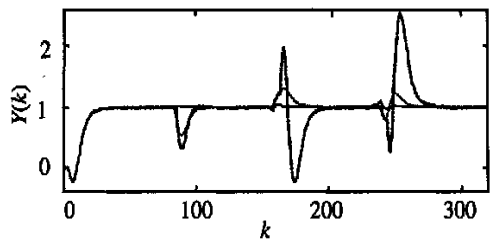
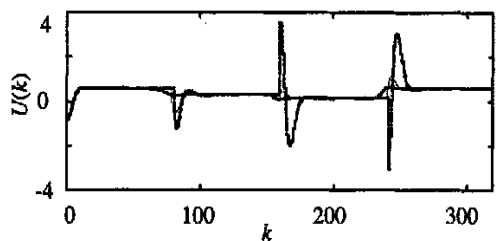


图 3 仿真对象

使用准确模型参数设计控制器, 设定值作单位阶跃变化。在  $k = 80$  时刻, 第 1 个环节  $v_1$  加入幅值为  $-0.25$  的恒值扰动; 在  $k = 160$  时刻, 第 2 个环节  $v_2$  加入幅值为  $0.25$  的恒值扰动; 在  $k = 240$  时刻, 两个



(a)  $Y(k)$  的响应



(b)  $U(k)$  的响应

图 4 模型准确的仿真结果

环节的扰动同时回零。

图 4 给出了不同控制算法的系统响应。其中,实线(PMFFGPC)和虚线(MFFGPC)分别表示外部扰动可测量可预知和只可测量不可预知情况下的多重前馈-反馈 GPC 算法的响应,而点画线(MFGPC)为文献[2]中多重反馈 GPC 的响应。可以看出,由于多重前馈-反馈 GPC 算法考虑了干扰对过程输出变量影响的前馈作用,对干扰的变化能迅速作出反应,比只有反馈的 MFGPC 算法抗扰动能力加强,反应平滑。特别是当扰动可预知时,系统在扰动变化的  $N$  个时刻前便开始进行调节,使系统的输出几乎不受扰动的影响。

为了检验系统的鲁棒性,把第 1 个环节的极点 0.82 改成 0.85,其它条件同前。系统响应如图 5 所示。由图 5 可以看出,在模型失配的情况下,本文提

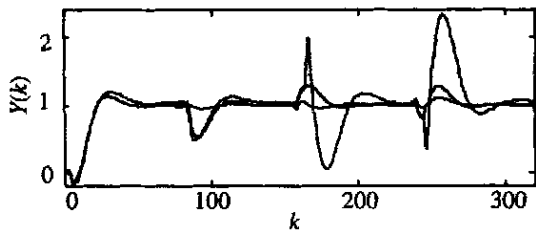
出的方法具有较强的鲁棒性。

## 6 结 语

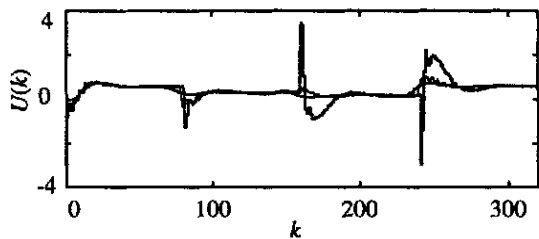
本文针对一般的串联对象,提出一种多前馈-反馈的广义预测控制算法。该算法能有效地利用过程的可知外部扰动和中间测量信息,把前馈与反馈有机地结合起来,及时抑制扰动和模型失配对系统输出的影响,表现出良好的抗干扰性和鲁棒性。算法物理意义明确,并突破了常规串级控制模式的框架。仿真结果表明,该算法可应用于有纯滞后、开环不稳定的非最小相位过程。本文算法的推导过程表明,在预测控制原理的基础上,充分利用过程可知信息,采用合理的前馈补偿和反馈校正方法,能较大地改善预测控制系统的综合质量。

### 参考文献(References):

- [1] 谢晓方,谢剑英,席裕庚.工业串联系统的多反馈预测控制[J].控制理论与应用,1992,9(5):500-505.  
(Xie Xiaofang, Xie Jianying, Xi Yugeng. Multiple feedback predictive control for cascade industrial systems[J]. *Control Theory & Appl*, 1992, 9(5): 500-505.)
- [2] 李平,王树青.工业串联系统的广义预测控制[J].控制与决策,1998,13(3):206-211.  
(Li Ping, Wang Shuqing. Generalized predictive control for cascade industrial systems[J]. *Control & Decision*, 1998, 13(3): 206-211.)
- [3] Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized predictive control — I: The basic algorithm[J]. *Automatica*, 1987, 23(2): 137-148.
- [4] 席裕庚.预测控制[M].北京:国防工业出版社,1993.
- [5] Camacho E E, Bordons C. *Model Predictive Control in the Process Industry* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1995.



(a)  $Y(k)$  的响应



(b)  $U(k)$  的响应

图 5 模型失配的仿真结果