文章编号: 1001-0920(2002)05-0554-05

基于级差格式的灰色Logistic模型

同小军[1,2], 陈绵云[1]
(1. 华中科技大学 控制科学与工程系, 湖北 武汉 430074; 2. 石油大学 数学系, 山东 东营 257062)

摘 要: 结合贫信息状态下的单因子研究对象, 阐述了灰色模型的级差格式。利用背景函数为非齐次指数函数的精确级差格式, 按理想状态时的绝对误差及相对误差建立了一种新型灰色Logistic模型, 并给出了计算方法。该模型计算简便, 带有理想状态的误差数据接近均匀地分布于模型曲线两侧。计算实例表明该模型具有良好的拟合效果和预测效果。

关键词: 灰色Logistic模型; 级差格式; 贫信息; 误差
中图分类号: N 941.5 **文献标识码**: A

Gray Logistic model based on grade difference format

TONG Xiao-jun[1,2], *CHEN Mian-yun*[1]
(1. Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China; 2. Department of Mathematics, University of Petroleum, Dongying 257062, China)

Abstract: The grade difference format of the gray model is illuminated incorporating the investigated object with single factor of poor information. Based on a precision grade difference format, whose background function is inhomogeneous exponential, a new gray Logistic model is set up according to criteria of absolute and relative errors under ideal situation. The model is easier to solve. Data with ideal errors almost distribute homogeneously on both sides of the model curve. The actual examples show that the fitting and forecasting effects of the models are rather satisfactory.

Key words: gray Logistic model; grade difference format; poor information; error

1 引 言

灰色系统理论[1,2]于1982年问世。在20年的发展历程中, 无论理论研究还是应用研究, 都取得了很大的进展。灰色系统理论中应用最为广泛的灰色模型是GM(1,1)模型[3]。它是基于"贫"信息状况, 在时序累加生成层次上用微分拟合法建立的一阶单变量常系数微分方程, 旨在描述一个环境相对不变的广义能量系统, 因而成为适用于预测的灰色模型。GM(1,1)模型获得了广泛应用, 并且取得了大量的成果。然而预测实践表明, 用GM(1,1)进行预测, 有时效果甚佳, 有时却出现很大偏差, 甚至完全失效。进一步分析研究发现, GM(1,1)存在着指数型发散误差源, 响应函数指数系数越大, 则误差越大。对于这类问题, SCGM(1, h)系统云灰色模型[4~6]已基本上予以解决, 并基于此建立了灰色动态建模系统。

近期, 作者从数学机理上对GM(1,1)做了深

收稿日期: 2001-04-30; **修回日期**: 2001-09-12
基金项目: 国家自然科学基金项目(79970025, 69874018); 国防科技预研基金项目(OOJ15.3.JWO528)
作者简介: 同小军(1967—), 男, 陕西富平人, 副教授, 博士, 从事偏微分方程、模糊控制等研究; 陈绵云(1937—), 男, 湖北竹山人, 教授, 博士生导师, 从事灰色动态系统、模糊控制等研究。

入研究，并基于绝对误差和相对误差提出了 $\mathrm{GM}^{p}(1,1)$ 优化模型; 基于绝对误差给出了背景函数为 $x^{(0)}(t)=be^{-a(t-1)}+c$ 的灰色模型(称为 Ⅰ 型), 该模型考虑了原始数据具有一定的误差, 进而导出灰色 Gompertz 模型。本文则考虑原始数据具有一定的相对误差, 得到了该背景函数的另一灰色模型(称为 Ⅱ 型); 基于 Ⅰ 型和 Ⅱ 型, 导出了新型灰色 Logistic 模型; 最后举例说明该模型不仅具有良好的拟合效果, 而且具有良好的预测效果。与文献[7]以复杂的人口最优控制数值模拟算法求得的结果相比, 本文的计算更为简捷, 并且结果也更优。

2　灰色模型的级差格式

在此只考虑单因子研究对象, 获得的少量离散数据序列记为

$$x^{(0)}=\{x^{(0)}(k)\,|\,x^{(0)}(k)\geq 0,k=1,2,\cdots,n\} \tag{1}$$

本文中的 a,b,c 均与 $x^{(0)}(t)=be^{-a(t-1)}+c$ 中的 a,b,c 一致。

定义 1　称式(1)中非负时间数据序列为原始序列, 若对 $x^{(0)}$ 进行累加生成运算(AGO), 得到

$$x^{(1)}=\{x^{(1)}(k)\,|\,x^{(1)}(k)\geq 0,k=1,2,\cdots,n\} \tag{2}$$

其中　$x^{(1)}(k)=\mathrm{AGO}\,x^{(0)}(k)=\sum_{m=1}^{k}x^{(0)}(m)$

则称 $x^{(1)}$ 为累加生成序列。

定义 2　对式(2)中 $x^{(1)}$ 进行趋势关联分析[5], 若辨明 $x^{(1)}$ 隐含指数型时序, 则称

$$x^{(1)}(k+1)-x^{(1)}(k)\approx f(x^{(1)},a,c) \tag{3}$$

为级差格式。

定义 3　称

$$x^{(1)}(k+1)-x^{(1)}(k)=f(x^{(1)},a,c) \tag{4}$$

为精确级差格式; 若 f 还与另一参数 p 有关, 且当 $p\to\infty$ 时, 式(3)精确成立, 则称式(3)为渐近精确级差格式。

定义 4　称

$$f(x^{(1)},a,c)=\sum_{i=1}^{n}f_i(a)x^{(1)}(i)+\sum_{i=1}^{n}g_i(c)x^{(1)}(i) \tag{5}$$

为线形级差格式, 否则称为非线形级差格式。

3　灰色 Logistic 模型

定理 1　若式(1)中 $x^{(0)}$ 隐含非齐次指数型 $x^{(0)}(t)=be^{-a(t-1)}+c$ 时序, 则作如下数据处理

$$x=\begin{bmatrix}x^{(0)}(2)\\x^{(0)}(3)\\\vdots\\x^{(0)}(n)\end{bmatrix},\quad A=\begin{bmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{bmatrix}=(\phi^{\mathrm{T}}\phi)^{-1}\phi^{\mathrm{T}}x$$

$$\phi=\begin{bmatrix}-x^{(1)}(1)&1&1\\-x^{(1)}(2)&2&1\\\vdots&\vdots&\vdots\\-x^{(1)}(n-1)&n-1&1\end{bmatrix}$$

其中, $a=-\ln(1+a_1)$, $a_2=a_1c$, $a_3=b+c$。微分方程 $x^{(0)}(t)=be^{-a(t-1)}+c$ 的精确级差格式(称为前级差格式)为

$$x^{(1)}(k+1)-x^{(1)}(k)=$$
$$-(1-e^{-a})x^{(1)}(k)+(1-e^{-a})ck+b+c$$

即

$$x^{(0)}(k+1)=a_1x^{(1)}(k)+a_2k+a_3 \tag{6}$$

定理 2　若式(1)中 $x^{(0)}$ 隐含非齐次指数型 $x^{(0)}(t)=be^{-a(t-1)}+c$ 时序, 则作如下数据处理

$$x=\begin{bmatrix}x^{(0)}(2)\\x^{(0)}(3)\\\vdots\\x^{(0)}(n)\end{bmatrix},\quad A'=\begin{bmatrix}a_1'\\a_2'\\a_3'\end{bmatrix}=(\phi^{\mathrm{T}}\phi)^{-1}\phi^{\mathrm{T}}x$$

$$\phi=\begin{bmatrix}-x^{(1)}(2)&1&1\\-x^{(1)}(3)&2&1\\\vdots&\vdots&\vdots\\-x^{(1)}(n)&n-1&1\end{bmatrix}$$

微分方程 $x^{(0)}(t)$ 的后级差格式为

$$x^{(1)}(k+1)-x^{(1)}(k)=$$
$$(1-e^{a})x^{(1)}(k+1)-(1-e^{a})ck-b-c$$

即

$$x^{(0)}(k+1)=a_1'x^{(1)}(k+1)+a_2'k+a_3' \tag{7}$$

其中, $a=\ln(1-a_1')$, $a_2'=a_1'c$, $a_3'=-b-c$。

推论 1　条件如定理 1 和定理 2, 对任意 $\alpha\in\mathbf{R}$, 序列 $x^{(0)}$ 的精确级差格式为

$$x^{(0)}(k+1)=$$
$$(1-\alpha)a_1x^{(1)}(k)+\alpha a_1'x^{(1)}(k+1)+$$
$$((1-\alpha)a_2+\alpha a_2')k+(1-\alpha)a_3+\alpha a_3'=$$
$$-(1-\alpha)(1-e^{-a})x^{(1)}(k)+\alpha(1-$$
$$e^{a})x^{(1)}(k+1)+c(1-e^{-a})(e^{a}\alpha+$$
$$1-\alpha)k+(b+c)(1-2\alpha) \tag{8}$$

定理 3　条件如定理 1 和定理 2, 对任意 $\alpha\in\mathbf{R}$, 背景函数为 $x^{(0)}(t)=be^{-a(t-1)}+c$ 的精确级差格式为

$$x^{(0)}(k)=$$

$$
\begin{aligned}
&-(1-\alpha)(e^{2a}-e^{a})x^{(1)}(k+1)+\\
&\alpha(1-e^{a})x^{(1)}(k)+c(e^{a}-1)(e^{a}-\\
&e^{a}\alpha+\alpha)k+c+b(\alpha-e^{2a}(1-\alpha))=\\
&p_1x^{(1)}(k)+p_2x^{(1)}(k+1)+p_3k+p_4
\end{aligned}
\qquad (9)
$$

$$
\begin{cases}
p_1=\alpha(1-e^{a})\\
p_2=-(1-\alpha)(e^{2a}-e^{a})\\
p_3=c(e^{a}-1)(e^{a}-e^{a}\alpha+\alpha)\\
p_4=c+b(\alpha-e^{2a}(1-\alpha))
\end{cases}
\qquad (10)
$$

或

$$
\begin{aligned}
&x^{(0)}(k+1)=\\
&(1-\alpha)(e^{-2a}-e^{-a})x^{(1)}(k-1)+\alpha(e^{-a}-\\
&1)x^{(1)}(k)-(e^{-a}-1)(e^{-a}\alpha+\alpha-e^{-a})ck+\\
&\alpha(b+c)+(1-\alpha)e^{-a}(b+ce^{-a})=\\
&p_1x^{(1)}(k-1)+p_2x^{(1)}(k)+p_3k+p_4
\end{aligned}
\qquad (11)
$$

$$
\begin{cases}
p_1=-(1-\alpha)(e^{-2a}-e^{-a})\\
p_2=\alpha(1-e^{-a})\\
p_3=-(e^{-a}-1)(e^{-a}\alpha+\alpha-e^{-a})c\\
p_4=\alpha(b+c)+(1-\alpha)e^{-a}
\end{cases}
\qquad (12)
$$

定理 3 是在没有考虑误差的情况下得出的结论。对于满足指数率且带有一绝对误差或一相对误差的非负时间数据序列，考虑理想状态下的相对误差(即相对误差为 $\epsilon, -\epsilon, \cdots$)，针对式(9) 和(10) 给出两个性质。对于式(11) 和(12)，也有同样的性质。

设时间数据序列

$$
\begin{aligned}
&x^{(0)}=\{x^{(0)}(1),x^{(0)}(2),\cdots,x^{(0)}(n)\}=\\
&\{(b+c)(1+\epsilon),(be^{-a}+c)(1-\epsilon),\cdots,\\
&(be^{-a(k+1)}+c)(1+(-1)^{k-1}\epsilon),\cdots,\\
&(be^{-(n-1)a}+c)(1+(-1)^{n-1}\epsilon)\}
\end{aligned}
\qquad (13)
$$

为使模型函数中的 a 与原数据中的 a 一致，对式(9) 进行改造，得

$$
\begin{aligned}
x^{(0)}(k)=\ &p_1x^{(1)}(k)+p_2x^{(1)}(k+1)+\\
&p_3k+p_4f(k)+p_5
\end{aligned}
\qquad (14)
$$

其中 $f(k)=(1+(-1)^{k-1})/2$。

定理 4 对于时间数据序列(13)，其中 ϵ 为任意非零实数，对数据序列 $x^{(0)}$ 利用式(14) 的最小二乘解，可得 $x^{(0)}(k)$ 的函数表达式 $\hat{x}^{(0)}(k)=b''e^{-a(k-1)}+c''$。

证明 由式(14) 知，为了求解 a，需求方程组

$$
\begin{bmatrix}
x^{(1)}(1) & x^{(1)}(2) & 1 & 1 & 1\\
x^{(1)}(2) & x^{(1)}(3) & 2 & 0 & 1\\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\
x^{(1)}(n-1) & x^{(1)}(n) & n-1 & f(n-1) & 1
\end{bmatrix}
\times
\begin{bmatrix}
p_1\\ p_2\\ p_3\\ p_4
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
x^{(0)}(1)\\ x^{(0)}(2)\\ \vdots\\ x^{(0)}(n-1)
\end{bmatrix}
$$

的最小二乘解。只要取

$$
\begin{aligned}
&p_1=1,\quad p_2=-e^{2a}\\
&p_3=c(e^{2a}-1),\quad p_4=\epsilon\\
&p_5=c(e^{2a}+1)+(b+c+\\
&\qquad(be^{-a}+c))e^{2a}(1+\epsilon)
\end{aligned}
$$

直接验证这样的 p_1,p_2,p_3,p_4 是方程组的最小二乘解即可。□

根据定理 3 和定理 4，可得如下灰色 Logistic 模型：

令原始数据为 $y^{(0)}, y^{(0)}(i)>0, i=1,2,\cdots,n$，对于 $y^{(0)}$ 采用倒数变换进行生成处理，即令

$$
x^{(0)}(i)=\frac{1}{y^{(0)}(i)},\quad i=1,2,\cdots,n \qquad (15)
$$

对序列 $x^{(0)}=(x^{(0)}(1),x^{(0)}(2),\cdots,x^{(0)}(n))$ 进行如下处理

$$
\begin{aligned}
&x^{(0)}(k)-2x^{(1)}(k)=\\
&p_2(x^{(1)}(k)+x^{(1)}(k+1))+p_3k+p_4
\end{aligned}
\qquad (16)
$$

其中 $p_2=-e^{a}$。或

$$
\begin{aligned}
&x^{(0)}(k)-x^{(1)}(k)=\\
&p_2x^{(1)}(k+1)+p_3k+p_4f(k)+p_5
\end{aligned}
\qquad (17)
$$

其中，$p_2=-e^{2a}$，$f(k)$ 如上定义。

灰色 Logistic 模型的计算方法如下：

1) 对原始数据 $y^{(0)}$ 采用倒数变换进行生成处理，即有式(15) 成立；

2) 对于具有绝对误差的原数据序列 $x^{(0)}=\{x^{(0)}(1),x^{(0)}(2),\cdots,x^{(0)}(n)\}$，一般利用下列方程组的最小二乘解

$$
\begin{bmatrix}
x^{(1)}(2)+x^{(1)}(3) & 2 & 1\\
x^{(1)}(3)+x^{(1)}(4) & 3 & 1\\
\vdots & \vdots & \vdots\\
x^{(1)}(n-1)+x^{(1)}(n) & n-1 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
p_2\\ p_3\\ p_4
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
x^{(0)}(2)\\ x^{(0)}(3)\\ \vdots\\ x^{(0)}(n-1)
\end{bmatrix}
-2
\begin{bmatrix}
x^{(1)}(2)\\ x^{(1)}(3)\\ \vdots\\ x^{(1)}(n-1)
\end{bmatrix}
$$

p_2,p_3,p_4 及 $p_2=-e^{a}$，解得参数 a，称为 Ⅰ 型法；

3) 对于具有相对误差的原数据序列 $x^{(0)}=\{x^{(0)}(1),x^{(0)}(2),\cdots,x^{(0)}(n)\}$，一般利用下列方程组的最小二乘解

$$\begin{bmatrix} x^{(1)}(3) & 2 & 1 & 1 \\ x^{(1)}(4) & 3 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x^{(1)}(n) & n-1 & f(n-1) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n-1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x^{(1)}(2) \\ x^{(1)}(3) \\ \vdots \\ x^{(1)}(n-1) \end{bmatrix}$$

p_2, p_3 及 $p_2 = -e^{2a}$, 解得参数 a, 称为 Ⅱ 型法;

4) 利用 $x^{(0)}(k) = be^{-ak} + c$, 通过线性拟合得到参数 b 和 c, 从而得还原模型为

$$\hat{y}^{(0)}(k) = \frac{1}{c + be^{-ak}}$$

灰色Logistic 模型具有以下特点:

1) 该模型具有精确级差格式;

2) 该级差格式与 $x^{(1)}(k)$ 和 $x^{(1)}(k+1)$ 或 $x^{(1)}(k-1)$ 和 $x^{(1)}(k)$ 相关, 从而更有利于信息的综合利用;

3) $x^{(0)}(k+1)$ 的级差格式可表达为关于 $x^{(1)}(k-1)$ 和 $x^{(1)}(k+1)$ 的关系, 为求解参数 a 需要解 3 次方程, 计算量增大;

4) 通过大量的实验发现, 该模型具有较强的抗干扰性。

4　计算实例

例 1　根据《中国电子工业年鉴》[8], 1991～1998 年我国电子器件产品产值(亿元) 分别为

$$x_1^* = \{886, 1\,087, 1\,396, 1\,862, 2\,471, 3\,042, 4\,001, 5\,482\}$$

现利用 1997 年以前的数据, 对 1998 年的产值进行预测。选用 $GM^p(1,1)$ 模型和灰色 Logistic 模型Ⅱ求得模型值, 结果如表 1 所示(由于经济数据带有相对误差, 故略去灰色Logistic 模型 Ⅰ 计算结果)。

$GM^p(1,1)$ 模型

$$\hat{x}^{(0)}(k) = 111.955e^{0.245\,749(k-1)}, \quad k = 1, 2, \cdots$$

灰色Logistic 模型 Ⅱ

$$\hat{x}(t) = \frac{1}{4.642\,88 \times 10^{-4} + 1.187\,65 \times 10^{-2}e^{-0.284\,505t}}$$
$$t = 1, 2, \cdots$$

$GM^p(1,1)$ 模型和灰色Logistic 模型 Ⅱ 的残差平方和分别为 1 174.9 和 931.022, 灰色Logistic 模型 Ⅰ 残差平方和为 1 126.61, GM (1, 1) 模型最差。调用Mathmatic 4.0 的非线形回归, 迭代 30 000 次和 300 次的结果, 残差平方和都在 10 万以上。

例 2[7]　表 2 是河北省某县 1950～ 1990 年的人口数据。其中, 1950～ 1982 年的数据作为历史数据, 样本容量为 33, 1983～ 1990 年的数据留作预测检验。

利用各模型所得模型值如下:

直线方程

$$\hat{N}(t) = 1\,000(218.612 + 7.240t), \quad t = 1, 2, \cdots$$

指数模型

$$\hat{N}(t) = 1\,000(3\,733.703 - 3\,501.911e^{0.001\,99(t-1)})$$
$$t = 1, 2, \cdots$$

GM (1, 1) 模型

$$\hat{N}^{(1)}(t) = 1\,000(-11\,533.254 + 11\,765.064e^{0.020\,7(t-1)})$$
$$t = 1, 2, \cdots$$

Logistic 模型

$$\hat{N}(t) = \frac{594\,556}{1 + 1.565e^{-0.049\,2(t-1)}}, \quad t = 1, 2, \cdots$$

Gompertz 模型

表 1　$GM^p(1,1)$ 和灰色Logistic Ⅱ 所求模型值

i	$x^{(0)}(i)$	模型值 $\hat{x}^{(1)}(i)$		残差 $x^{(0)}(i) - \hat{x}^{(0)}(i)$		残差百分比	
		$GM^p(1,1)$	灰色LogisticⅡ	$GM^p(1,1)$	灰色LogisticⅡ	$100(x^{(0)}(i) - \hat{x}^{(0)}(i))/x^{(0)}(i)$	
1	112	111.955	106.383	0.045	5.617	0.04	5.015
2	128	143.143	139.133	-15.143	-11.133	-11.83	-8.697
3	170	183.020	181.072	-13.020	-11.072	-7.66	-6.051
4	257	234.005	234.185	22.995	22.815	8.95	8.878
5	312	299.194	300.503	12.806	11.497	4.10	3.685
6	382	382.543	381.866	-0.543	0.134	-0.14	0.035
7	480	489.112	479.558	-9.112	0.442	-1.90	0.092
8	597	625.368*	593.866*	-28.368*	3.134*	-4.75*	0.525*

注: 表中 * 为预测值

$$\hat{N}(t) = 741.342\exp(-1.1625e^{-0.0262t})$$
$$t = 0, 1, \cdots$$

灰色Logistic 模型

$$\hat{N}(t) = \frac{1}{1.76713 \times 10^{-6} + 2.90545 \times 10^{-6}e^{-0.0553136t}}$$
$$t = 1, 2, \cdots$$

各模型求得结果的比较如表 3 所示。

表 2 1950～ 1990 年的人口数据 人

t	$N(t)$	t	$N(t)$	t	$N(t)$
1950	231 810	1964	328 545	1978	419 129
1951	232 107	1965	339 847	1979	423 890
1952	235 449	1966	348 972	1980	428 243
1953	242 362	1967	353 676	1981	443 402
1954	246 615	1968	364 583	1982	448 052
1955	257 588	1969	372 786	1983	450 995
1956	264 829	1970	380 764	1984	454 506
1957	273 711	1971	388 417	1985	458 915
1958	279 202	1972	396 651	1986	465 920
1959	287 503	1973	403 116	1987	470 047
1960	292 839	1974	407 792	1988	474 289
1961	298 789	1975	412 115	1989	479 409
1962	305 237	1976	415 181	1990	484 316
1963	317 932	1977	416 238		

表 3 各模型求得结果的比较 %

模 型	不 加 权		加 权	
	拟合误差	预测误差	拟合误差	预测误差
直线方程	2.04	4.58	2.35	3.89
指数模型	2.69	2.12	3.05	1.51
GM (1, 1)	3.58	9.69	4.57	7.31
Logistic	2.60	0.80	3.23	0.43
Gompertz	2.64	1.39	3.32	0.89
灰色Logistic	1.42	0.317	—	—

由表 3 的比较结果可以看出:

1) 灰色Logistic 模型不仅具有最好的拟合误差, 而且具有良好的预测效果;

2) Logistic 模型采用复杂的人口最优控制数值模拟算法进行求解, 计算量大, 而灰色Logistic 模型计算简单、快速;

3) 灰色Logistic 模型不加权, 但拟合误差和预测误差均优于其它模型加权的结果, 且加权因子的选取存在一定的人为因素。

参考文献(References):

[1] Julong Deng. Control problems of grey systems[J]. *Syst & Contr Lett*, 1982, 1(5): 288-294.

[2] 陈绵云. 镗床控制系统的灰色动态[J]. 华中工学院学报, 1982, 10(6): 7-11.
(Mianyun Chen. Grey dynamics of the system of a boring machine[J]. *J of Huazhong Univ of Sci & Techn*, 1982, 10(6): 7-11.)

[3] 邓聚龙, 陈绵云, 彭国忠, 等. 灰色模块理论与长期预测模型[A]. 未来学论文集[C]. 武汉, 1984. 1: 41-46.
(Julong Deng, Mianyun Chen, Guozhong Peng, et al. Grey block theory and long-term forecasting model [A]. *Proc of the Futurenology* [C]. Wuhan, 1984. 1: 41-46.)

[4] Mian-yun Chen. Principle of grey dynamic modeling [J]. *SAMS*, 1996, 26: 69-79.

[5] Mian-yun Chen. System cloud and its grey model[A]. *Proc of the 4th Japanese Sino Sapporo Int Conf on Computer Appl*[C]. Sapporo, 1990. 38-41.

[6] Mian-yun Chen. Uncertainty analysis and grey modeling [A]. *Uncertainty Modeling & Analysis*[C]. IEEE Computer Society Press, 1990. 469-473.

[7] 肖庭延. 实用预测技术及应用[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1993. 283-299.

[8] 中国电子工业年鉴编委会. 中国电子工业年鉴(1999 年)[M]. 北京: 电子工业出版社, 2000. 24-29.

(上接第 553 页)

[4] 李德毅, 孟海军, 史雪梅. 隶属云和隶属云发生器[J]. 计算机研究与发展, 1995, 32(6): 15-20.
(Li De-yi, Meng Hai-jun, Shi Xue-mei. Membership clouds and membership cloud generators[J]. *Computer Research and Development*, 1995, 32(6): 15-20.)

[5] 陈晖. 定性定量互换模型及其应用[D]. 南京: 解放军南京通信工程学院, 1999.

[6] Wu Hsien-chung. Fuzzy reliability analysis based on closed fuzzy numbers[J]. *Information Sciences*, 1997, 103(1): 135-159.

[7] 李德毅, 于全, 江光杰. C^3I系统可靠性、抗毁性和抗干扰的统一评测[J]. 系统工程理论与实践, 1997, 17(3): 23-27.
(Li De-yi, Yu Quan, Jiang Guang-jie. A unified assessment and reliability, invulnerability and anti-countermeasurement for C^3I system [J]. *System Engineering Theory and Application*, 1997, 17(3): 23-27.)