

文章编号: 1001-0920(2002)05-0559-04

非线性 Gauss-Hermite 滤波与机动目标的反干扰跟踪方法

吴森堂, 张水祥, 张 淼
(北京航空航天大学 自动控制系, 北京 100083)

摘要: 采用 Gauss-Hermite 积分规则, 基于结构随机跳变系统理论提出一套非线性滤波新方法。该方法克服了由于采用传统线性化所导致的“基础结构失真”, 从而提高了估计的精度, 具有较好的实时性。该方法的有效性在机动目标反干扰跟踪应用仿真中得到了验证。

关键词: 结构随机跳变系统; 非线性 Gauss-Hermite 滤波; 反干扰跟踪
中图分类号: TP 271.74; TN 973.1 **文献标识码:** A

Method of nonlinear Gauss-Hermite filtering and anti-interference tracking of maneuvering targets

WU Sen-tang, ZHANG Shui-xiang, ZHANG Miao

(Department of Automatic Control, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Based on the theory of system with random changing structures, a new nonlinear filtering approach is presented by means of Gauss-Hermite integration. This approach avoids “basic structure distortion” caused by conventional filtering algorithm. The estimation precision of the total filtering algorithm is increased. Simulation result for anti-interference tracking of maneuvering targets shows effectiveness and good real time characteristic of the approach.

Key words: system with random changing structures; nonlinear Gauss-Hermite filtering; anti-interference tracking

1 引 言

随着现代化控制系统的性能日益提高, 其工作环境日益苛刻和恶劣, 需克服的不确定干扰因素也越来越复杂。例如, 系统的多个工作模式间的随机切换, 某个子系统突然故障以及外界环境所导致的信息中断、恢复等因素, 都将导致系统的结构发生突然的剧烈变化。

随着现代战争向着立体化、协同化方向发展, 多层次、多兵种协同作战, 使得在强干扰对抗环境中的信息处理任务更加复杂和困难。专用电子战飞机、空中预警机和其它外空间信息武器系统的协同行动, 以及隐身技术的发展, 使得诸如机动目标跟踪中所面临的光电干扰(有源和无源干扰)、弱信号目标(小有效散射面积目标)、目标闪烁、强机动等因素越来越复杂。这些因素都会导致系统在工作过程中, 其参

收稿日期: 2001-06-28; 修回日期: 2001-09-07

基金项目: 国家自然科学基金项目(69704002); 航空科学基金项目(00F51023)

作者简介: 吴森堂(1963—), 男, 山东平度人, 教授, 博士生导师, 从事非线性随机系统理论及应用、信息处理与控制等研究;

张水祥(1976—), 男, 湖北宜昌人, 硕士生, 从事非线性随机系统理论及应用、信号处理与控制等研究。www.cnki.net

数和结构发生随机跳变转换,使得人们在解决未来复杂环境目标跟踪等问题时面临着更大的挑战。为此,本文基于结构随机跳变系统理论和 Gauss-Hermite 积分规则^[1~5],提出一种经济高效的非线性 Gauss-Hermite 滤波方法,为解决此类复杂非线性随机系统的控制提供了有效工具。

2 问题阐述

不失一般性,假定结构随机跳变系统的状态方程和观测方程为

$$x_{k+1} = f(x_k, s_k, u_k, \theta, v_k, \vartheta_k) + w_k(s_k) \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$y_{k+1} = h(x_{k+1}, s_{k+1}, u_{k+1}, \theta) + \zeta_{k+1}(s_{k+1}) \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

其中, $x_k \in R^n$ 为系统状态向量; $s_k \in \{1, M\}$ 为马尔科夫过程描述的系统结构状态向量,其条件转移概率为 $q(s_k | s_{k-1}, u_{k-1}, \theta_{k-1}, v_{k-1}, \vartheta_{k-1})$; $u_k \in R^{m_u}$ 和 $v_k \in R^{m_v}$ 分别为对策双方的连续控制向量; $\theta \in \{1, I_\theta\}$ 和 $\vartheta_k \in \{1, I_\vartheta\}$ 分别为有限可数集合内的离散控制向量; $y_k \in R^l$ 为观测向量; $w_k(s_k) \sim N[0, \Sigma_w(s_k)]$ 为系统噪声; $\zeta_k(s_k) \sim N[0, \Sigma_\zeta(s_k)]$ 为观测噪声; $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 为非线性函数关系。

为便于利用 Gauss-Hermite 积分规则,首先对其多维形式进行如下变换

$$I(\Lambda) = \frac{1}{R^n [(2\pi)^n \det \Sigma]^{1/2} \exp[-\frac{1}{2}(t - \Lambda)^T \Sigma^{-1}(t - \Lambda)]} F(t) dt \quad (3)$$

$$\frac{1}{(\pi)^{N_p/2}} \prod_{i=1}^{N_p} \mu_i F(\frac{1}{\sqrt{2}} \rho_i u_i + \Lambda_i, \dots, \frac{1}{\sqrt{2}} \rho_n u_n + \Lambda_n) = \frac{1}{(\pi)^{N_p/2}} \prod_{i=1}^{N_p} \mu_i F(\frac{1}{\sqrt{2}} \rho^T u + \Lambda)$$

这里,定义 $\Delta \triangleq \prod_{i=1}^{N_p} \mu_i$, $\mu_i = \mu_{i1} \mu_{i2} \dots \mu_{in}$, $\rho^T \rho = \Sigma$, $\Lambda = (\Lambda_1, \dots, \Lambda_n)^T$, $u = (u_1, \dots, u_n)^T$, μ_i 和 u 分别是 Gauss-Hermite 求积系数和求积节点(为 Hermite 正交多项式的根), N_p 为求积节点数。

如果令 $\omega = \frac{\mu_{i_1}}{\pi} \frac{\mu_{i_2}}{\pi} \dots \frac{\mu_{i_{N_p}}}{\pi}$, $\eta_i = (\frac{1}{\sqrt{2}} u_i, \dots, \frac{1}{\sqrt{2}} u_n)^T$, 则有

$$\frac{1}{R^n [(2\pi)^n \det \Sigma]^{1/2} \exp[-\frac{1}{2}(t - \Lambda)^T \Sigma^{-1}(t - \Lambda)]} F(t) dt \stackrel{N_p}{=} \int_{i=1}^{N_p} \omega F(\rho^T \eta_i + \Lambda) \quad (4)$$

3 结构随机跳变系统的非线性 Gauss-Hermite 滤波算法

基于结构随机跳变系统的滤波定理^[2]以及 Gauss-Hermite 积分规则(4),可得如下结构随机跳变系统的非线性 Gauss-Hermite 滤波算法:

1) 子结构的系统状态一步预测,即基于已有的观测 $D^{k-1} \triangleq (y_1, \dots, y_{k-1})$, 求取系统处于某一子结构 s_k 的一步预测估计。令其条件概率密度函数为 $p(x_k | s_k, D^{k-1}) = N[x_{k/k-1}(s_k), P_{k/k-1}(s_k)]$, 其中 $N[\cdot]$ 为 Gauss 分布的概率密度函数。由滤波定理^[2]以及式(4)可直接得到其参数的计算公式

$$\hat{x}_{k/k-1}(s_k) = \frac{\int_{s_k} \int_{s_{k-1}} q(s_k | s_{k-1}, u_{k-1}, v_{k-1}, \theta_{k-1}, \vartheta_{k-1}) p(s_{k-1} | D^{k-1}) \omega f(\alpha, s_{k-1}, u_{k-1}, v_{k-1}, \theta_{k-1}, \vartheta_{k-1}) \quad (5)$$

$$P_{k/k-1}(s_k) = \frac{\int_{s_k} \int_{s_{k-1}} q(s_k | s_{k-1}, u_{k-1}, v_{k-1}, \theta_{k-1}, \vartheta_{k-1}) p(s_{k-1} | D^{k-1}) \{ \sum_{i=1}^{N_p} \omega [f(\alpha, s_{k-1}, u_{k-1}, v_{k-1}, \theta_{k-1}, \vartheta_{k-1}) - \hat{x}_{k/k-1}(s_k)] [f(\alpha, s_{k-1}, u_{k-1}, v_{k-1}, \theta_{k-1}, \vartheta_{k-1}) - \hat{x}_{k/k-1}(s_k)]^T \} \quad (6)$$

其中, $P_{k-1/k-1}(s_{k-1}) = \rho^T \rho$, $\alpha = \rho^T \eta_i + \hat{x}_{k-1}(s_{k-1})$ 。

2) 子结构的系统状态滤波,即基于已得到更新的观测 $D^k \triangleq (y_1, \dots, y_{k-1}, y_k)$, 求取系统处于某一子结构 s_k 的估计。同样令其条件概率密度函数为 $p(x_k | s_k, D^k) = N[\hat{x}_k(s_k), P_k(s_k)]$, 采用 Gauss 逼近方法,可得其参数的计算公式

$$\begin{cases} \hat{x}_k(s_k) = \hat{x}_{k/k-1}(s_k) + L_k(s_k)[y_k - \Delta_k(s_k)] \\ P_k(s_k) = P_{k/k-1}(s_k) - L_k(s_k) P_{x\Delta}^T(s_k) \end{cases} \quad (7)$$

而系统处于某一子结构 s_k 的条件概率密度函数为

$$p(s_k | D^k) = \frac{FN(s_k, u_{k-1}, v_{k-1}, \theta_{k-1}, \vartheta_{k-1}, \gamma_k, D^{k-1})}{FN(s_k, u_{k-1}, v_{k-1}, \theta_{k-1}, \vartheta_{k-1}, \gamma_k, D^{k-1})} \quad (8)$$

其中

$$FN(s_k, u_{k-1}, v_{k-1}, \theta_{k-1}, \vartheta_{k-1}, \gamma_k, D^{k-1}) = \int_{s_{k-1}} q(s_k | s_{k-1}, u_{k-1}, v_{k-1}, \theta_{k-1}, \vartheta_{k-1}) \times$$

$$p(s_{k-1} | D^{k-1}) \prod_{i=1}^{N_p} \omega N[\gamma_i | h(\gamma_i,$$

$$s_k, u_{k-1}, \theta_{k-1}), \Xi_k(s_k)]$$

$$\Delta_k(s_k) = \prod_{i=1}^{N_p} \omega h(\beta_i, s_k, u_{k-1}, \theta_{k-1})$$

$$L_k(s_k) = P_{x\Delta}(s_k) [\Xi_k(s_k) + P_{\Delta\Delta}(s_k)]^{-1}$$

$$P_{x\Delta}(s_k) =$$

$$\prod_{i=1}^{N_p} \omega[\beta_i - \hat{x}_{k/k-1}(s_k)] \times$$

$$[h(\beta_i, s_k, u_{k-1}, \theta_{k-1}) - \Delta_k(s_k)]^T$$

$$P_{\Delta\Delta}(s_k) =$$

$$\prod_{i=1}^{N_p} \omega[h(\beta_i, s_k, u_{k-1}, \theta_{k-1}) - \Delta_k(s_k)] \times$$

$$[h(\beta_i, s_k, u_{k-1}, \theta_{k-1}) - \Delta_k(s_k)]^T$$

其中

$$\delta^T \delta = P_k(s_k), \quad \gamma_i = \delta^T \eta_i + \hat{x}_{k/k-1}(s_k)$$

$$P_{k/k-1}(s_k) = \sigma^T \sigma, \quad \beta_i = \sigma^T \eta_i + \hat{x}_{k/k-1}(s_k)$$

3) 系统状态的滤波, 即各个子结构下的系统状态估计的综合, 就是对各个子结构下的系统状态估计进行加权求和。条件概率密度函数为

$$p(x_k | D^k) = N[x_k, P_k]$$

其参数为

$$\begin{cases} \hat{x}_k = \int_{s_k} p(s_k | D^k) \hat{x}_k(s_k) \\ P_k = \int_{s_k} p(s_k | D^k) P_k(s_k) \end{cases} \quad (9)$$

至此, 由式(5) ~ (9) 便构成了结构随机跳变系统的非线性 Gauss-Hermite 滤波算法(GHF)。

4 仿真例子

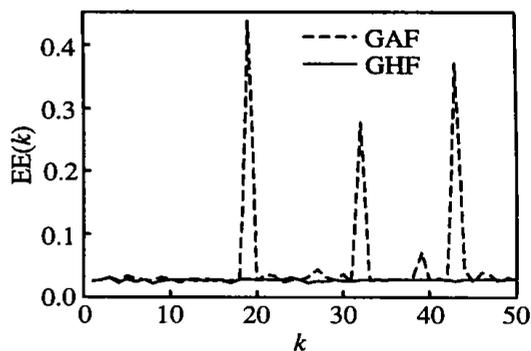
本文以机动目标的反干扰跟踪问题为例进行研究。描述三维空间追躲问题的系统状态方程为

$$\begin{cases} \dot{D} = -v_r + \xi_1 \\ \dot{\alpha} = \mu + \zeta \\ \dot{\mu} = -\frac{2v_r \mu}{D} - \frac{a_m^\alpha}{D} + \frac{a_r^\alpha}{D} + \xi_3 \\ \dot{\beta} = \eta + \xi_4 \\ \dot{\eta} = -\frac{2v_r \eta}{D} - \frac{a_m^\beta}{D \cos \alpha} + \frac{a_r^\beta}{D \cos \alpha} + \xi_5 \end{cases} \quad (10)$$

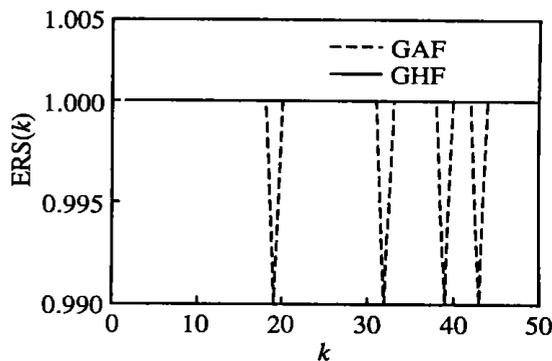
其中, D 为相对距离, α 为视线的高低角, μ 为视线的高低角速度, β 为视线的方位角, η 为视线的方位角速度, a_m^α 和 a_r^α 分别为跟踪者和逃逸者在铅垂面内的加速度分量, a_m^β 和 a_r^β 分别为跟踪者和逃逸者在水平面内的加速度分量, v_r 为接近速度, $\xi_i (i = 1, 5)$ 为系统建模误差。

在逃逸者施放干扰的环境中, 跟踪者的观测方程为: 无干扰时 $Y_{k+1} = H_1 X_{k+1} + R_{k+1}^1$, 被逃逸者施放干扰时 $Y_{k+1} = H_2 X_{k+1} + R_{k+1}^2$, 这里 $R_{k+1}^2 \gg R_{k+1}^1$ 。

限于篇幅, 这里仅给出分别采用 3 节点 ($N_p = 3$) 非线性 Gauss-Hermite 滤波(GHF)和高斯逼近滤波(GAF)方法^[2]得到的部分仿真比较结果, 如图 1 所示。图中系统状态估计误差 $EE(k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k$



(a) 采用 GHF 和 GAF 的系统状态估计误差



(b) 采用 GHF 和 GAF 对逃逸者施放干扰过程估计的正确比率

图 1 GHF 和 GAF 算法的 Monte Carlo 仿真比较

— \hat{X}_i^k , X_i^k 为第 k 次 Monte Carlo 仿真第 i 步的系统状态真实值, \hat{X}_i^k 为其相应的估计值, $k = \overline{1, N}$ 。逃逸者施放干扰过程估计的正确比率 $ERS(k) = n_k/n$, n_k 表示每次 Monte Carlo 仿真实验中对施放干扰过程估计的正确次数, k 为 Monte Carlo 仿真实验的次数, 仿真总次数 $N = 50$ 次, 每次仿真实验中的计算总步长 $n = 100$ 。

假定跟踪的初始条件为 $X_0 \sim N(X_M, P_0)$, 其中

$$X_M = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5]$$

这里, $x_1 = 10 \text{ km}$, $x_2 = \pi/4 \text{ rad}$, $x_3 = 0.01 \text{ rad/s}$, $x_4 = \pi/8 \text{ rad}$, $x_5 = 0.01 \text{ rad/s}$ 。

$$P_0 = \text{diag}[p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad p_4 \quad p_5]$$

这里, $p_1 = 1.0 \times 10^{-2} \text{ km}^2$, $p_2 = 9.0 \times 10^{-4} \text{ rad}^2$, $p_3 = 10 \times 10^{-6} (\text{rad/s})^2$, $p_4 = 9.0 \times 10^{-4} \text{ rad}^2$, $p_5 = 1.0 \times 10^{-6} (\text{rad/s})^2$ 。

系统噪声强度为

$$Q_k = \text{diag}[q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5]$$

其中, $q_1 = 1.0 \times 10^{-2} \text{ km}^2$, $q_2 = 9.0 \times 10^{-4} \text{ rad}^2$, $q_3 = 1.0 \times 10^{-6} (\text{rad/s})^2$, $q_4 = 9.0 \times 10^{-4} \text{ rad}^2$, $q_5 = 1.0 \times 10^{-6} (\text{rad/s})^2$ 。逃逸者施放干扰的实际过程

$$q(s_k | s_{k-1}) = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.3 & 0.7 \end{bmatrix}$$

逃逸者施放干扰的初始概率 $q(s_0) = [0.4 \quad 0.6]$, 观测方程的结构跳变

$$H_1 = \text{diag}[1.0 \quad 1.0 \quad 1.0 \quad 1.0 \quad 1.0]$$

$$H_2 = \text{diag}[5.0 \quad 5.0 \quad 5.0 \quad 5.0 \quad 5.0]$$

无干扰时观测噪声强度

$$R_k^1 = \text{diag}[r_1 \quad r_2 \quad r_3 \quad r_4 \quad r_5]$$

其中, $r_1 = 4.0 \times 10^{-4} \text{ km}^2$, $r_2 = 4.0 \times 10^{-6} \text{ rad}^2$, $r_3 = 1.0 \times 10^{-6} (\text{rad/s})^2$, $r_4 = 4.0 \times 10^{-6} \text{ rad}^2$, $r_5 = 1.0 \times 10^{-6} (\text{rad/s})^2$ 。

有干扰时观测噪声强度

$$R_k^2 = \text{diag}[r_1 \quad r_2 \quad r_3 \quad r_4 \quad r_5]$$

其中, $r_1 = 4.0 \times 10^{-2} \text{ km}^2$, $r_2 = 4.0 \times 10^{-4} \text{ rad}^2$, $r_3 = 1.0 \times 10^{-4} (\text{rad/s})^2$, $r_4 = 4.0 \times 10^{-4} \text{ rad}^2$, $r_5 = 1.0 \times 10^{-4} (\text{rad/s})^2$ 。接近速度 $v_r = 300 \text{ m/s}$, 采样周期 $\Delta t = 0.1 \text{ s}$ 。

仿真结果表明, 非线性 Gauss-Hermite 滤波比高斯逼近滤波具有更高的估计精度, 比自举滤波方法^[31] 的计算量小, 而且其估计精度和计算量可通过选择合适的节点数 N_p 进行调整。这一特点对于设计

高效且经济的滤波算法具有十分重要的工程应用价值。

5 结 论

基于结构随机跳变系统理论和 Gauss-Hermite 积分规则, 本文得到了非线性 Gauss-Hermite 滤波方法, 克服了由于采用传统线性化方法(诸如高斯逼近滤波方法)所导致的“基础结构失真”的缺陷, 从而提高了估计精度, 具有较好的实时性。该方法的估计精度和计算量可通过选择合适的节点数 N_p 进行调整。这一特点对于设计高效且经济的滤波算法具有十分重要的工程应用价值。

参考文献(References):

- [1] Казаков И Е. Стохастические системы со случайной сменой структуры [J]. Техническая Кибернетика, 1989, (1): 58-78.
(Kazakov I YE. Stochastic systems with random changing structures [J]. *Engineering Cybernetics*, 1989, (1): 58-78.)
- [2] 吴森堂. 结构随机跳变系统的条件滤波新方法 [J]. 北京航空航天大学学报, 1997, 23(6): 751-756.
(Wu Sen-tang. Filtering of system with random changing structure and uncompleted information of states and control [J]. *J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 1997, 23(6): 751-756.)
- [3] 吴森堂, 徐广飞, 汤勇. 结构随机跳变系统的自举滤波方法 [J]. 航空学报, 1998, 19(2): 185-189.
(Wu Sen-tang, Xu Guang-fei, Tang Yong. Bootstrap filtering of system with random changing structure [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 1998, 19(2): 185-189.)
- [4] 吴森堂, 徐广飞, 汤勇. 基于结构随机跳变系统的反干扰信息处理方法 [J]. 北京航空航天大学学报, 1999, 25(4): 410-413.
(Wu Sen-tang, Xu Guang-fei, Tang Yong. The method of anti-interference information processing based on the system with random changing structure [J]. *J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 1999, 25(4): 410-413.)
- [5] Ito Kazufumi, Xiong Kaiqi. Gaussian filters for nonlinear filtering problems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(5): 910-927.