文章编号: 1001-0920(2002)05-0604-03

具有无穷时滞的不确定大系统的鲁棒镇定

朱 宏[1], 钟守铭[2]
(1. 四川大学 数学学院, 四川 成都 610065; 2. 电子科技大学 应用数学学院, 四川 成都 610054)

摘 要: 研究了具有无穷时滞的不确定微分-积分大系统的鲁棒稳定性问题, 对每个子系统应用稳定的局部状态反馈, 利用Lyapunov函数法并结合不等式分析技巧, 给出了具有无穷时滞的不确定微分-积分大系统的鲁棒全局一致渐近稳定的充分条件。

关键词: 无穷时滞; 不确定性; 微分-积分系统; 大系统; 鲁棒性; 镇定
中图分类号: O 231 **文献标识码**: A

Robust stabilization of integro-differential systems with infinite delay

ZHU Hong[1], *ZHONG Shou-ming*[2]
(1. Institute of Mathematics, Sichuan University, Chengdu 610065, China; 2. Institute of Applied Mathematics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: The problem of robust stability for uncertain parameters of integro-differential large-scale systems with infinite delay is studied. Sufficient conditions of robust global uniform asymptotic stability are given by applying a stabilizing local state feedback to each subsystem, making use of the method of Lyapunov function and combining the method of inequality analysis.

Key words: infinite delay; uncertainty; integro-differential systems; large-scale systems; robustness; stabilization

1 引 言

鲁棒稳定性问题一直是控制理论方面一个重要的研究课题, 特别是近几年, 关于不确定系统的鲁棒镇定问题已经引起了自动控制界和应用数学界的极大兴趣。在许多实际控制的动力系统中, 由于建立数学模型的误差、测量的误差和线性近似化的误差等, 时常会出现不确定性, 这给稳定系统的鲁棒稳定性分析和设计带来了许多新的研究课题, 对此已取得了许多优秀的研究成果[1,2]。另外, 时间滞后问题也是影响系统稳定性的重要原因, 这就需要对具有时滞不确定系统的镇定性问题进行深入的研究与探索, 文献[3~8]提供了解决这类问题的一些途径。

本文研究了具有无穷时滞的不确定微分-积分大系统的鲁棒稳定性问题, 对每个子系统应用稳定的局部状态反馈, 利用Lyapunov函数法并结合不等式分析技巧, 给出了具有无穷时滞的不确定微分-积分大系统的鲁棒全局一致渐近稳定的充分条件,

收稿日期: 2001-07-06; **修回日期**: 2002-01-14
基金项目: 国家自然科学基金项目(69871005)
作者简介: 朱宏(1963—), 男, 四川隆昌人, 博士生, 从事信息科学、数据分析等研究; 钟守铭(1955—), 男, 四川什邡人, 教授, 从事微分方程稳定性理论、泛函微分系统的稳定性理论和鲁棒控制理论等研究。

改进并推广了文献[1]的结果。

2 系统的描述与准备工作

我们考虑具有无穷时滞的不确定微分 - 积分大系统为

$$x_i'(t) = \sum_{j=1}^{N}\Big[(a_{ij} + \Delta a_{ij})x_j(t) + (b_{ij} + \Delta b_{ij})\int_{-\infty}^{t} T_{ij}(t-s)x_j(s)\,\mathrm{d}s\Big] + (b_i + \Delta b_i)u_i(t)$$
$$t \geq 0,\quad i, j = 1, 2, \cdots, N \tag{1}$$

其中, $x_i \in R^{n_i}$ 是状态向量, 且 $\sum_{i=1}^{N} n_i = n$; $a_{ij} \in R^{n_i \times n_j}$, $b_{ij} \in R^{n_i \times n_j}$, $b_i \in R^{n_i \times m_i}$ 是常数矩阵; $u_i \in R^{m_i}$ 是输入向量, 且 $\sum_{i=1}^{N} m_i = m$; $T_{ij}: R^+ \to R^+$ 是连续函数并且满足

$$\int_0^{\infty} T_{ij}(s)\,\mathrm{d}s = 1 \tag{2}$$

$\Delta a_{ij}, \Delta b_{ij}, \Delta b_i$ 是具有相应维数的参数扰动, 其范数扰动界为

$$\|\Delta a_{ij}\| \leq \alpha_{ij},\quad \|\Delta b_{ij}\| \leq \beta_{ij},\quad \|\Delta b_i\| \leq \beta_i$$

其中, $\alpha_{ij} \geq 0, \beta_{ij} \geq 0, \beta_i \geq 0 (i, j = 1, 2, \cdots, N)$ 均为常数。

对任意的 $t_0 \geq 0$, 我们假设初始条件如下

$$x_i(t) = \varphi_i(t)$$
$$-\infty < t \leq t_0,\quad i = 1, 2, \cdots, N \tag{3}$$

其中 $\varphi_i(t)$ 是 n_i 维在 $(-\infty, t_0]$ 上有定义的连续的向量值函数, 并且满足

$$\|\varphi\| = \max_{1\leq i\leq N}\{\sup_{-\infty<t\leq t_0}\|\varphi_i(t)\|\}$$

我们的目的是寻求分散局部状态反馈控制律

$$u_i(t) = k_i x_i(t),\quad i = 1, 2, \cdots, N \tag{4}$$

其中 k_i 是具有相应维数的反馈增益矩阵。将反馈控制律(4) 代入系统(1), 可得闭环系统为

$$x_i'(t) = (a_{ii} + b_i k_i)x_i(t) + \sum_{j=1, j\neq i}^{N}(a_{ij} + \Delta a_{ij})x_j(t) + \sum_{j=1}^{N}(b_{ij} + \Delta b_{ij})\int_{-\infty}^{t} T_{ij}(t-s)x_j(s)\,\mathrm{d}s + (\Delta a_{ii} + \Delta b_i k_i)x_i(t)$$
$$t \geq 0,\quad i = 1, 2, \cdots, N \tag{5}$$

为了讨论系统(1) 的镇定性, 首先给出如下定义:

定义 1　称系统(1) 的平凡解 $x = 0$ 是一致全局渐近稳定的, 如果对任意 $t_0 \geq 0$, 存在一个常数 $l > 0$(l 不依赖于 t_0), 对 $\forall t \geq t_0$, 有

$$\|x_i(t)\| \leq l\|\varphi\|,\quad i = 1, 2, \cdots, N \tag{6}$$

并且对 $\forall \epsilon > 0$ 和 $\forall H > 0$, 存在 $T = T(\epsilon, H) > 0$(T 不依赖于 t_0), 当 $\|\varphi\| \leq H$ 时, 对 $\forall t \geq t_0 + T$, 均有

$$\|x_i(t)\| \leq \epsilon,\quad i = 1, 2, \cdots, N \tag{7}$$

3 主要结果

定理 1　对于系统(1), 如果满足

1) 存在 k_i, 使得

$$\lambda_{\max}\Big\{\frac{1}{2}[(a_{ii} + b_i k_i)^{\mathrm{T}} + (a_{ii} + b_i k_i)]\Big\} + \alpha_{ii} + \beta_{ii}\|k_i\| = -r_i < 0,\quad i = 1, 2, \cdots, N \tag{8}$$

其中 r_i 是常数;

2) 若 $\rho((w_{ij})_{N\times N}) < 1$, 其中

$$w_{ij} = \frac{1}{r_i}[(1-\delta_{ij})(\|a_{ij}\| + \alpha_{ij}) + \|b_{ij}\| + \beta_{ij}],\quad i, j = 1, 2, \cdots, N \tag{9}$$

则使用由式(4) 给定的局部状态反馈控制律, 系统(1) 的零解是鲁棒全局一致渐近稳定的。

定理 2　对于系统(1), 若满足

1) $\lambda_{\max}\Big\{\frac{1}{2}[(a_{ii} + b_i k_i)^{\mathrm{T}} + (a_{ii} + b_i k_i)]\Big\} = -r_i < 0,\quad i = 1, 2, \cdots, N \qquad (10)$

其中 r_i 是常数;

2) 若 $\rho((w_{ij})_{N\times N}) < 1$, 其中

$$w_{ij} = \begin{cases} \dfrac{1}{r_i}(\alpha_{ii} + \beta_i\|k_i\| + \|b_{ii}\| + \beta_{ii}), & j = i \\ \dfrac{1}{r_i}(\|a_{ij}\| + \alpha_{ij} + \|b_{ij}\| + \beta_{ij}), & j \neq i \\ i, j = 1, 2, \cdots, N \end{cases} \tag{11}$$

则系统(1) 在不依赖于时滞的分散反馈控制下, $x = 0$ 是鲁棒全局一致渐近稳定的。

当 $b_{ij} = \Delta b_{ij} = 0$ 时, 取 $u_i = -\frac{k}{2}b_i^{\mathrm{T}}P_i x_i$, 则系统(1) 变为

$$x_i'(t) = \Big(a_{ii} - \frac{k}{2}b_i b_i^{\mathrm{T}}P_i\Big)x_i(t) + \sum_{j=1, j\neq i}^{N}(a_{ij} + \Delta a_{ij})x_j(t) + \Big(\Delta a_{ii} - \frac{k}{2}\Delta b_i b_i^{\mathrm{T}}P_i\Big)x_i(t),\quad i = 1, 2, \cdots, N \tag{12}$$

设 $\|a_{ij} + \Delta a_{ij}\| \leq \alpha_{ij},\quad i \neq j$,

$$\left\|\Delta a_{ii} - \frac{k}{2}\Delta b_i b_i^{\mathrm{T}} P_i\right\| \leq l_{1i} + \frac{k}{2} l_{2i} \| b_i^{\mathrm{T}} P_i \| = \alpha_{ii},$$ 有:

定理3 若选择参数(α_i, β_j) $(i = 1, 2, \cdots, N)$ 和正定矩阵Q_i $(i = 1, 2, \cdots, N)$, 使得

$$\alpha_i \lambda_{\min}(P_i) + \beta_i \lambda_{\min}(Q_i) > \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N}(\alpha_{ij}\|P_i\| + \alpha_{ji}\|P_j\|) \quad i = 1, 2, \cdots, N \tag{13}$$

其中P_i是满足黎卡堤方程

$$(a_{ii} + \alpha_i I_i)^{\mathrm{T}} P_i + P_i(a_{ii} + \alpha_i I_i) - kP_i b_i b_i^{\mathrm{T}} P_i = -2\beta_i Q_i, \quad i = 1, 2, \cdots, N \tag{14}$$

的正定矩阵解, 则系统(12) 是鲁棒指数镇定的。

注1 当$N = 1$时, 系统(12) 为文献[1] 研究的系统, 此时定理3 的条件变为

$$\alpha_1 \lambda_{\min}(P_1) + \beta_1 \lambda_{\min}(Q_1) > \alpha_{11}\|P_1\| = \left(l_{11} + \frac{k}{2} l_{21}\|b_1^{\mathrm{T}} P_1\|\right)\|P_1\| \tag{15}$$

而文献[1] 给出的条件为

$$\alpha_1 \lambda_{\min}(P_1) - \beta_1 \lambda_{\min}(Q_1) > \left(l_{11} + \frac{k}{2} l_{21}\|b_1^{\mathrm{T}} P_1\|\right)\|P_1\| \tag{16}$$

显然本文的结果优越于文献[1]。

4 结 论

对于具有无穷时滞的不确定微分-积分大系统, 我们能够找到不依赖于时滞的分散状态反馈控制器, 使得具有无穷时滞的不确定微分-积分大系统是鲁棒全局一致渐近稳定的。

参考文献(References):

[1] Wu H, Mizukami K. Robust stabilization of uncertain linear dynamical systems[J]. *Int J Systems Science*, 1993, 24(2): 265-276.

[2] Geromdl J C, Yamakmi A. Stabilization of continuous and discrete linear systems subject to control structure constraints[J]. *Int J Control*, 1982, 63(3): 429-444.

[3] Xu D Y. Stability of differential difference systems[J]. *Chinese Science Bulletin*, 1990, 35(6): 406-411.

[4] Xu D Y. Robust stability of neutral delay differential systems[J]. *Automatica*, 1994, 30(4): 703-706.

[5] Cheres E, Gutmans P, Almor J Z. Robust stabilization of uncertain dynamic systems including state delay[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34(11): 1199-1203.

[6] Xu D Y, Zhong S M, Yan X W. Robust BIBO stabilization of linear large-scale systems with nonlinear delay perturbations[J]. *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems*, 1996, 2: 511-520.

[7] 钟守铭, 黄廷祝. 具有多时滞的不确定多变量反馈系统的鲁棒稳定化[J]. 自动化学报, 1998, 24(6): 837-839. (Zhong S M, Huang T Z. Robust stabilization of uncertain multivariable feedback systems with multiple time delays[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1998, 24(6): 837-839.)

[8] 钟守铭, 李正良, 黄廷祝. 时滞大系统的鲁棒稳定性[J]. 控制理论与应用, 1995, 12(4): 477-481. (Zhong S M, Li Z L, Huang T Z. Robust stability of uncertain large-scale dynamical system with delay[J]. *Control Theory and Applications*, 1995, 12(4): 477-481.)