

文章编号: 1001-0920(2002)05-0611-03

不稳定对象的 PD 控制

王广雄, 袁欣, 何朕

(哈尔滨工业大学 控制工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 对于不稳定对象的控制, 常规的稳定裕度和性能指标已不适用。为此讨论了控制不稳定对象时的下幅值裕度和相位裕度的取值范围, 给出了典型的灵敏度函数, 并讨论了用 H_∞ 设计时性能权函数的选择问题。

关键词: 不稳定对象; 下幅值裕度; PD 控制; H_∞ 设计

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

PD control of unstable plants

WANG Guang-xiong, YUAN Xin, HE Zhen

(Department of Control Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The traditional stability margins and performance specifications are no longer suitable for control of unstable plants. Based on the damping analysis and tradeoffs concerning system stiffness versus the bandwidth, the appropriate ranges of the lower gain margin and phase margin for control of unstable plants are presented. The typical sensitivity function is given. The resulting performance specifications can be applied to PD control. The problem of selecting performance weighting function in the H_∞ design is also discussed.

Key words: unstable plant; lower gain margin; PD control; H_∞ design

1 引言

控制系统的稳定程度常用闭环幅频特性的峰值 (M_p), 幅值裕度 (GM) 或相位裕度 (PM) 表示。例如, 当 $M_p = 3$ dB, GM = 5 dB 或 PM = 30° ~ 60° 时, 一般认为系统具有足够的稳定程度或阻尼。但当控制不稳定对象时, 该指标不再适用。

由于不稳定对象具有右半面的极点, 所以系统稳定时其 Nyquist 特性曲线一定会从 -1 点的左侧逆时针绕过 -1 点, 此时幅值裕度小于 1, 其它频域指标也有变化。本文结合

$$G(s) = \frac{K_p \omega_b^2}{s^2 - \omega_b^2} \quad (1)$$

的不稳定对象进行讨论, 主要是通过它说明频率特性从左侧绕过 -1 点时频域指标与系统阻尼 (即稳定程度) 的关系, 因为这种频率特性是不稳定对象控制时的典型特性, 所以本文的结果不只局限于式 (1), 也适用于其它不稳定对象系统。

式 (1) 的实际背景是磁悬浮系统, 式中 ω_b 直接与磁悬浮系统的气隙有关, 对于磁悬浮列车, 气隙一般为 5 ~ 10 mm^[1,2], 对应的 ω_b 为 40 ~ 60 rad/s; 对于磁悬浮轴承, 气隙一般小于 50 μ m, ω_b 一般为 500

收稿日期: 2001-07-11; 修回日期: 2001-08-24

作者简介: 王广雄 (1933—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事 H_∞ 控制理论及应用、高精度伺服系统设计的研究; 袁欣 (1976—), 女, 黑龙江哈尔滨人, 博士生, 从事 H_∞ 控制理论的研究。

~ 600 rad/s^[3],所以在实际应用中,式(1)具有一定的典型性.本文结合PD控制规律,对该问题进行了讨论.

2 PD设计

对于式(1)的不稳定对象,为保证系统稳定,并有足够的阻尼,应采用PD控制,即取控制器为

$$K(s) = K_c(1 + T_d s) \quad (2)$$

由式(1)和式(2)构成的系统闭环特征方程为

$$s^2 + K_c K_p T_d \omega_b s + (K_c K_p - 1)\omega_b^2 = 0 \quad (3)$$

当采用系统的自然频率 ω 和阻尼比 ξ 表示时,则有

$$\omega = \omega_b \sqrt{K_c K_p - 1} \quad (4)$$

$$\xi = K_c K_p T_d \omega_b / 2 \sqrt{K_c K_p - 1} \quad (5)$$

式中 ω 有时也称为系统的带宽,用以代表系统的响应速度.

从式(1)可以看出,当 $\omega > \omega_b$ 时,对象 $G(j\omega)$ 将按-40 dB/dec的衰减率很快衰减,所以如果系统的带宽大于 ω_b ,则需要的控制输入 u (即控制系统的能耗)会很大,因此磁悬浮系统的 $\omega < \omega_b$,即 $K_c K_p < 2$.

图1中曲线①是 $K_c K_p = 2, \xi = 0.5$ 时的开环频率特性.

如果由于某种原因,如功放级的惯性和系统中的噪声等要求限制系统的带宽时, $K_c K_p$ 也不能小于1.2,即图1中的曲线②,否则增益的变化有可能导致不稳定(即鲁棒性差),甚至导致“易脆性”^[4].图1即为这类系统典型的频率特性(图中曲线对应的 ξ 为0.5).从图1可见,常用的表示稳定程度的指标对该系统已不再适用.

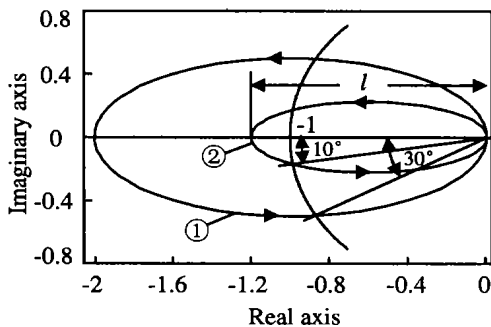


图1 PD控制下的Nyquist图

从幅值裕度来说, $GM = 1/l$ (参见图1),当 $l > 1$,即 $GM < 1$ 时,幅值裕度称为下幅值裕度^[4].至于相角裕度PM,其定义是单位圆处的相角与-180°之差.图1中特性曲线的PM=30°;曲线①和曲线②

的特性与负实轴的交点都在-1点的左侧,利用M圆图(图略)可查得它们所对应的 M_p 值分别为2.455和6.976,均超过 $M_p = 1.414$ (即3 dB)的正常值.

所以,对于不稳定对象的控制, M_p 值已不能代表系统的稳定程度,但可用下幅值裕度和相角裕度表示,只是指标值要作如下修正: $l = 1.2 \sim 2, PM = 10^\circ \sim 30^\circ$.

在实际应用中,对于反馈控制只保证 $K_c K_p > 2$ 并不能满足控制要求,还应该满足性能要求,如磁悬浮轴承系统中,要求磁轴承具有一定的刚度^[5].因此在控制规律中还应加一积分环节,即式(2)上加一PI控制,得

$$K(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) (1 + T_d s) \quad (6)$$

加积分控制的目的是提高低频段的增益.为了不影响中频段的稳定性能,积分项在到达中频段前应衰减掉,故可取

$$\frac{1}{T_i} = \frac{\omega}{10} \quad (7)$$

对此举例说明,设 $K_p = 1, \omega_b = 62.6$,取 $K_c = 1.3, T_d = 0.0067$,对应的 $\omega = 34.3, \xi = 0.5$,取 $1/T_i = 3.43$.图2为其开环频率特性,相应的闭环极点为-17.44和-8.34 ± 30.53j,可见按式(7)设计的PD控制律,既保证了低频段的高增益,又基本保持了原有的稳定程度.

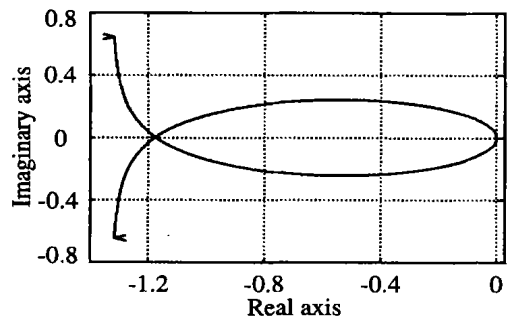


图2 PD控制下的Nyquist图

3 性能分析

系统的性能常用灵敏度函数

$$S(j\omega) = \frac{1}{1 + K(j\omega)G(j\omega)} \quad (8)$$

表示.式(8)表明,灵敏度等于系统对输出端扰动的抑制特性,是反馈控制中一个很重要的性能函数.

根据上节PD控制的数据,得到对应的灵敏度

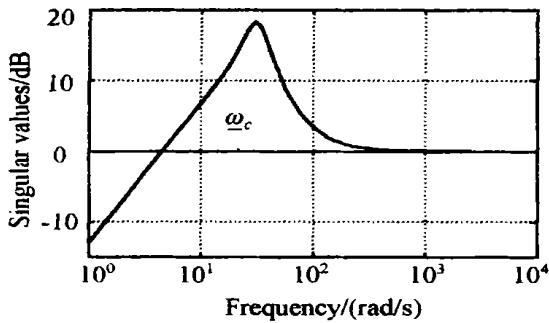


图 3 PD 控制下的灵敏度函数

函数如图 3 所示。图 3 是这类不稳定对象控制时的典型特性, 虽然系统有足够的阻尼($\xi = 0.5$), 但 $S(j\omega)$ 仍具有很大峰值。对于稳定对象的控制, 如果系统具有足够的阻尼, 则灵敏度函数 $S(j\omega)$ 的峰值很小, 甚至不明显, $S(j\omega)$ 与 0 dB 线的交点频率 ω 近似等于系统的带宽。因此, 系统综合时, 如 H_2 综合时, 常根据带宽要求来指定性能权函数。而对于不稳定对象的控制, 该法则则要修改, 因为 $S(j\omega)$ 有较大峰值, $S(j\omega)$ 与 0 dB 的交点 ω 要比带宽低, 如对磁悬浮列车的控制, $\omega_b = 62.6$, $\omega_c = 30.53$ (主导极点), 而 H_2 的性能权函数 $w_1 = \rho/s$ 中 ρ 的取值是 $3.8^{[6]}$ 。这说明对于不稳定对象的 H_2 控制, 性能权函数的 ρ 值远小于系统带宽, 且表示性能的灵敏度具有较高的峰值, 这与常规概念不同。

4 结 论

本文论述了对于不稳定对象的控制, 闭环幅频的峰值 M_p 不能代表系统的稳定程度。系统的稳定程度可用下幅值裕度 $GM = 1/l$ 和相位裕度表示, 当 $l = 2 \sim 1.2$ 和 $PM = 10^\circ \sim 30^\circ$ 时, 系统具有足够的阻尼。结合 PD, 讨论并给出了系统阻尼与频

域指标之间的关系, 说明了它可作为 H_2 控制设计中确定权函数的依据^[6,7]。

对于磁悬浮系统, 由于系统的回路增益不能大于 2, 所以一定要加积分规律才能使系统具有良好的干扰抑制性能。

参考文献(References):

- [1] Bittar A, Sales R M. H_2 and H_∞ control for maglev vehicles[J]. *IEEE Control System*, 1998, 18(4): 18-25
- [2] 李云钢, 常文森. 磁浮列车悬浮系统的串级控制[J]. *自动化学报*, 1999, 25(2): 247-251
(Li Yun-gang, Chang Wen-sen. Cascade control of an EM S maglev vehicle s levitation control system [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25(2): 247-251.)
- [3] Duan G R, Irwin G W, Liu G P. Disturbance attenuation in linear systems via dynamical compensators: A parametric eigenstructure assignment approach [J]. *IEE Proc of Control Theory Appl*, 2000, 147(2): 129-136
- [4] Keel L H, Bhattacharyya S P. Robust, Fragile, or Optimal? [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1098-1105
- [5] DeMore L A, Andrianos N P, Peterson R A, et al. Design study for a high accuracy three-axis test table [A]. *Proc AIAA Guidance, Navigation and Control Conf* [C]. Snowmass, 1985 318-333
- [6] 王广雄, 袁欣. H_2 控制: 两块还是三块问题[J]. *电机与控制学报*, 2001, 5(2): 81-83
(Wang Guang-xiong, Yuan Xin. H_2 control: 2-block or 3-block problems [J]. *Electric Machines and Control*, 2001, 5(2): 81-83.)
- [7] Fujita M, Namerikawa T, Matsumura F. μ -synthesis of an electromagnetic suspension system [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1995, 40(3): 530-536

下 期 要 目

反步方法原理及在非线性的鲁棒控制中的应用	杨俊华, 吴捷等
非匹配不确定系统的显式反步变结构控制	胡忻生, 胡跃明等
基于禁忌搜索的启发式任务路径规划算法	夏洁, 高金源等
无线通讯系统功率控制算法及收敛性	蔡敏, 张焕水等
基于粗糙集理论的模糊模型及其在复杂控制系统中的应用	陈双叶, 易继错
基于相序优化的多相位模糊交通控制	沈国江, 孙优贤
随机仿真优化的一类遗传序优化框架	王凌, 张亮等
多采样率数字控制系统的零点与无纹波渐近跟踪	肖建, 徐志根
共摊成本分配决策的公理化研究	郑立群, 夏庆等