

文章编号: 1001-0920(2002)05-0621-04

一种自适应广义预测极点配置加权控制器

关学忠¹, 曲洪权¹, 王利国², 刘志德¹

(1. 大庆石油学院 控制工程系, 黑龙江 安达 151400; 2. 大庆石油管理局 供电电器设备有限公司, 黑龙江 大庆 163454)

摘要: 针对预测控制存在如何减小计算量、保证实时性问题, 提出一种用计算量小的递推算法辨识方程参数的新方案, 并推广了以往文献有关 Diophantine 方程的递推算法。应用表明, 所提出的方案是有效的。

关键词: 广义预测控制; 极点配置; 自适应; 加权控制

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

An adaptive generalized predictive poleplacement weighted controller

GUAN Xue-zhong¹, QU Hong-quan¹, WANG Li-guo², LIU Zhi-de¹

(1. Department of Control Engineering, Daqing Petroleum Institute, Anda 151400, China; 2. Power Supply Unit Company Limited, Daqing Petroleum Administration Bureau, Daqing 163454, China)

Abstract: A new scheme using recursive algorithm is presented to identify parameters of equations. This scheme needs small calculative quantity and generalizes the Diophantine equations in the literature. The application indicates the validity of the scheme.

Key words: generalized predictive control; poleplacement; adaptive; weighted control

1 引言

基于离散参数模型的广义预测控制^[1], 因模型参数较少, 更易于在线估计参数和实现自适应控制。而广义预测极点配置控制器则较好地解决了闭环稳定性问题^[2]。文献[3]提出的广义预测极点配置加权控制器(GPPWC), 用加权控制律代替多步预测控制律, 无需进行矩阵求逆运算, 适用于开环不稳定的非最小相位系统, 并具有较强的鲁棒性。

考虑被控对象的 CARMA 模型和控制器的目标函数^[3]

$$Ay(k) = Bu(k-1) + Ce(k) \quad (1)$$

其中

$$A = 1 + \sum_{i=1}^{n_a} a_i q^{-i}, \quad B = \sum_{i=0}^{n_b} b_i q^{-i}$$
$$C = 1 + \sum_{i=1}^{n_c} c_i q^{-i}$$
$$J = E \left\{ \sum_{j=1}^p [Py(k+j) - Hy_r(k+j) + Qu(k+j-1)]^2 \right\} \quad (2)$$

其中, P, H 和 Q 为单位延迟算子 q^{-1} 的加权多项式,

收稿日期: 2001-11-07; 修回日期: 2002-02-05

基金项目: 黑龙江省自然科学基金项目(A01-14)

作者简介: 关学忠(1962—), 男(满族), 吉林省吉林市人, 副教授, 硕士, 从事自适应控制和模糊控制等研究; 曲洪权

(1973—), 男, 黑龙江青岗人, 讲师, 硕士, 从事计算机控制、模糊控制的研究。

$y(k+j)$ 为设定参考轨迹。引入 Diophantine 方程

$$\begin{cases} PC = AR_j + q^{-j}S_j, \quad \deg R_j = j - 1 \\ \deg S_j = \max\{n_a - 1, n_p + n_c - j\} \\ j = 1, 2, \dots, p \end{cases} \quad (3)$$

文献[3] 给出前 p 步对当前时刻 k 的预测控制量为

$$\begin{aligned} (BR_i + CQ)u(k|k - i + 1) = \\ CH y_r(k + 1) - S_j y(k - i + 1) \\ i = p, p - 1, \dots, 1 \end{aligned} \quad (4)$$

于是有如下加权控制律^[3]

$$u(k) = \sum_{j=1}^p \lambda_j u(k|k - j + 1), \quad \sum_{j=1}^p \lambda_j = 1 \quad (5)$$

在 B 含有不稳定零点(即 $B = B_+ B_-$, B_+ , B_- 分别为稳定和不稳定的多项式)的情况下,文献[3] 导出的闭环系统方程和闭环极点方程为

$$y(k + j) = M / [QA + PB] \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (6)$$

$$\begin{cases} M = [BHy_r(k + j) + \\ (BR_j + CQ)e(k + j)] \\ QA + PB = A_m B_+ \end{cases} \quad (7)$$

取 $B_m = B_m B_-$, $H = B_m$, 其中希望的闭环脉冲传递函数为 $A_m y(k) = B_m y_r(k)$ 。

一般在上述方案实施时,要用 Gauss 消去法在线求解方程(7), 计算量较大, 且解方程时若遇到病态数据, 还存在数值计算不稳定问题^[4]。为此, 本文提出一种改进方案, 并给出仿真实例。

2 改进的 GPPWC

方程(7) 未考虑观测多项式 A_0 , 当考虑 A_0 时, 应有

$$Q_1 A + PB_- = A_m A_0 \quad (8)$$

$$B_m = B_m B_-, \quad Q = Q_1 B_+, \quad H = B_m A_0 \quad (9)$$

事实上, 极零点配置问题就是通过选取 P, Q 和 H , 使

$$BH / [QA + PB] = B_m / A_m \quad (10)$$

成立。需要指出, 由于 $\deg A_m$ 通常小于 $\deg(QA + PB)$, 所以式(10) 左边一定存在因子相消, 这些被消去的公因式 A_0 可解释为观测多项式^[4]。加入观测多项式 A_0 的作用主要是通过对 A_0 的适当配置, 对系统的干扰有一定的抑制作用^[4]。我们取 $B_m = B_m B_-$, 由式(10) 知, 为能消去 B_+ , 应取 $Q = Q_1 B_+$, 则式(10) 可写成

$$B_- H / (Q_1 A + PB_-) = B_m B_- / A_m$$

所以, 必存在观测多项式 A_0 , 使式(8) 和 $H = B_m A_0$

成立。

同理, 当 B 的根均不稳定时, 有

$$B_m = B_m B, \quad H = B_m A_0 \quad (11)$$

$$QA + PB = A_m A_0 \quad (12)$$

2.1 闭环极点方程参数估计

如前所述, 在线解方程(8) 或(12) 计算量较大。下面以方程(12) 为例, 研究用带遗忘因子的拟最小二乘(QLS) 法^[5], 估计式(12) 中未知参数向量 x 。

算法 1 当式(1) 参数已知时, 方程(12) 的未知参数 x , 可用如下算法递推估计

$$\begin{aligned} x(k + 1) = \\ x(k) + r^{-1}(k + 1) h(k + 1) [z(k + 1) - \\ \eta(k + 1) - h^T(k + 1) x(k)] \end{aligned} \quad (13)$$

$$r(k + 1) = \alpha r(k) + h(k + 1)^2 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} h(k + 1) = \\ \text{block diag} \left[\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I_{n_q} & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I_{n_p-1} & 0 \end{bmatrix} \right] h(k) + \\ [\xi(k + 1), 0, \dots, 0, \eta(k), 0, \dots, 0]^T \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $\alpha = 0.95 \sim 0.99$ 为遗忘因子, \cdot 表示欧氏范数, black diag 表示分块对角阵。

证明 因为 P 是首 1 多项式^[3], 所以方程(12) 可规范化为

$$QA + (P - 1)B = A_m A_0 - B \quad (16)$$

式(16) 两边同时乘以 $y(k)$ 得

$$\begin{aligned} QA y(k) + (P - 1)B y(k) = \\ A_m A_0 y(k) - B y(k) \end{aligned} \quad (17)$$

置

$$\begin{cases} \xi(k) = A y(k) \\ \eta(k) = B y(k) \\ z(k) = A_m A_0 y(k) \end{cases} \quad (18)$$

则式(17) 可写成

$$\begin{aligned} z(k) - \eta(k) = \\ Q\xi(k) + (P - 1)\eta(k) = h^T(k) x \end{aligned} \quad (19)$$

$$x^T = (q_0, \dots, q_{n_q}, p_1, \dots, p_{n_p})$$

$$h^T(k) = (\xi(k), \dots, \xi(k - n_q), \eta(k - 1), \dots, \eta(k - n_p)) \quad (20)$$

基于式(19), 文献[5] 带遗忘因子的 QLS 法即为式(13) 和(14)。在式(20) 中将 k 换为 $k + 1$, 则有

$$\begin{aligned} h^T(k + 1) = \\ [0, \xi(k), \dots, \xi(k - n_q + 1), 0, \\ \eta(k - 1), \dots, \eta(k - n_p + 1)] + \\ [\xi(k + 1), 0, \dots, 0, \eta(k), 0, \dots, 0] \end{aligned}$$

由上式和式(20), 即可得到式(15)。

在定点调节问题中, 序列 $\{y(k)\}$ 常常不满足持续激励条件。众所周知, 在系统辨识中, M 序列信号是较好的试验信号, 为此用一组带直流分量的 M 序列信号 $\{m(k)\}$ 代替 $\{y(k)\}$, 则式(18)变为

$$\begin{cases} \xi(k) = Am(k) \\ \eta(k) = Bm(k) \\ z(k) = AmA_0m(k) \end{cases} \quad (21)$$

注 1 算法 1 初始化时, 用式(21)初始化 $h(k)$, 且 $z(k)$ 仅在此时计算一次即可。算法 1 在线运行时, $h(k)$ 的更新只需自右至左顺序移动一位, 且只用式(21)计算一次当前的 $\xi(k+1)$ 和 $\eta(k)$, 因而计算量显著减小。另外, 在式(13)中仅对 $r(k+1)$ 求倒数运算, 所以病态数据对该算法没有任何影响。

注 2 同理, 也可用算法 1 辨识方程(8)的参数, 但对 B 在线因式分解的计算量却十分可观。在解方程的方法中, 因式分解是为了减少方程(8)中未知参数的个数^[4]。在算法 1 计算量小的条件下, 从进一步减小计算量的目的出发, 对 B 可不作因式分解, 即统一用式(11)和(12)来处理。除非 B 是稳定的多项式, 此时有

$$Q = Q_1B, \quad H = BmA_0, \quad Q_1A + P = AmA_0$$

对上述方程, 可用类似于算法 1 的方法辨识参数。

注 3 文献[6]已证明拟最小二乘法具有全局收敛性。用类似方法可证明带遗忘因子的拟最小二乘法也以概率 1 收敛到参数的真值。

2.2 Diophantine 方程的递推算法

在实际问题中, Diophantine 方程(3)中多项式 S_j 的阶并不总能满足 $n_p + n_c - j = n_a - 1$, 即 $\deg S_j$ 是可变的。为此, 必须推广文献[2, 3]中的相应递推算法。由式(3)知, 当 j 较小时, 有 $n_p + n_c - j > n_a - 1$ 。为研究方便, 简记 $\deg S_j = s$, 则 $\deg S_{j+1} = s - 1$, 当 j 增至某一值后, 有 $n_p + n_c - j = n_a - 1$, 此时由式(3)知 $\deg S_j = \deg S_{j+1} = n_a - 1$ 。于是有如下递推算法:

算法 2 Diophantine 方程(3)可用如下算法递推计算

$$r_{j+1,i} = r_{j,i}, \quad i = 0, 1, \dots, j - 1 \quad (22)$$

$$r_{j+1,j} = s_{j,0} \quad (23)$$

当 $n_p + n_c - j > n_a - 1$ 时, 有

$$S_{j+1,i} = S_{j,i+1} - a_{i+1}S_{j,0}, \quad i = 0, 1, \dots, n_a - 1 \quad (24)$$

$$S_{j+1,i} = S_{j,i+1}, \quad i = n_a, \dots, s - 1 = \deg S_{j+1}$$

当 $n_p + n_c - j = n_a - 1$ 时, 有

$$S_{j+1,i} = S_{j,i+1} - a_{i+1}S_{j,0}, \quad i = 0, 1, \dots, n_a - 2 \quad (26)$$

$$S_{j+1,n_a-1} = -a_{n_a}S_{j,0} \quad (27)$$

证明 因 $\forall j \in \{1, 2, \dots, p\}$, 式(3)中 PC 是固定的, 将式(3)中 j 换成 $j+1$, 得到一新等式, 新等式减去式(3), 并整理得

$$R_{j+1} - R_j = q^{-j}(S_j - q^{-1}S_{j+1})/A \quad (28)$$

因式(28)右边前 $j-1$ 次项为零, 可证式(22)成立。将 $R_{j+1} - R_j = r_{j+1,j}q^{-j}$ 代入式(28)得

$$S_{j+1} = q[S_j - r_{j+1,j}A]$$

现证式(24)和(25)成立。将上式展开并整理得

$$\begin{aligned} & s_{j+1,0} + s_{j+1,1}q^{-1} + \dots + s_{j+1,n_a-1}q^{-n_a+1} + \\ & \dots + s_{j+1,s-1}q^{-s+1} = \\ & q[(s_{j,0} - r_{j+1,j}) + (s_{j,1} - ar_{j+1,j})q^{-1} + \\ & \dots + (s_{j,n_a} - a_n r_{j+1,j})q^{-n_a} + \dots + s_{j,s}q^{-s}] \end{aligned}$$

比较上式两边 q^{-1} 同次幂系数, 可证式(23)~(25)成立。同理可证式(26)和(27)成立。

2.3 改进的自适应控制器

改进的自适应 GPPWC 实现步骤如下:

设 n_a, n_b, n_c 为式(1)中相应多项式的阶, p 为式(2)优化时域长度, λ_i 为式(5)中权系数, α 为参考输入滤波器系数。式(11)和(12)中多项式 A_m, B_m 和 A_0 已用适当方法选定^[4]。于是有:

- 1) 置初值 $n_a, n_b, n_c, p, A_m, B_m, A_0, \lambda, \alpha$, 给出递推增广最小二乘法(RELS)初值 $\theta(0), P(0)$ 和 QLS 法初值 $x(0), r(0)$;
- 2) 测取数值 $y(k)$ 和 $y_r(k)$;
- 3) 用 RELS 法估计模型(1)参数 $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$;
- 4) 用算法 1 估计加权多项式 P 和 Q , 用式(11)计算 H ;
- 5) 用算法 2 递推计算 R_j 和 S_j ;
- 6) 用式(4)计算 $u(k|k-i+1), i = 1, \dots, p$;
- 7) 用式(5)计算 $u(k)$;
- 8) 重复步骤 2)~7)。

3 仿真实例

在仿真实验中, 被控对象由仿真模型代替, 该模型具有式(1)的形式。取 $n_a = 3, n_b = 2, n_c = 2$, 由闭环极点方程有解的必要条件^[4]知, $n_p = n_a - 1 = 2, n_q = n_b - 1 = 1$, 则方程(12)中未知参数个数 $v = n_p + n_q + 1 = n_a + n_b - 1 = 4$ 。易知 $\deg(AmA_0) =$

$na + nb - 1 = 4$ 。若取 $\deg A_m = 2$, 则 $\deg A_0 = 2$ 。期望的闭环特征多项式 A_m 为^[4]

$$A_m = 1 - 2\exp(-\xi\omega T)\cos(\sqrt{1-\xi^2}\omega T)q^{-1} + \exp(-2\xi\omega T)q^{-2}$$

$$T = 2\pi/[N\omega\sqrt{1-\xi^2}]$$

通常 $N = 10 \sim 20$, $\omega T = 0.45 \sim 0.9$, 取 $N = 15$, $\omega T = 0.6$, $\xi = 0.707$ 。观测多项式 A_0 的根也配置在稳定域, 按衰减速率比 A_m 的根约快 5 倍选取。多项式 B_m 不必单独考虑, 只需确定 H 即可。设计 H 主要保证被调量对参考轨迹 y_r 的无偏差跟踪。

在式(6)两边取数学期望, 并令 $q^{-1} = 1$, 再应用式(12)有

$$E\{y(k+j)\} = B(1)H(1)y_r(k+j)/[A_m(1)A_0(1)]$$

若满足 $E\{y(k+j)\} = y_r(k+j)$, 则应有 $H(1) = A_m(1)A_0(1)/B(1)$ 。在线运行时, 取

$$H(q^{-1}) = A_m(1)A_0(q^{-1})/B(1)$$

取优化时域长度为 $p = 6$ 。仿真中省略了参考输入滤波器, 参考轨迹 $y_r(k)$ 直接用方波和三角波信号。

本文控制系统仿真结果如图 1 和图 2 所示。文献[3]控制系统的仿真效果与本文结果相当, 故略去。仍用 v 表示方程(12)未知参数的个数, 当用 Gauss 消去法解该方程时, 约作 $1.5(v^2 + v)$ 次乘法, 而新方案用 QLS 法辨识该方程参数时, 仅作 $3v$ 次乘法和一次除法, 显然新方案计算量要小得多。

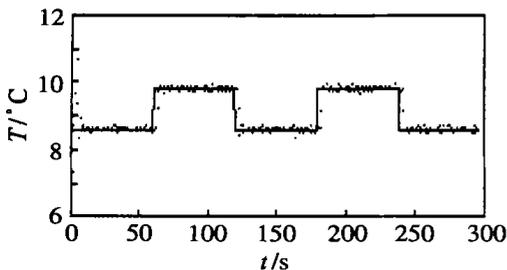


图 1 $y_r(k)$ 为方波时 $y(k)$ 的跟踪曲线

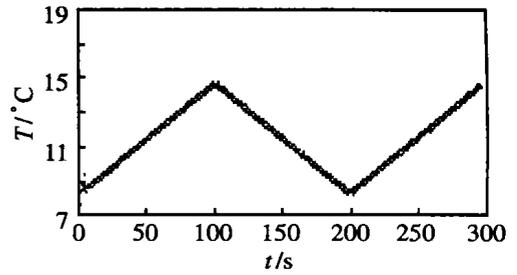


图 2 $y_r(k)$ 为三角波时 $y(k)$ 的跟踪曲线

4 结 论

本文提出一种用带遗忘因子的 QLS 法辨识闭环极点方程参数的新方法。应用结果表明, 在控制效果相同的情况下, 该算法能显著减小计算量, 改进控制系统的实时性, 而且具有数值计算的稳定性。本文方法可推广应用于其它 GPPC 和极点配置自校正控制器。

参考文献(References):

- [1] Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized predictive control[J]. *Automatica*, 1987, 23(2): 137-160.
- [2] 舒迪前. 预测控制系统及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 1996.
- [3] 慈春令, 侯培国. 采用加权控制律的自适应广义预测极点配置控制器[J]. *控制理论与应用*, 1994, 11(3): 303-308.
(Ci Chun-ling, Hou Pei-guo. An adaptive generalized predictive poleplacement controller with weighted control law[J]. *Control Theory & Application*, 1994, 11(3): 303-308.)
- [4] 王秀峰, 孙永华, 祝和士. 适应控制系统——理论与设计应用[M]. 北京: 化学工业出版社, 1990.
- [5] 刘铁男. 带遗忘因子的拟最小二乘法[J]. *大庆石油学院学报*, 1987, 11(2): 108-112.
(Liu Tie-nan. Quasi-least-squares method with forgetting factor[J]. *J of Daqing Petroleum Institute*, 1987, 11(2): 108-112.)
- [6] 陈翰馥. 随机递推估计[M]. 北京: 科学出版社, 1984.