第 17 卷 第 6 期 控 制 与 决 策 2002 年 11 月
Vol. 17 No. 6 *Control and Decision* Nov. 2002

文章编号: 1001-0920(2002) 06-871-05

# 一类奇异时滞系统的奇异二次指标最优控制问题

冯俊娥, 程兆林
(山东大学 数学与系统科学学院, 山东 济南 250100)

**摘 要**: 利用基本的代数等价变换, 将一类奇异滞后系统的奇异二次指标最优控制问题转化为正常状态滞后系统的非奇异二次指标最优控制问题, 并讨论了二者的等价性。在一些常规条件下, 给出了问题的解, 并把最优控制综合为最优状态反馈。

关键词: 最优控制; 反馈控制; 奇异时滞系统; 奇异二次指标
中图分类号: TP 13 文献标识码: A

# Singular LQ problem for a class of singular system with time delay

*FENG Jun-e, CHENG Zhao-lin*
(School of Mathematics and System Science, Shandong University, Ji'nan 250100, China)

**Abstract**: Using elementary linear algebra and the equivalence principle, singular LQ problem for a class of singular systems with time delay is discussed and the relationship between the problem and the singular or nonsingular LQ problem for standard systems with delayed state is obtained. Under some general conditions, the optimal control and the optimal state of the LQ problem are given. The optimal control can be synthesized as state feedback.

**Key words**: optimal control; feedback control; singular system with time delay; singular quadratic performance indices

## 1 引 言

应用 Pontryagin 的最大值原理和 Bellman 的最优控制原理, 非滞后系统的最优控制问题已基本得到解决。Kharatishvili[1,2] 将最大值原理推广到时滞系统。对于非滞后奇异系统的非奇异二次指标最优控制已有很多好的结果[3,4], 同样, 非滞后奇异系统的奇异二次指标最优控制也有一些好的结果[5,6]。然而关于奇异滞后系统的二次指标的研究目前尚未见到相关报道。

本文推广文献[6]的方法, 利用基本的代数等价变换, 研究奇异滞后系统的奇异二次指标最优控制问题与正常状态滞后系统的非奇异二次指标最优控制问题之间的关系。在一些常规条件下, 给出问题的解, 并把最优控制综合为最优状态反馈。

收稿日期: 2001-09-17; 修回日期: 2001-11-05
基金项目: 国家重点基础发展规划项目(G1980020300); 教育部高教博士学科专项科研基金项目(98042212); 山东省自然科学基金项目(Q99A07)
作者简介: 冯俊娥(1971—), 女, 山东聊城人, 博士生, 从事时滞系统等研究; 程兆林(1939- ), 男, 浙江宁波人, 教授, 博士生导师, 从事多变量控制理论与应用、非线性系统、时滞系统等研究。

## 2 问题描述

考虑一类线性奇异时滞系统的二次指标最优控制问题, 这里系统 $\Sigma_1$ 为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_h x_1(t-h) + A_{11}x_1(t) + \\ \qquad A_{12}x_2(t) + B_1u(t) \\ 0 = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) + B_2u(t) \\ y(t) = C_1x_1(t) + C_2x_2(t) \\ x_1(t) = \phi(t), \quad t \in [-h, 0] \end{cases} \tag{1}$$

指标泛函为

$$J_1(u,(x_1,x_2)) = \int_0^\infty (y^Ty + u^TRu)\mathrm{d}t \tag{2}$$

其中, $x_1 \in R^p$ 为动态向量, $x_2 \in R^{n-p}(n > p)$ 为静态向量; $y \in R^m$, $u \in R^r$ 是输出和输入向量; $\phi(t) \in R^p$ 为定义在区间 $[-h, 0]$ 上的连续初始函数; $h > 0$ 为滞后常数; $A_{ij}(i,j = 1,2)$, $B_i(i = 1,2)$, $C_i(i = 1,2)$, $A_h$ 为适维常阵; $R \geq 0$。

通常对任意的控制输入 $u$, 未必存在 $x$ 满足(1), 即使存在, $x$ 也不一定唯一。因此指标(2) 的极小化问题不能象正常状态空间系统那样在允许控制集内进行, 而应在允许控制–状态对的集内进行。对于上述问题的允许控制–状态对的集 $\mathcal{Y}_1$, 本文作如下规定

$\mathcal{Y}_1 = \{(u,(x_1,x_2)) \mid (u,(x_1,x_2))$ 满足(1) 且 $u,(x_1,x_2)$ 都是分段连续的$\}$

记系统 $\Sigma_1$ 在允许控制–状态对的集 $\mathcal{Y}_1$ 及指标(2) 下的最优控制问题为 $P_1$, 解 $P_1$ 即是寻求 $(u^*,(x_1^*,x_2^*)) \in \mathcal{Y}_1$, 使得

$$J_1(u^*,(x_1^*,x_2^*)) = \min_{(u,(x_1,x_2)) \in \mathcal{Y}_1} J_1(u,(x_1,x_2)) \tag{3}$$

**定义 1**[6] 称两个最优控制问题是等价的, 如果它们的允许控制–状态对的集之间存在一双射, 并且像与原像的指标值对应相等。

**注 1** 定义 1 所述两最优控制问题的"等价"具有反身性、对称性和传递性, 因而是一种等价关系, 它能保证两等价最优控制问题具有相同的解的存在性、唯一性及相同的最优指标值, 因而其中一个问题的求解可归结为另一个问题的求解。

## 3 主要结果

下面首先将系统(1) 的奇异 LQ 问题转化为正常滞后状态空间的非奇异 LQ 问题, 然后讨论二者之间的关系, 最后给出问题 $P_1$ 的最优控制与最优状态, 并以状态反馈的形式给出最优控制。

首先给出一个重要的引理, 它可保证集合 $\mathcal{Y}_1$ 非空, 因为若 $\mathcal{Y}_1$ 为空集, 则问题 $P_1$ 没有意义。

**引理 1** 对任意连续的初始函数 $\phi(t)$, 存在连续的控制状态对 $(u,(x_1,x_2))$ 满足(1) 的充分条件是 $[A_{22} \quad B_2]$ 行满秩。

证明 由题设知, 存在矩阵 $F_1 \in R^{(n-p)\times p}$, $F_2 \in R^{r\times p}$ 满足

$$A_{21} = [A_{22} \quad B_2]\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

令 $x_1(t)$ 为微分方程

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_h x_1(t-h) + A_{11}x_1(t) - \\ \qquad (A_{12}F + B_1F_2)x_1(t) \\ x_1(t) = \phi(t), \quad t \in [-h, 0] \end{cases}$$

的解, 且令

$$\begin{bmatrix} x_2(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} x_1(t)$$

则以上控制–状态对 $u(t)$, $x_1(t)$, $x_2(t)$ 是分段连续的且满足(1)。□

因此本文中需要假设 $[A_{22} \quad B_2]$ 行满秩。由于 $[A_{22} \quad B_2]$ 行满秩, 故存在非奇异阵 $P \in R^{(n-p+r)\times(n-p+r)}$, 使得

$$[A_{22} \quad B_2]P = [I_{n-p} \quad 0] \tag{4}$$

令

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_{12} & B_1 \\ A_{22} & B_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{12} & \bar{B}_1 \\ I_{n-p} & 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

作满秩变换

$$\begin{bmatrix} x_1(t-h) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{11} & P_{12} \\ 0 & 0 & P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t-h) \\ x_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \\ \bar{u}(t) \end{bmatrix} \tag{6}$$

显然在变换(6) 下系统 $\Sigma_1$ 变为 $\Sigma_2$, 即

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_h x_1(t-h) + \bar{B}_1\bar{u}(t) + \\ \qquad (A_{11} - \bar{A}_{12}A_{21})x_1(t) \\ \bar{x}_2(t) = -A_{21}x_1(t) \\ y(t) = (C_1 - C_2P_{11}A_{21})x_1(t) + C_2P_{12}\bar{u}(t) \\ x_1(t) = \phi(t), \quad t \in [-h, 0] \end{cases} \tag{7}$$

指标 $J_1(u,(x_1,x_2))$ 恒等地变为

$$J_2(\bar{u},x_1) = \int_0^\infty (x_1^T, \bar{u}^T)Q\begin{bmatrix} x_1 \\ \bar{u} \end{bmatrix}\mathrm{d}t \tag{8}$$

式中

$$Q=\begin{bmatrix} I_p & 0\\ -A_{21} & 0\\ 0 & I_r\end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix} I_p & 0 & 0\\ 0 & P_{11} & P_{12}\\ 0 & P_{21} & P_{22}\end{bmatrix}^{\mathrm T}\times$$
$$\begin{bmatrix} C_1^{\mathrm T}C_1 & C_1^{\mathrm T}C_2 & 0\\ C_2^{\mathrm T}C_1 & C_2^{\mathrm T}C_2 & 0\\ 0 & 0 & R\end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_p & 0 & 0\\ 0 & P_{11} & P_{12}\\ 0 & P_{21} & P_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_p & 0\\ -A_{21} & 0\\ 0 & I_r\end{bmatrix} \tag{9}$$

记
$$Q=\begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12}\\ Q_{12}^{\mathrm T} & Q_{22}\end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix}\overline{W}_1\\ \overline{W}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}P_{11}\\ P_{21}\end{bmatrix}A_{21} \tag{10}$$

经简单计算得

$$Q_{11}=(C_1-C_2\overline{W}_1)^{\mathrm T}(C_1-C_2\overline{W}_1)+\overline{W}_2^{\mathrm T}R\overline{W}_2 \tag{11}$$

$$Q_{12}=(C_1-C_2\overline{W}_1)^{\mathrm T}C_2P_{12}-\overline{W}_2^{\mathrm T}RP_{22} \tag{12}$$

$$Q_{22}=P_{12}^{\mathrm T}C_2^{\mathrm T}C_2P_{12}+P_{22}^{\mathrm T}RP_{22} \tag{13}$$

注意，系统 $\Sigma_2$ 可视 $x_1$ 为状态向量，$\bar u(t)$ 为控制向量，$\bar x_2(t)$ 为输出变量，$y(t)$ 为输出变量。

规定 $\Sigma_2$ 关于指标 $J_2(\bar u, x_1)$ 的允许控制－状态对集为

$$\mathcal{Y}_2=\{(\bar u,x_1)\mid(\bar u,x_1)\ \text{是}\ \Sigma_2\ \text{的控制－状态对},\ \bar u\ \text{和}\ x_1\ \text{分段连续}\}$$

设 $\Sigma_2$ 在集 $\mathcal{Y}_2$ 及指标(8) 下的最优控制问题为 $P_2$。显然 $P_2$ 为正常状态空间线性系统二次指标最优控制问题，$P_2$ 是奇异的或非奇异的完全取决于 $Q_{22}$ 是正定的或非正定的。

下面首先考察问题 $P_1$ 与 $P_2$ 的等价性，然后考察 $Q_{22}>0$ 的充要条件。

事实上，下述基于式(6) 的变换

$$[x_1^{\mathrm T}(t-h)\quad x_1^{\mathrm T}(t)\quad x_2^{\mathrm T}(t)\quad u^{\mathrm T}(t)]^{\mathrm T}=$$
$$\begin{bmatrix} I_p & 0 & 0 & 0\\ 0 & I_p & 0 & 0\\ 0 & 0 & P_{11} & P_{12}\\ 0 & 0 & P_{21} & P_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_p & 0 & 0\\ 0 & I_p & 0\\ 0 & -A_{21} & 0\\ 0 & 0 & I_r\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t-h)\\ x_1(t)\\ \bar u(t)\end{bmatrix} \tag{14}$$

可实现 $\mathcal{Y}_2$ 到 $\mathcal{Y}_1$ 的双射，这是因为：

1) 对任一$(x_1,\bar u)\in\mathcal{Y}_2$，由式(14) 确定的$(u(x_1, x_2))$ 满足

$$\begin{bmatrix} A_h & A_{11} & A_{12} & B_1\\ 0 & A_{21} & A_{22} & B_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t-h)\\ x_1(t)\\ x_2(t)\\ u(t)\end{bmatrix}=$$
$$\begin{bmatrix} A_h & A_{11} & A_{12} & B_1\\ 0 & A_{21} & A_{22} & B_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_p & 0 & 0 & 0\\ 0 & I_p & 0 & 0\\ 0 & 0 & P_{11} & P_{12}\\ 0 & 0 & P_{21} & P_{22}\end{bmatrix}\times$$
$$\begin{bmatrix} I_p & 0 & 0\\ 0 & I_p & 0\\ 0 & -A_{21} & 0\\ 0 & 0 & I_r\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t-h)\\ x_1(t)\\ \bar u(t)\end{bmatrix}\overset{(5)}{=}$$
$$\begin{bmatrix} A_h & A_{11}-\overline{A}_{12}A_{21} & \overline{B}_1\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t-h)\\ x_1(t)\\ \bar u(t)\end{bmatrix}\overset{(7)}{=}\begin{bmatrix}\mathring{x}_1(t)\\ 0\end{bmatrix}$$

2) 注意到式(14) 的变换矩阵列满秩，因此上述映射为 $\mathcal{Y}_2$ 到 $\mathcal{Y}_1$ 的单射。

3) 对任一$(u,(x_1,x_2))\in\mathcal{Y}_1$，由(1)，(5)，(6) 所确定的$(\bar u, x_1)$ 满足式(14) 及方程(7)，即$(\bar u, x_1)$ 是$(u,(x_1,x_2))\in\mathcal{Y}_1$ 在(14) 下的原像，亦即变换(14) 实现了 $\mathcal{Y}_2$ 到 $\mathcal{Y}_1$ 的满射。

综上所述，变换(14) 为 $\mathcal{Y}_2$ 到 $\mathcal{Y}_1$ 的双射，且像与原像的指标值相等，因而问题 $P_1$ 与 $P_2$ 等价。

下面考察 $Q_{22}>0$ 的充要条件。我们有如下定理：

**定理 1**　$Q_{22}>0$ 当且仅当

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} A_{22} & B_2\\ C_2 & 0\\ 0 & R\end{bmatrix}=n-p+r \tag{15}$$

证明　注意到

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} A_{22} & B_2\\ C_2 & 0\\ 0 & R\end{bmatrix}=\operatorname{rank}\begin{bmatrix} A_{22} & B_2\\ C_2 & 0\\ 0 & \overline{R}\end{bmatrix}=$$
$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} A_{22} & B_2\\ C_2 & 0\\ 0 & \overline{R}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12}\\ P_{21} & P_{22}\end{bmatrix}=$$
$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} I_{n-p} & 0\\ C_2P_{11} & C_2P_{12}\\ \overline{R}P_{21} & \overline{R}P_{22}\end{bmatrix}$$

由式(13) 知，$Q_{22}>0$ 当且仅当式(15) 成立。□

因此本文假设式(15) 成立。由于 $Q_{22}>0$，作非奇异线性变换，有

$$\begin{bmatrix} x_1(t)\\ \bar u(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} I_p & 0\\ -Q_{22}^{-1}Q_{12}^{\mathrm T} & I_r\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t)\\ v(t)\end{bmatrix} \tag{16}$$

在变换(16) 下系统 $\Sigma_2$ 变换为 $\Sigma_3$，即

$$\begin{cases}\mathring{x}_1(t)=A_hx_1(t-h)+A_1x_1(t)+\overline{B}_1v(t)\\ \bar x_2(t)=-A_{21}x_1(t)\\ y(t)=\overline{C}x_1(t)+C_2P_{12}v(t)\\ x_1(t)=\phi(t),\quad t\in[-h,0]\end{cases} \tag{17}$$

其中 $A_1=A_{11}-\overline{A}_{12}A_{21}-\overline{B}_1Q_{22}^{-1}Q_{12}^{\mathrm T}$

$$\bar{C} = (C_1 - C_2P_{11}A_{22}) - C_2P_{12}Q_{22}^{-1}Q_{12}^{T}$$

指标$J_2(\bar{u}, x_1)$恒等地变为

$$J_3(v,x_1) = \int_0^\infty [x_1^{T}\ v^{T}]\begin{bmatrix}\bar{Q}_{11} & 0\\ 0 & Q_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ v\end{bmatrix}\mathrm{d}t \qquad (18)$$

其中$\bar{Q}_{11} = Q_{11} - Q_{12}Q_{22}^{-1}Q_{12}^{T}$。相应于指标$\Sigma_3$的允许控制-状态对集为:

$$\mathcal{Y}_3 = \{(v,x_1) \mid (v,x_1)\ \text{满足}\ \Sigma_3, (v,x_1)\ \text{分段连续}\}$$

设$\Sigma_3$在集$\mathcal{Y}_3$及指标(18)下的最优控制问题为$P_3$。由于变换(16)为$\mathcal{Y}_3$到$\mathcal{Y}_2$的一个双射,因而问题$P_2$与$P_3$等价。

下面给出问题$P_3$有解的一个充分条件。

**引理 2**[7] 系统$\Sigma_3$的最优控制律为

$$v^*(t) = -Q_{22}^{-1}\bar{B}_1^{T}\Big[W_1x_1(t) + \int_{-h}^{0} W_2(s)x_1(t+s)\,\mathrm{d}s\Big] \triangleq L(t,x_1), \quad t\geq 0 \qquad (19)$$

若$v^*(t)$是使系统$\Sigma_3$稳定的控制器,且满足下列条件

$$\begin{cases}A_1^{T}W_1 + W_1A_1 + W_1\bar{B}_1Q_{22}^{-1}B_1^{T}W_1 + \\ W_2(0) + W_2^{T}(0) + Q = 0\\ -\mathrm{d}W_2(s)/\mathrm{d}s + [A_1^{T} - \\ W_1\bar{B}_1Q_{22}^{-1}B_1^{T}]W_2(s) + W_3(0,s) = 0\\ W_2^{T}(r)\bar{B}_1Q_{22}^{-1}\bar{B}_1^{T}W_2(s) + \\ \partial W_3(r,s)/\partial r + \partial W_3(r,s)/\partial s = 0\\ W_2(-h) = W_1A_h\\ \bar{W}_3(-h,s) = A_h^{T}W_2(s)\end{cases} \qquad (20)$$

其中,$-h\leq r\leq 0$, $-h\leq s\leq 0$, $W_1$是对称正定阵,并且相应的最优指标为

$$J^* = \Phi^{T}(0)W_1\Phi(0) + 2\Phi^{T}(0)\int_{-h}^{0}W_2(s)\Phi(s)\,\mathrm{d}s + \int_{-h}^{0}\int_{-h}^{0}\Phi^{T}(r)W_3(r,s)\Phi(s)\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}s \qquad (21)$$

文献[7]给出了引理2的证明,并且讨论了系统$\Sigma_3$近似解的求法。

**定理 2** 若问题$P_3$满足引理2的条件,则问题$P_1$有唯一性,与正常状态空间线性系统情形不同,最优控制有多种状态反馈形式,但必选择一类使得闭环状态-轨线连续可微,且唯一依赖于初值。

证明 由假设知问题$P_3$有解。将(19)代入(17),则有

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t) = A_hx_1(t-h) + A_1x_1(t) + \bar{B}_1L(t,x_1)\\ x_1(t) = \Phi(t), \quad t\in[-h, 0]\end{cases} \qquad (22)$$

设$x_1^*(t)$为方程(22)的解,则

$$u^*(t) = v^*(t) - Q_{22}^{-1}Q_{12}^{T}x_1^*(t) = L(t,x_1^*) - Q_{22}^{-1}Q_{12}^{T}x_1^*(t) \triangleq \bar{L}(t,x_1^*) \qquad (23)$$

注意到问题$P_2$按双射(14)等价于$P_1$,故$P_1$的最优控制-轨线对$(u^*, (x_1^*, x_2^*))$为

$$\begin{bmatrix}x_1^*\\ x_2^*\\ u^*\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}I_p & 0 & 0\\ 0 & P_{11} & P_{12}\\ 0 & P_{21} & P_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_p & 0\\ -A_{21} & 0\\ 0 & I_r\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1^*\\ \bar{L}(t,x_1^*)\end{bmatrix} \qquad (24)$$

从上式容易推得

$$x_2^*(t) = -P_{11}A_{21}x_1^* + P_{12}\bar{L}(t,x_1^*) \qquad (25)$$

$$u^*(t) = -P_{21}A_{21}x_1^* + P_{22}\bar{L}(t,x_1^*) \qquad (26)$$

下面讨论将$u^*(t)$综合为形为

$$u^*(t) = K_1(t,x_1^*) + K_2x_2^* \qquad (27)$$

时,闭环状态-轨线唯一依赖于初值的问题,这是显然的。反馈律(23)作用于系统$\Sigma_1$构成$\Sigma_{1c}$,即

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t) = A_hx_1(t-h) + B_1K_1(t,x_1) + \\ \qquad A_{11}x_1(t) + (A_{12} + B_1K_2)x_2(t)\\ 0 = A_{21}x_1(t) + B_2K_1(t,x_1) + \\ \qquad (A_{22} + B_2K_2)x_2(t)\\ y(t) = C_1x_1(t) + C_2x_2(t)\\ x_1(t) = \Phi(t), \quad t\in[-h, 0]\end{cases} \qquad (28)$$

因此,为使闭环状态-轨线唯一依赖于初值,必须且只须$(A_{22} + B_2K_2)$非奇异。这等价于$[A_{22}, B_2]$行满秩,故必存在$K_2$使$(A_{22} + B_2K_2)$非奇异。取$K_2$使$(A_{22} + B_2K_2)$非奇异,$K_2$取定后,按式(25)~(27)即可推得

$$K_1(t,x_1^*) = (K_2P_{11} - P_{21})A_{21}x_1^* + (P_{22} - K_2P_{12})\bar{L}(t,x_1^*) \qquad (29)$$

于是控制律(27)可保证闭环状态-轨线连续可微且唯一依赖于初值。□

**注 2** 状态反馈控制器不再是线性的,这是由系统的滞后项所引起的。

**注 3** 当$A_h = 0$,上面结果与文献[6]的结果一致,因此本文结果为文献[6]结果的一个推广。

## 4 结 语

本文讨论了一类线性奇异滞后系统的奇异LQ问题。在一些常规条件下,把问题转化为正常滞后系统的非奇异LQ问题,并讨论了二者之间的等价关系。同时给出了奇异二次指标的最优控制与最优轨线,并把控制综合为状态反馈的形式。

参考文献(References):


[1] Kharatishvili G L. The maximum principle in the theory of optimal process with time-lags[J]. *Dolk Akad Nauk*, 1961, 136(1): 39-43.

[2] Kharatishvili G L. *A Maximum Principle in External Problem with Delays, Mathematical Theory of Control*[M]. Academic Press: A V Balakrishnan, L W Neustadt, 1967.

[3] Bender D J, Laub A J. The linear-quadratic optimal regulator for descriptor systems[J]. *IEEE Trans on Automat Contr*, 1987, 32(8): 672-688.

[4] Cobb D. Descriptor variable systems and optimal state regulation[J]. *IEEE Trans on Automat Contr*, 1983, 28(5): 601-611.

[5] Chen Y, Ma S, Cheng Z. Singular optimal control problem of linear singular systems with linear-quadratic cost[A]. *Proc 14th World Congress of IFAC*[C]. Beijing, 1999. F: 223-228.

[6] Zhu J, Ma S, Cheng Z. Singular LQ problem for descriptor systems[A]. *Proc 38th IEEE Conf Decision Contr*[C]. Arizona, 1999. 4098-4099.

[7] Ross D W, Flügge-Lotz I. An optimal control problem for systems with differential difference equation dynamics[J]. *SIAM J Control*, 1969, 7(7): 608-623.


(上接第 866 页)


[3] Branicky M S, Mitter S K. Algorithms for optimal hybrid control[A]. *Proc IEEE Conf on Decision and Control*[C]. New Orleans, 1995. 2661-2666.

[4] Stiver J A, Antsaklis P J, Lemmon M D. Hybrid control system design based on natural invariants[A]. *Proc of the 34th Conf on Decision and Control*[C]. New Orleans, 1995. 1445-1460.

[5] Xu X, Antsaklis P J. Optimal control of switched systems: New results and open problems[A]. *Proc of the American Control Conf*[C]. Chicago Illinois, 2000. 2683-2687.

[6] Ye H, Michel A N. Stability theory for hybrid dynamical systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(4): 461-474.

[7] Branicky M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(4): 475-482.

[8] Pettersson S, Lennartson B. Control design of hybrid systems[A]. *Lecture Notes in Computer Science, Hybrid Systems*[C]. Grenoble, 1997. 1201: 240-254.


(上接第 870 页)

参考文献(References):


[1] 章兢, 刘晓燕. 基于图像序列处理的回转窑煅烧区温度测量[J]. 电子测量与仪器学报, 1999, 13(4): 67-71.
(ZHANG Jing, LIU Xiaoyan. The measurement of sintering temperature in kiln based on image processing[J]. *The Transaction of Electric Measurement and Instrument*. 1999, 13(4): 67-71.)

[2] 谭皓, 李立源, 陈维南. 基于 BP 网络的锅炉炉膛火焰燃烧状态自动识别[J]. 自动化学报, 1998, 24(2): 667-670.
(TAN Hao, LI Liyuan, CHEN Weinan. Burner flame recognition based on backpropagation neural network[J]. *Acta Automatic Sinica*, 1998, 24(2): 667-670.)

[3] D L Hall. *Mathematical Techniques in Multisensor Data Fusion*[M]. Norwood: Artech House Publisher, 1992.

[4] 赵振宇, 徐用懋. 模糊理论和神经网络的基础与应用[M]. 北京. 清华大学出版社, 1996.

[5] 袁南儿, 王万良, 苏宏业. 计算机新型控制策略及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998.