

文章编号: 1001-0920(2002)06-904-04

# 月球机器人运动学建模与运动收敛性分析

王 巍<sup>1,2</sup>, 强文义<sup>2</sup>, 梁 斌<sup>1</sup>

(1. 国家高技术航天领域空间机器人工程研究中心, 北京 100080; 2. 哈尔滨工业大学 控制工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 首先建立了月面坐标系中月球机器人的直角坐标运动学方程, 并在此基础上推导出运动学方程的极坐标表达形式。然后, 针对月球机器人的运动控制问题, 推导了为保证月球机器人的运动全局渐近收敛其线速度和角速度所应满足的充分条件, 并进行证明。

**关键词:** 月球机器人; 运动学建模; 全局渐近收敛

**中图分类号:** TP 117 **文献标识码:** A

## Kinematics modeling and convergence analysis of a lunar robot locomotion system

WANG Wei<sup>1,2</sup>, QIANG Wen-yi<sup>2</sup>, LIANG Bin<sup>1</sup>

(1. National Space Robotic Center, Beijing 100080, China; 2. Department of Control Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** The kinematic modeling of a lunar robot locomotion system in polar coordinates is proposed based on the ones in Cartesian coordinates. Then the conditions which the linear velocity and angular velocity of the lunar robot should meet are discussed respectively so as to guarantee the globally asymptotical convergence of the lunar robot locomotion as for a specified site, and the proof is given.

**Key words:** lunar robot; kinematic modeling; globally asymptotical convergence

## 1 引 言

与传统的移动机器人不同, 月球机器人具有一定的特殊性, 这种特殊性主要是由月球机器人的工作环境决定的<sup>[1]</sup>。月面是一个极其复杂、不确知的(或部分确知的)非结构化环境, 难以精确地建模, 正是月面的这种复杂特性决定了月球机器人对月面环境必须具有足够强的鲁棒性, 也就是说, 实现月球机器人的高精度运动控制是至关重要的<sup>[2,3]</sup>。与月球机器人的运动直接相关的是机器人自身的运动速度,

即线速度和角速度, 月球机器人的运动可看作是线速度与角速度共同作用的结果<sup>[4]</sup>。

本文首先建立了月面坐标系中月球机器人的运动学方程, 然后推导出为保证机器人运动全局渐近收敛其线速度和角速度应满足的条件, 并进行了证明。

## 2 月球机器人运动学建模

考虑一个底盘为6轮摇臂悬吊式结构的月球

收稿日期: 2001-09-30; 修回日期: 2002-01-07

基金项目: 国家 863 计划航天领域项目(863-2-4-2-8)

作者简介: 王巍(1974—), 男, 辽宁兴城人, 博士生, 从事机器人学、自适应控制的研究; 强文义(1937—), 男, 黑龙江哈尔滨人, 教授, 博士生导师, 从事导弹自动控制、导航稳定平台的研究。

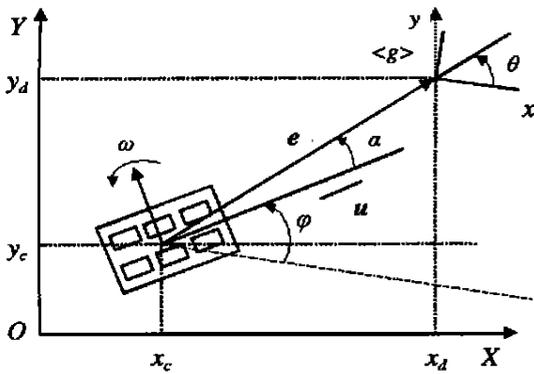


图 1 月球机器人位置和方位示意图

机器人<sup>[5]</sup>,并假定该机器人运动区域可用平面  $R^2$  来描述,建立如图 1 所示的月面坐标系。

其中,  $OXY$  为月面坐标系,  $g$  为目标坐标系,  $(x_c, y_c)$  为月球机器人在月面坐标系中的当前位置,  $u$  为线速度矢量,其幅值为  $u$ ,  $e$  为机器人当前位置相对于目标位置的位置误差向量,其幅值为  $e$ ,  $\varphi$  为机器人线速度方向(纵轴方向)与目标坐标系  $x$  轴方向的夹角。

相对于目标坐标系,可建立运动学方程<sup>[6]</sup>

$$\begin{cases} \dot{x} = u \cos \varphi \\ \dot{y} = u \sin \varphi \\ \dot{\varphi} = \omega \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $(x, y)$  为机器人当前位置在目标坐标系中的位置坐标。考虑位置误差向量  $e$  与目标坐标系  $x$  轴方向夹角为  $\theta$ , 定义

$$\alpha = \theta - \varphi \quad (2)$$

对式(2)两边求导,并顾及式(1),有

$$\dot{\alpha} = \dot{\theta} - \dot{\varphi} = -\omega + \dot{\theta}$$

于是,式(1)可写为极坐标形式

$$\begin{cases} \dot{e} = -u \cos \alpha \\ \dot{\alpha} = -\omega + u(\sin \alpha / e) \\ \dot{\theta} = u(\sin \alpha / e) \end{cases} \quad (3)$$

### 3 月球机器人运动收敛性分析

基于以上分析,下面讨论月球机器人点到点的位置控制问题。假定目标位置为月球机器人期望运动轨迹上的一点,我们的任务是控制机器人由当前位置运动到目标位置。为此,假设在包围机器人当前位置和目标位置足够大的月面区域内,机器人的运动是安全的。其实,在大多数情况下,这个假设条件都成立。

根据对方位角  $\theta$  的控制,月球机器人点到点的

位置控制可分为两种情况:一是对  $\theta$  不加控制;二是对  $\theta$  施加控制,以保证当机器人运动到目标位置时  $\theta = 0$ 。

#### 3.1 对方位角 $\theta$ 不加控制时的点-点位置控制

设机器人的初始位置不在目标点,并设系统的状态变量为  $e$  和  $\alpha$  且对于任何  $e > 0$ ,  $e$  和  $\alpha$  均可测。考虑 Lyapunov 函数

$$V(e, \alpha) = V_1 + V_2 = \frac{1}{2} \lambda e^2 + \frac{1}{2} \alpha^2, \quad \lambda > 0 \quad (4)$$

对式(4)两边求导,并考虑式(3),得

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = [\lambda e(-u \cos \alpha)] + [\alpha(-\omega + u(\sin \alpha / e))] \quad (5)$$

令

$$u = Y \tanh e \cos \alpha, \quad Y > 0 \quad (6)$$

显然,  $Y = |u_{\max}|$  为最大线速度。

根据式(5),有结论

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = -\lambda Y e \tanh e \cos^2 \alpha < 0 \\ \dot{V}_2 = \alpha(-\omega + Y(\tanh e / e) \sin \alpha \cos \alpha) \end{cases} \quad (7)$$

再令

$$\omega = k\alpha + Y(\tanh e / e) \sin \alpha \cos \alpha, \quad k > 0 \quad (8)$$

将式(8)代入式(7),得

$$\dot{V}_2 = -k\alpha^2 < 0 \quad (9)$$

于是有

$$\dot{V} < 0 \Rightarrow [e(t) \quad \alpha(t)] \rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty \quad (10)$$

由式(10)可得,采用上述  $u$  和  $\omega$ ,可保证变量  $e(t)$  和  $\alpha(t)$  全局渐近收敛于 0。

考虑式(3)的  $\dot{\alpha}$  和  $\dot{\theta}$ ,式(8)以及式(6),并注意  $0 < \tanh e / e < 1$ ,可得出下面的结论:  $\theta(t)$  有界,并且当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\theta(t)$  趋于一常数。另外,由于  $\alpha = \theta - \varphi$  而且  $\alpha$  和  $\theta$  均有界,因此  $\varphi$  也有界。也就是说,当机器人运动到目标点时,它的纵轴方向与目标坐标系  $x$  轴的夹角为常值,即它不会绕自身不停地旋转。

#### 3.2 对方位角 $\theta$ 加以控制时的点-点位置控制

分析方法同前。设机器人的初始位置不在目标点,并设系统的状态变量为  $e, \theta$  和  $\alpha$ ,且对于任何  $e > 0, e, \theta$  和  $\alpha$  均可直接测量。

考虑 Lyapunov 函数

$$V(e, \theta, \alpha) = V_1 + V_2 = \frac{1}{2} \lambda e^2 + \frac{1}{2} \alpha^2 + \frac{1}{2} \kappa \theta^2 \quad (11)$$

其中,  $\lambda, \kappa > 0$ 。对式(11)两端求导,并考虑式(3)得

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$$

这里  $\dot{V}_1 = \lambda e(-u \cos \alpha)$

$$\dot{V}_2 = \alpha(-\omega + u(\sin \alpha/e) + \kappa\theta(u \sin \alpha/e))$$

令

$$u = \gamma \tanh e \cos \alpha \quad \gamma > 0 \quad (12)$$

将式(12)代入,有

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = -\lambda \gamma e \tanh e \cos^2 \alpha < 0 \\ \dot{V}_2 = \alpha(-\omega + \gamma(\tanh e/e) \sin \alpha \cos \alpha) + \kappa \gamma \theta(\tanh e/e) \sin \alpha \cos \alpha \end{cases} \quad (13)$$

再令

$$\begin{aligned} \omega = & k(\alpha + r(\theta^2/\alpha)) + \\ & \kappa \gamma(\tanh e/e) \theta(\sin \alpha/\alpha) \cos \alpha + \\ & \gamma(\tanh e/e) \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \quad (14)$$

其中,  $k, r > 0$ . 将式(14)代入式(13), 即得

$$\dot{V}_2 = -k(\alpha^2 + r\theta^2) < 0$$

于是可得

$$\dot{V} < 0 \Rightarrow [e(t) \ \alpha(t) \ \theta(t)] \rightarrow 0, \quad t$$

由此可知, 采用上述  $u$  和  $\omega$  可以保证当  $t \rightarrow \infty$  时,  $e(t)$ ,  $\theta(t)$  和  $\alpha(t)$  全局渐近收敛于 0.

值得注意的是, 当  $\alpha = 0$  时, 式(14)无法实现, 因为有一项分母为 0, 使得  $\omega = \infty$ . 为避免这种情况出现, 采用下面的方法加以改进.

对式(14)的等号右边进行如下处理

$$\begin{aligned} \omega = & k(\alpha + r(\theta^2/\alpha)) + \\ & \kappa \gamma(\tanh e/e) \theta(\sin \alpha/\alpha) \cos \alpha + \\ & \gamma(\tanh e/e) \sin \alpha \cos \alpha + \\ & kr(\theta^2/\alpha_0) - kr(\theta^2/\alpha_0) \end{aligned}$$

整理得

$$\begin{aligned} \omega = & (k(\alpha + r(\theta^2/\alpha_0)) + \\ & \kappa \gamma(\tanh e/e) \theta(\sin \alpha/\alpha) \cos \alpha + \\ & \gamma(\tanh e/e) \sin \alpha \cos \alpha) + \\ & (kr(\theta^2/\alpha) - kr(\theta^2/\alpha_0)) \end{aligned} \quad (15)$$

令

$$\begin{aligned} \omega = & k(\alpha + r(\theta^2/\alpha_0)) + \\ & \kappa \gamma(\tanh e/e) \theta(\sin \alpha/\alpha) \cos \alpha + \\ & \gamma(\tanh e/e) \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \quad (16)$$

则式(15)可写为

$$\omega = \omega + kr\theta^2 \left( \frac{\alpha_0 - \alpha}{\alpha\alpha_0} \right) \quad (17)$$

其中,  $\alpha_0$  定义如下

$$\alpha_0 = \begin{cases} \alpha, & |\alpha| \geq \delta \\ \delta \text{sign}(\alpha), & |\alpha| < \delta \end{cases} \quad (18)$$

这里,  $\delta$  为一小的正数. 基于式(17)和式(18), 定义

$$\omega = \begin{cases} \omega + kr\theta^2 \left[ \frac{\alpha_0 - \alpha}{\alpha\alpha_0} \right], & |\alpha| \geq \delta \\ \omega, & |\alpha| < \delta \end{cases} \quad (19)$$

显然, 由式(19), 可得出下面的结论:

当  $|\alpha| \geq \delta$  时,  $\alpha = \alpha$  并且  $(\frac{\alpha_0 - \alpha}{\alpha\alpha_0}) = 0$ , 由式(19)可知,  $\omega$  与式(12)相同, 因此在这种情况下状态变量  $e(t)$ ,  $\theta(t)$  和  $\alpha(t)$  的收敛性与前面得出的结论是一致的.

下面讨论  $|\alpha| < \delta$  时, 状态变量为  $e, \theta$  和  $\alpha$  的收敛性问题.

情况 1:  $|\alpha| < \delta$ , 且  $\alpha \neq 0$  时, 将式(18)  $\omega = \omega$  代入式(13), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \alpha(-\omega + \gamma(\tanh e/e) \sin \alpha \cos \alpha) + \\ & \kappa \gamma \theta(\tanh e/e) \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned}$$

考虑式(16), 整理得

$$\dot{V}_2 = -k(\alpha^2 + r\theta^2(\alpha/\alpha_0)) \quad (20)$$

依据式(18), 可知  $0 < \alpha/\alpha_0 < 1$ , 所以

$$\dot{V}_2 = -k(\alpha^2 + r\theta^2(\alpha/\alpha_0)) < 0$$

即

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = \\ & -\lambda \gamma e \tanh e \cos^2 \alpha - k(\alpha^2 + r\theta^2(\alpha/\alpha_0)) < 0 \Rightarrow \\ & [e(t) \ \alpha(t) \ \theta(t)] \rightarrow 0, \quad t \end{aligned} \quad (21)$$

也就是说, 选择合适的  $u$  和  $\omega$  仍然可以保证状态变量  $e(t)$ ,  $\theta(t)$  和  $\alpha(t)$  全局渐近收敛于 0.

情况 2:  $\alpha = 0, \dot{\alpha} = 0$  时, 有

$$kr\theta^2(\alpha/\alpha_0) = 0$$

此时不能保证  $\theta(t)$  收敛. 但是, 整个系统满足 La Salle 不变集定理的条件:

- 1) 所研究的系统为一自治系统;
- 2) 存在集合  $S(e, \alpha, \theta)$  使得  $\dot{V} = 0$ . 在本文研究的系统中, 当  $e = 0, \alpha = 0$  及  $\theta$  为任意值时, 均满足  $\dot{V} = 0$  的条件.

考虑式(3)和式(12), 可得

$$\dot{\theta} = \gamma \cos \alpha \sin \alpha \quad (22)$$

当  $\alpha = 0$  时, 可得到  $\dot{\theta}(t) = 0$ , 此时  $\theta(t)$  为一常数.

继续考察式(3), 当  $\dot{\alpha}(t) = 0$  时, 有

$$\dot{\alpha} = -k(\alpha + r \frac{\theta^2}{\alpha_0}) - \kappa \gamma \frac{\tanh e}{e} \theta \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cos \alpha = 0$$

$$\text{即} \quad kr \frac{\theta^2}{\alpha_0} + \kappa \gamma \theta = 0$$

显然,  $\theta = 0$  或  $\theta = -\frac{\kappa \gamma \alpha_0}{kr} S$ . 合理地选择  $\kappa,$

$\gamma, \alpha_0$  (即  $\delta$ ) 及  $k$  和  $r$ , 可使得  $-\frac{\kappa \gamma \alpha_0}{kr}$  不在  $\theta$  的取值范围内. 在这种情况下, 根据 La Salle 不变集定理, 可得出如下结论: 当  $t \rightarrow \infty$  时, 采用上述  $u$  和  $\omega$  可以保证变量  $e(t), \theta(t)$  和  $\alpha(t)$  均全局渐近收敛于 0.

## 4 结 论

本文讨论了月球机器人的运动控制问题,在其运动学方程直角坐标形式的基础上推导了运动学方程的极坐标表达形式。同时,对月球机器人的线速度和角速度进行了分析,推导为保证运动全局渐近收敛线速度和角速度所应满足的充分条件,并给出证明,这一结论为月球机器人运动控制系统的设计提供了一定的理论依据。

### 参考文献(References):

[1] Bettyeb, Burkhalter. Lunar roving vehicle: Historical origins, development and deployment [J]. *J of the British Interplanetary Society*, 1995, 48(4): 199-212.

[2] Larry Stauffer. Planetary surface exploration MESUR/autonomous lunar rover[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 19(6): 494-501.

[3] Junji Aizawa, Nobuto Yoshioka. Designing of lunar rovers for high work performance[A]. *Proc of the 5th International Symposium on Artificial Intelligence*,

*Robotics and Automation in Space*[C]. Nether lands, 1999. 63-68.

- [4] Simon Lacroix, Anthony Mallet, Raja Chatila. Rover self localization in planetary-like environment [A]. *Proc of the 5th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space* [C]. Netherlands, 1999. 433-440.
- [5] 王巍, 强文义. 基于虚拟样机技术月球机器人仿真研究 [A]. 第二届月球探测技术研讨会论文集 [C]. Beijing, 2001. 246-250.  
(Wang Wei, Qiang Wenyi. Simulation study on a lunar robot based on virtual prototyping technique [A]. *Proc of the 2nd Symposium on Lunar Exploration Technology* [C]. Beijing, 2001. 246-250.)
- [6] 王巍, 强文义. 月球机器人高精度定位模糊神经网络直接自适应控制 [J]. *高技术通讯*, 2001, 11(8): 89-92.  
(Wang Wei, Qiang Wenyi. Direct adaptive control of a lunar robot position with high precision using fuzzy neural network [J]. *High Technology Letters*, 2001, 11(8): 89-92.)

(上接第 903 页)

[3] T Kapitaniak, M Sekeita, M Ogorzalek. Monotone synchronization of chaos [J]. *Int J of Bifurcation and Chaos*, 1996, 6(1): 211-217.

[4] M di Bernardo. An adaptive approach to the control and synchronization of continuous-time chaotic systems [J]. *Int J of Bifurcation and Chaos*, 1996, 6(3): 557-568.

[5] Sira-Ramirez H. On the dynamical sliding mode control of nonlinear systems [J]. *Int J Control*, 1993, 57(5): 1039-1061.

[6] Her-Terng Yua, Chua O-Kuang Chen, Chieh-Li Chen. Sliding model control of chaotic systems with uncertainties [J]. *Int J of Bifurcation and Chaos*, 2000, 10(5): 1139-1147.

[7] The-Lu Liao, Nan-Sheng Huang. Control and synchronization of discrete-time chaotic systems via variable structure control technique [J]. *Physics Letters A*, 1997, 234(1): 262-268.

[8] Ricardo Femat, Jose Alvarez-Ramirez. Synchronization

of a class of strictly different chaotic oscillators [J]. *Physics Letters A*, 1997, 236(1): 307-313.

- [9] Ricardo Femat, Jose Alvarez-Ramirez, Guillermo Ferbabdez-Abaya. Adaptive synchronization of high-order chaotic systems: A feedback with low-order parameterization [J]. *Physics D*, 2000, 139(1): 231-246.
- [10] Chen C L, Lin W Y. Sliding mode control for nonlinear systems with global invariance [A]. *Proc Instn Mech* [C]. Engrs, 1997, 211(1): 75-82.
- [11] Slotine J E, Li W. *Applied Nonlinear Control* [M]. NJ: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1991.
- [12] Naresh Sharma, Edward OTT. Exploiting synchronization to combat channel distortions in communication with chaotic systems [J]. *Int J of Bifurcation and Chaos*, 2000, 10(4): 777-785.
- [13] Hector Puebla, Jose Alvarez-Ramirez. Proportional-integral feedback demodulation for secure communication [J]. *Physics Letters A*, 2000, 276(1): 247-256.