

文章编号: 1001-0920(2002)06-912-04

混沌系统的神经网络预测控制

李冬梅, 王正欧

(天津大学 系统工程研究所, 天津 300072)

摘要: 提出一种基于预测控制的神经网络控制方法, 将模型未知时的混沌运动控制到不稳定的不动点(UFP)处。该控制系统不需要 UFP 的位置及其局部性态等知识, 它包括观测器、带反馈校正的神经网络在线预测器和在线训练的神经网络控制器。其方法简便, 收敛速度比现有同类方法快得多。同时还分析了控制系统的稳定性, 并证明了神经网络控制器的收敛性。理论推导和仿真结果都表明了该方法的有效性。

关键词: 混沌控制; 神经网络; 预测控制

中图分类号: TP 13 文献标识码: A

Neural network predictive control of chaotic systems

LI Dong-mei, WANG Zheng-ou

(Institute of Systems Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: A neural network control algorithm based on predictive control is proposed. When the chaotic model is unknown, the control system stabilizes a chaotic orbit into an unstable fixed point (UFP) without using the knowledge of the location of the UFP and the local linearized dynamics at the UFP. The control system includes a watcher, an on-line neural predictor with feedback adjustment and an on-line trained neural controller. The proposed algorithm is simple and its convergence speed is much higher than existing similar algorithm. The stability of the control system is analyzed and the convergence property of the neural controller is proved. The theoretic derivation and simulations demonstrate the effectiveness of the algorithm.

Key words: chaos control; neural networks; predictive control

1 引言

近年来, 混沌系统的控制研究得到越来越多的关注^[1-3]。OGY 法通过小参数扰动将混沌运动稳定在嵌入于混沌吸引子中的不稳定周期轨道(UPO)上^[4]。针对 OGY 法人们进行了多种改进并应用于各种不同的混沌系统^[5]。由于 OGY 法需要已知 UPO 的位置及其局部线性性态, 因而必须事先予以

确定。当混沌系统的数学模型未知时, 则必须估计 UPO 的位置及其局部性态, 这往往导致控制效果不理想。文献[5]和[6]提出一种神经网络控制策略, 用于将模型未知的混沌运动控制到不稳定的不动点(UFP)处, 但该方法需要很长的控制时间, 迭代次数较多。

本文将预测控制的思想引入混沌系统的控制

收稿日期: 2001-09-20; 修回日期: 2001-11-29

作者简介: 李冬梅(1963—), 女, 河北香河人, 博士生, 从事神经网络、混沌系统等研究; 王正欧(1938—), 男, 浙江天台人, 教授, 博士生导师, 从事神经网络、系统辨识与建模、系统优化与控制等研究。

中,提出一种基于预测控制的神经网络控制方法,将模型未知时的混沌运动控制到不稳定的不动点(UFP)处。与其它混沌控制方法相比,本方法不需要UFP的位置及其局部性态等知识,算法简便,同时具有较好的动态响应性能,需要的控制时间较短,迭代训练次数较少,同时它还具有模型预测、误差反馈校正和滚动优化等环节,抗噪声干扰能力较强。文中给出了控制系统的稳定性和神经网络控制器的收敛性的证明,仿真结果也表明了本方法的有效性。

2 混沌系统

考虑如下混沌系统

$$X(n+1) = F(X(n)) \quad (1)$$

该系统有一个混沌吸引子,加入控制项后,被控混沌系统为

$$X(n+1) = F(X(n)) + U(n) \quad (2)$$

其中, $X(n) = [X_1(n), X_2(n), \dots, X_m(n)]^T$ 是 n 时刻的状态向量,非线性映射 $F: R^m \rightarrow R^m$ 是光滑函数, $U(n) = [U_1(n), U_2(n), \dots, U_m(n)]^T$ 是 n 时刻的控制信号。本文讨论只有一个不动点 X_f 被嵌入到混沌吸引子中的情形,混沌系统在不动点处的局部性态可表示为

$$\begin{cases} \xi(n+1) = H\xi(n) + U(n) \\ \xi(n) = X(n) - X_f \end{cases} \quad (3)$$

其中 $H = \partial F(X) / \partial X|_{X=X_f}$ 是 F 在 X_f 处的局部线性化映射。

3 控制系统

图 1 为控制系统的框图,包括被控混沌系统、观测器、在线训练的神经网络预测器和在线训练的线性神经网络控制器(LNC)。当未受控制时的混沌系统

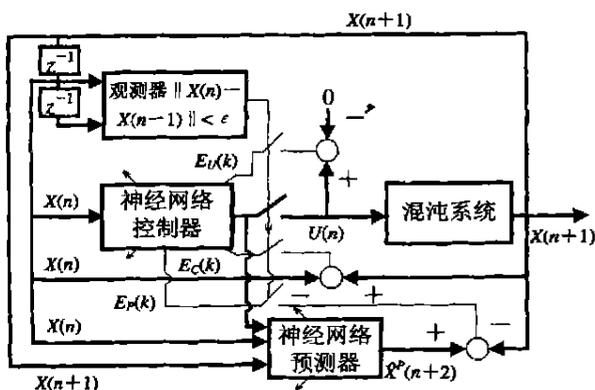


图 1 控制系统框图

满足

$$\|X(n) - X(n-1)\|_2 < \epsilon \quad (4)$$

时观测器起作用,LNC 传递一个控制信号到混沌系统,然后对 LNC 进行一步训练。当式(4)不满足时,控制信号为零,LNC 不进行训练。当 ϵ 是一个小正数时,若式(4)成立则表明混沌轨道落入了 X_f 的小邻域内,利用线性近似,则条件(4)等价于 $\|X(n) - X_f\|_2 < \delta$, 其中

$$\delta = \{X - X_f : \| (I - H^{-1})(X - X_f) \|_2 < \epsilon\} \quad (5)$$

本文假定在混沌吸引子中只有一个 UFP,当混沌吸引子内有不只一个 UFP 时,需了解期望的 UFP 的大致位置,如期望的 UFP 位于 R_A 域中,则当式(4)成立且 $X(n) \in R_A$ 时,观测器才进行工作。

令 $X(n_k)$ 为训练时刻 k 时落入 δ 中的混沌轨道 ($k = n_k$), LNC 的输出为

$$\begin{cases} U(n_k) = W(k)X(n_k) + \theta(k) \\ W(k) = [W_{ij}(k)] \quad R^{m \times m} \\ \theta(k) = [\theta_i(k)] \quad R^m \end{cases} \quad (6)$$

其中, k 为 LNC 的训练次数(即观测器起作用的次数), $W_{ij}(k)$ 是输入层第 j 个神经元到输出层第 i 个神经元的连接权值, $\theta_i(k)$ 为输出层第 i 个神经元的偏置项,它们的值按 δ 规则更新。

$$\begin{cases} W(k+1) = W(k) + \Delta W(k) \\ \theta(k+1) = \theta(k) + \Delta \theta(k) \\ \Delta W(k) = -\eta \frac{\partial E(k)}{\partial U(n_k)} \cdot \frac{\partial U(n_k)}{\partial W(k)} = \\ \quad -\eta \frac{\partial E(k)}{\partial U(n_k)} X(n_k)^T \\ \Delta \theta(k) = -\eta \frac{\partial E(k)}{\partial U(n_k)} \cdot \frac{\partial U(n_k)}{\partial \theta(k)} = -\eta \frac{\partial E(k)}{\partial U(n_k)} \end{cases} \quad (7)$$

这里, η 是学习率, $E(k)$ 是误差函数,经上述公式迭代来更新权值可以降低误差 $E(k)$ 。

设用神经网络(此处用 RBF 网络)辨识出的对应系统(1)的模型为 G ,则系统的模型输出为

$$\hat{X}(n_k+1) = G(X(n_k)) + U(n_k) \quad (9)$$

$$\hat{X}(n_k+2) = G(X(n_k+1)) + U(n_k+1) \quad (10)$$

这里, $\hat{X}(n_k+2)$ 的值是在 n_k 时刻预测出的, $U(n_k+1)$ 仍可取 $U(n_k)$ 。

考虑到模型有误差,引入偏差项 $X(n_k+1) - \hat{X}(n_k+1)$,可得系统预测输出为

$$\hat{X}^p(n_k+2) = \hat{X}(n_k+2) + X(n_k+1) - \hat{X}(n_k+1) \quad (11)$$

控制器的目标函数(亦即训练控制器的误差函数)为 $E(k)$,即

$$E(k) = \Gamma_c E_c(k) + \Gamma_c E_P(k) + \Gamma_U E_U(k) \quad (12)$$

$$\begin{cases} E_c(k) = \frac{1}{2} [X(n_k + 1) - X(n_k)]^T \times \\ \quad [X(n_k + 1) - X(n_k)] \\ E_P(k) = \frac{1}{2} [\hat{X}^P(n_k + 2) - X(n_k + 1)]^T \times \\ \quad [\hat{X}^P(n_k + 2) - X(n_k + 1)] \\ E_U(k) = \frac{1}{2} U(n_k)^T U(n_k) \end{cases} \quad (13)$$

其中, Γ_c 和 Γ_U 为权系数, $\Gamma_c > 0, \Gamma_c + \Gamma_U > 0$.

$$\frac{\partial E(k)}{\partial U(n_k)} = \Gamma_c [X(n_k + 1) - X(n_k)] + \Gamma_c J^T [\hat{X}(n_k + 2) - \hat{X}(n_k + 1)] + \Gamma_U U(n_k) \quad (14)$$

这里 $J = \partial G / \partial X|_{X=X(n_{k+1})}$, LNC 经训练后, 将混沌轨道稳定在期望的 UFP 上。

4 稳定性分析

当 LNC 经充分训练后, 控制信号 $U(n_k)$ 可表示为(限于篇幅, 推导过程略)

$$U(n_k) = - [J^T H + I + aI]^{-1} [H - I + J^T (H - I) H] [X(n_k) - X_f] \quad (15)$$

$$a = \Gamma_U / \Gamma_c$$

混沌系统在不动点处的局部特性可由式(3)表示, 将式(15)代入式(3)得

$$\xi(n+1) = D(a) \xi(n) \quad (16)$$

$$D(a) = H - (J^T H + I + aI)^{-1} [(H - I) + J^T (H - I) H] \quad (17)$$

控制系统的稳定性条件为: $|\lambda(D(a))| < 1$, $\forall i (i = 1, 2, \dots, m)$, 其中 $\lambda(D(a))$ 为 $D(a)$ 的第 i 个特征值。我们可以通过调节 a 的取值保证 $|\lambda(D(a))| < 1$, 从而保证控制系统的稳定性。实际应用中, 因 H 未知, 故可首先确定 a 的一个初值(如取 $a = 1$), 当未受控系统满足式(4)时直接用神经网络模型求出 J , 此时 $J = H$, 代入式(17)求出 $D(a)$ 及 $\lambda(D(a))$, 若 $|\lambda(D(a))| < 1$, 则所选 a 值满足要求, 否则对 a 进行调整(适当增大或减小), 再求 $\lambda(D(a))$, 直至 a 满足要求为止。从仿真实验中发现, 满足条件的 a 值具有较大的取值范围, 因此可以较容易地确定一个合适的 a 值。

5 LNC 的收敛性证明

因为 $X(n_k) \in \delta$ 表示一条混沌轨道, 则 $X(n_k)$

可看作随机变量。设 Lyapunov 函数为

$$V(k) = e(k)^T e(k) > 0, \quad e(k) \neq 0 \quad (18)$$

其中 $e(k) \in R^m$ 是控制公式(15)和 LNC 的动力学特性式(6)的差, 即

$$e(k) = - (J^T H + I + aI)^{-1} \times [H - I + J^T (H - I) H] \times [X(n_k) - X_f] - [W(k)X(n_k) + \theta(k)] \quad (19)$$

$$e(k+1) = - (J^T H + I + aI)^{-1} \times [H - I + J^T (H - I) H] \times [X(n_{k+1}) - X_f] - [W(k+1)X(n_{k+1}) + \theta(k+1)] \quad (20)$$

$$\Delta V(k) = V(k+1) - V(k) = e(k+1)^T e(k+1) - e(k)^T e(k) \quad (21)$$

将式(19), (20)及式(7)代入式(21), 整理得

$$\Delta V(k) = N(k+1)^T N(k+1) - N(k)^T N(k) + [\Delta W(k)X(n_{k+1}) + \Delta\theta(k)]^T N(k+1) + N(k+1)^T [\Delta W(k)X(n_{k+1}) + \Delta\theta(k)] + O(\eta^2) \quad (22)$$

其中

$$N(k) = (J^T H + I + aI)^{-1} [H - I + J^T (H - I) H] [X(n_k) - X_f] + W(k)X(n_k) + \theta(k)$$

$$N(k+1) = (J^T H + I + aI)^{-1} [H - I + J^T (H - I) H] [X(n_{k+1}) - X_f] + W(k)X(n_{k+1}) + \theta(k) \quad (23)$$

假定 η 为很小正数, 则(22)中的 $O(\eta^2)$ 可忽略不计。考虑式(14), 将式(8), 式(6)代入(22), 整理得

$$\Delta V(k) = N(k+1)^T N(k+1) - N(k)^T N(k) - \eta \Gamma_c [X(n_{k+1})^T X(n_k) N(k)^T \times (J^T H + I + aI)^T N(k+1) + N(k)^T (J^T H + I + aI)^T N(k+1) + N(k+1)^T (J^T H + I + aI) \times N(k)X(n_k)^T X(n_{k+1}) + N(k+1)^T (J^T H + I + aI) N(k)] \quad (24)$$

若 $\Delta V(k) = V(k+1) - V(k) < 0, \forall k > 0, \forall e(k) \neq 0$, 则 $e(k)$ 将收敛于零(当 k 不断增大时)。因式(24)中包含随机变量 $X(n_k)$ 和 $X(n_{k+1})$, 不能保证 $\Delta V(k) < 0, \forall k > 0, \forall e(k) \neq 0$ 。然而, 如果 $E[\Delta V(k)] < 0$, 则可认为当 k 较大时 $e(k) \rightarrow 0$ 。如果集合 δ 满足下列条件

$$0 < \max_{x_1, x_2} \delta \left[\cos^{-1} \frac{x_1^T x_2}{x_1 x_2} \right] < \frac{\pi}{2}, \quad 0 \notin \delta \quad (25)$$

则 $x_1^T x_2 > 0$ 且 $x_2^T x_1 > 0, \forall x_1, x_2 \in \delta$.

对于大多数混沌系统, 不稳定的不动点 (UFPS) 远离原点, 集合 δ 是一个小区域, 因此可假定 δ 满足条件 (25), 由此得到 $X(nk)^T X(nk+1) > 0$ 且 $X(nk+1)^T X(nk) > 0, \forall k > 0$.

据 J 的定义知 $J^T H > H$, 所以当 $a > -1$ 即 $\Gamma c + \Gamma u > 0$ 时, $J^T H + I + aI, (J^T H + I + aI)^T$ 正定, 式 (24) 右端各项的均值为

$$\begin{aligned} E[N(k+1)^T N(k+1) - N(k)^T N(k)] &= 0 \\ E[X(nk+1)^T X(nk) N(k)^T \times \\ (J^T H + I + aI)^T N(k+1)] &> 0 \\ E[N(k)^T (J^T H + I + aI)^T N(k+1)] &> 0 \\ E[N(k+1)^T (J^T H + I + aI) \times \\ N(k) X(nk)^T X(nk+1)] &> 0 \\ E[N(k+1)^T (J^T H + I + aI) N(k)] &> 0 \end{aligned}$$

因为 $\Gamma c > 0, \eta > 0$, 所以 $E[\Delta V(k)] < 0$. 于是当 k 较大时 $e(k) \rightarrow 0$, LNC 的输出近似等于式 (15), 故 LNC 是收敛的.

6 仿真结果

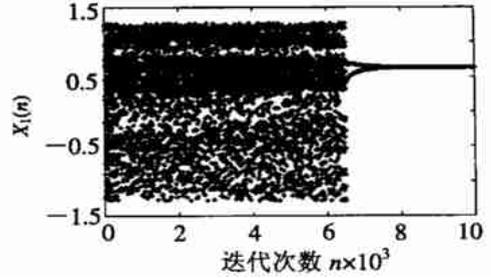
这里用两个仿真实验^[5] 来检验本文提出的控制系统.

例 1
$$\begin{bmatrix} X_1(n+1) \\ X_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 1.4X_1(n)^2 + X_2(n) \\ 0.3X_1(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_1(n) \\ U_2(n) \end{bmatrix}$$

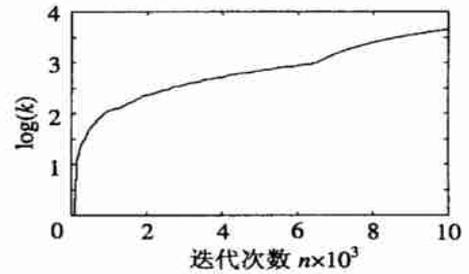
例 2
$$\begin{bmatrix} X_1(n+1) \\ X_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1X_1(n) + X_2(n) \\ X_1(n)^2 - 1.6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_1(n) \\ U_2(n) \end{bmatrix}$$

不加控制项时, 例 1 的嵌入在混沌吸引子中的不动点(鞍点)为 $X_f = (0.6314, 0.1894)^T$, 例 2 的不动点(焦点)为 $X_f = (-0.8293, -0.9122)^T$, 它们分别是控制目标. 由 H 和 J 的定义知 $J^T H > H$, 将 H 值代入式 (17), 求得满足稳定性条件的 a 值范围, 例 1 为 $a \in [0.0001, 11.11]$, 例 2 为 $a \in [0.001, 9.14]$, 这说明对于较大范围的 a 值, 控制系统都能保证其稳定性. 我们取 $a = 1 (\Gamma c = \Gamma u = 1), \eta = 0.01$, LNC 的初始权值 $W_{ij}(0)$ 和 $\theta_i(0)$ 取为 $[-0.01, 0.01]$ 间的均匀分布随机数, 观测器阈值 $\epsilon = 0.3$ (例

1), $\epsilon = 0.4$ (例 2). 图 2 和图 3 分别示出了例 1 和例 2 的控制结果及 LNC 的训练次数, 可以看出对混沌系统的控制取得了很好的效果, 而且需要的控制时间较短, 迭代和训练的次数也较少. 对例 1, 迭代次数 $n = 7000$, 训练次数 $k = 1492$ 时, 混沌系统被稳定在不动点处, 而文献 [5] 中相应的 $n = 38000, k = 8529$. 对例 2, $n = 11000, k = 913$, 而文献 [5] 中, 相应的 $n = 45000, k = 4467$.

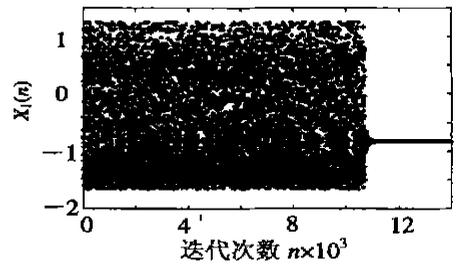


(a) 控制结果

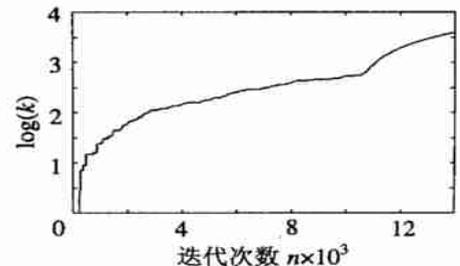


(b) LNC 的训练次数

图 2 例 1 的控制结果



(a) 控制结果



(b) LNC 的训练次数

图 3 例 2 的控制结果

以往的结果, 不必求得切换面, 并且具有抗干扰性。本文的方法还说明对模糊 T-S 模型的稳定性研究不仅需要考虑后件部分, 还需要考虑前件部分。目前, 文献[5~7]等对基于模糊 T-S 模型系统的稳定性研究只考虑到后件部分对稳定性的影响, 而忽略了前件部分对稳定性影响, 故给出的结论往往具有较大的保守性。

参考文献(References):

- [1] Serrano C C, Ramaadra P J. Periodicity and chaos from switched flow system: Contrasting examples of discretely controlled continuous system[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1993, 38(1): 70-83.
- [2] Branicky M S. Multiple Lyapunov function and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(4): 475-482.
- [3] 刘玉忠, 张霄力, 赵军. 一类线性开关系统的渐近稳定性[J]. *控制与决策*, 2002, 17(1): 111-113.
(LIU Yu-zhong, ZHANG Xiao-li, ZHAO Jun. Asymp-

- totic stability of a class of linear switched systems[J]. *Control and Decision*, 2002, 17(1): 111-113.)
- [4] M A L Thathacha, Pramod Viswanath. On the stability of fuzzy systems[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1997, 5(1): 145-151.
- [5] 张金明, 李人厚. 模糊控制的系统化设计和稳定性分析[J]. *自动化学报*, 1999, 25(4): 493-497.
(ZHANG Jin-ming, LI Ren-hou. Stability analysis and systematic design of fuzzy control[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25(4): 493-497.)
- [6] 王意冈, 王浣尘. 一类模糊系统模式的稳定性研究[J]. *控制理论与应用*, 1995, 12(3): 335-341.
(WANG Yi-gang, WANG Huan-cheng. On stability of a fuzzy system model[J]. *Control Theory and Applications*, 1995, 12(3): 335-341.)
- [7] 吴方向, 史忠科, 戴冠中. T-S 型模糊系统的稳定性分析及其应用[J]. *控制与决策*, 1999, 14(1): 65-68, 92.
(WU Fang-xiang, SHI Zhong-ke, DAI Guan-zhong. Stability analysis for T-S formal fuzzy system and its application[J]. *Control and Decision*, 1999, 14(1): 65-68, 92.)

(上接第 915 页)

7 结 语

本文提出的控制系统能稳定各种类型的 UFP, 算法简便, 控制器的收敛性能够得到保证。一般情况下, 通过调节 a 值也能保证控制系统的稳定性, 并且训练和迭代次数较少, 有效地解决了模型未知、不动点位置及其局部性态未知情形下的混沌系统的控制问题。

参考文献(References):

- [1] Gang Chen, Guanrong Chen, Rui J P. Feedback control of unknown chaotic dynamical systems based on time series data[J]. *IEEE Trans on Circuits & Systems— Fundamental Theory & Applications*, 1999, 46(5): 640-644.

- [2] Liang Chen, Guanrong Chen. Fuzzy modeling, prediction and control of uncertain chaotic systems based on time series[J]. *IEEE Trans on Circuits & Systems— Fundamental Theory & Applications*, 2000, 47(10): 1527-1531.
- [3] S Boccaletti, C Grebogi, Y C Lai, et al. The control of chaos: Theory and applications[J]. *Physics Reports*, 2000, 329(3): 103-197.
- [4] E Ott, C Grebogi, J A Yorke. Controlling chaos[J]. *Phys Rev Lett*, 1990, 64(11): 1196-1199.
- [5] Keiji Konishi, Hideki Kokame. Control of chaotic systems using an on-line trained linear neural controller[J]. *Physica D*, 1997, 100(3,4): 423-438.
- [6] Keiji Konishi, Hideki Kokame. Learning control of time-delay chaotic systems and its applications[J]. *Int J Bifurcation and Chaos*, 1998, 8(12): 2457-2465.