

文章编号: 1001-0920(2002)06-916-04

离散线性开关系统切换的模糊方法

景 丽, 邵克勇, 卞永钊, 高立群
(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 在已知离散线性开关系统全局渐近稳定前提下, 将线性开关系统切换问题转化为相应 T-S 模型模糊区域划分问题。通过在线实时调整 T-S 模型隶属函数参数来确定模糊区域, 以二阶离散线性开关系统为例, 给出了实现系统全局渐近稳定的模糊切换策略。该方法可扩展到高阶线性开关系统。计算机仿真证实该方法简捷、有效。

关键词: 离散线性开关系统; 切换策略; 模糊 T-S 模型; 渐近稳定

中图分类号: TP 13 **文献标识码:** A

Fuzzy switch for switched discrete-time linear systems

JING Li, SHAO Ke-yong, BIAN Yong-zhao, GAO Li-qun

(School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: Supposing that a switched discrete-time linear system is globally asymptotically stable, a fuzzy switch method for the system is presented. The switch problem of the system is changed into the area dividing problem of the corresponding fuzzy T-S model which is then solved by adjusting the parameters in the membership functions of the fuzzy T-S model. The 2-dimensional system is considered as an example. In fact the fuzzy switch method is also suitable for 3-dimensional systems etc. The simulation result shows that the presented method is simple and effective.

Key words: switched discrete-time linear system; switch method; fuzzy T-S model; asymptotically stability

1 引 言

线性开关系统是一类重要的、较常见的混杂系统。开关系统因其在计算机磁盘驱动器、无线电通讯、受约束机器人和高速公路控制等很多实际问题中都有着广泛应用, 因此对它的研究越来越受到人们的重视。由于开关的引入, 整个系统常常表现出相当复杂的动态行为^[1]。在开关系统的研究中, 一个重要问题是如何切换系统, 它直接影响实现系统稳定性。Branicky 等人使用多 Lyapunov 函数方法对开

关系统的稳定性进行了分析, 并将其引申到一般的混杂系统中^[2]。文献[3]在文献[2]基础上进一步得到线性开关系统全局渐近稳定的充分条件, 同时给出使线性开关系统全局渐近稳定的切换策略。但由于其切换策略是构造性的, 需要一定的数学技巧, 在应用中不易被技术人员掌握。至今有许多专家学者在状态空间中讨论了开关系统的切换问题, 但始终未能找到理想的结果。

本文在假设线性开关系统全局渐近稳定前提下, 将开关系统切换问题看成模糊 T-S 模型的模糊

收稿日期: 2002-02-18; 修回日期: 2002-07-17

作者简介: 景丽(1967—), 女, 辽宁沈阳人, 副教授, 博士生, 从事智能控制研究; 高立群(1949—), 男, 辽宁沈阳人, 教授, 博士生导师, 从事模式识别与智能系统的研究。

区域划分问题, 即模糊模型的隶属函数参数的确定问题, 通过在线调整模糊模型隶属函数中的参数, 给出使开关系统全局渐近稳定的自适应切换策略。运用这种方法, 解决了在状态空间中难以处理的问题。文中隶属度函数的选取自然, 具有明确的物理意义。本文的方法简单、实用, 可避免文献[2]和[3]中存在的问题。

2 问题描述

定义 1 对于系统

$$\dot{x}(t) = f_i(x(t))$$

$$i \in M = \{1, 2, \dots, k\}, x \in R^n \quad (1)$$

若满足条件: 1) 每个 f_i 是全局 Lipschitz 连续的; 2) 选取 i 使系统在有限时间内仅切换有限次。则称系统(1)为连续开关系统。

对于任意给定的初始时间 τ_0 及初始值 $x_0, x_0 = x(\tau_0)$, 定义开关序列

$$s = x_0(i_0, \tau_0) (i_1, \tau_1) \dots (i_k, \tau_k)$$

其中, $i_k \in M, \tau_k$ 为单调递增的开关时间序列。 (i_k, τ_k) 意味着当 $\tau_k \leq t < \tau_{k+1}$ 时, 系统的状态轨迹沿着 $\dot{x}(t) = f_{i_k}(x(t))$ 展开。这样开关序列(即切换律)与式(1)完全描述了系统的轨迹。

开关系统由各子系统及开关规律构成, 但它绝不是各子系统性质的简单迭加, 而具有其特殊性和复杂性。两个全局指数稳定的子系统经开关切换可以是不稳定的, 而两个不稳定的子系统经开关切换可以是渐近稳定的^[3]。

定义 2 如下的开关系统

$$x(k+1) = A_i x(k)$$

$$i \in M = \{1, 2, \dots, N\}, x \in R^n \quad (2)$$

称为离散线性开关系统。其中, $A_i \in R^{n \times n}$ 为系统状态矩阵, $x_j(k)$ 为状态变量, $x(k) = (x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k))^T \in R^n, k$ 为时刻, N 为子系统的个数。

定义 3 模糊模型

$$R^i: \text{if } x_1(k) \text{ is } S_1^i, \text{ and } \dots \text{ and } x_n(k) \text{ is } S_n^i \\ \text{then } x(k+1) = A_i x(k) \quad (3)$$

称为离散 T-S 模型。其中, $i \in M = \{1, 2, \dots, N\}, x(k) = (x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k))^T \in R^n, x_j(k)$ 为状态变量, $j \in \{1, 2, \dots, n\}, A_i \in R^{n \times n}$ 为系统状态矩阵, k 为时刻, N 为模糊模型中的规则个数, S_j^i 不仅表示模糊集, 也表示隶属函数。

模型(3)与离散线性开关系统(2)相应, 其中隶属函数可取高斯函数、三角函数、梯形函数等, 推理

方法一般可取 max-min 法。由于 T-S 模型的结论部分是确定性的, 故系统(3)的总输出也可以采取加权平均的方法计算。

定理 1^[4] 离散模糊 T-S 模型(3)全局渐近稳定的充要条件是其相应的线性开关系统(2)全局渐近稳定。

本文在假设存在切换律使离散线性开关系统(2)全局渐近稳定条件下, 针对系统(2)(为简单起见, 仅讨论 $i \in M = \{1, 2\}, n = 2$ 时的情形), 求一个模糊自适应开关序列 $s = x_0(i_0, \tau_0) (i_1, \tau_1) \dots (i_k, \tau_k)$, 使当 $k \rightarrow \infty$ 时, $x(k) \rightarrow 0$ 。

3 离散线性开关系统模糊切换策略的确定

本文主要讨论线性开关系统的全局渐近稳定问题, 其切换律的确定实质是将状态空间划分成有限个区域, 当状态运行到某一区域时, 将按照相应系统运行。系统切换发生在区域的边界上, 由于区域可有不同种划分, 故使系统稳定的切换律并不唯一, 可以有无限多种。

由假设并根据定理 1, 可将开关系统(2)在渐近稳定意义下的上述切换问题看成模糊 T-S 模型的区域划分问题, 进而通过调整 T-S 模型隶属函数参数来确定 T-S 模型, 从而可获得开关系统的模糊切换策略。具体方法如下:

1) 将开关系统(2)转化为如下模糊 T-S 模型

$$\begin{cases} R^1: \text{if } (x_{11}(k), x_{12}(k)) \text{ is } A \\ \quad \text{then } x(k+1) = A_1 x(k) \\ R^2: \text{if } (x_{21}(k), x_{22}(k)) \text{ is } B \\ \quad \text{then } x(k+1) = A_2 x(k) \end{cases} \quad (4)$$

式中, $(x_{11}(1), x_{12}(1)) = A_1 x_0, (x_{21}(1), x_{22}(1)) = A_2 x_0; A, B$ 为论域 R^2 上的模糊集, 其隶属函数取二维正态密度函数, 分别为

$$\begin{cases} \mu_A(x_{11}(k), x_{12}(k)) = \\ \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{(x_{11}^2(k) + x_{12}^2(k) + a(k)x_{11}(k)x_{12}(k))}{2}} \\ \mu_B(x_{21}(k), x_{22}(k)) = \\ \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{(x_{21}^2(k) + x_{22}^2(k) + b(k)x_{21}(k)x_{22}(k))}{2}} \end{cases} \quad (5)$$

其中 $a(k)$ 和 $b(k)$ 为与误差方差有关的待调整参数。 $a(1)$ 和 $b(1)$ 可在 $(0, 1)$ 区间任意选择, 但一般情况下两者差异不宜过大, 以免对收敛速度有较大影响。

2) 推理采用取最大方法, 即:

① 当 $\mu_A(x_{11}(k), x_{12}(k)) > \mu_B(x_{21}(k), x_{22}(k))$ 时, $x(k+1) = A_1x(k)$;

② 当 $\mu_A(x_{11}(k), x_{12}(k)) \leq \mu_B(x_{21}(k), x_{22}(k))$ 时, $x(k+1) = A_2x(k)$ 。

3) 自适应调整模糊模型隶属函数参数 $a(k)$ 和 $b(k)$ 。对任意给定的初始点 $x(0) \in R^n$, 为保证当 k 时, 有 $x(k) \rightarrow 0$, 需要调整参数 $a(k)$ 和 $b(k)$ 。方法如下:

① 当 $x_{11}(k)x_{12}(k) < 0$ 时, $a(k+1) = \beta a(k)$;
当 $x_{11}(k)x_{12}(k) \geq 0$ 时, $a(k+1) = \frac{1}{\beta} a(k)$ 。

② 当 $x_{21}(k)x_{22}(k) < 0$ 时, $b(k+1) = \beta b(k)$;
当 $x_{21}(k)x_{22}(k) \geq 0$ 时, $b(k+1) = \frac{1}{\beta} b(k)$ 。

其中 β 为事先设定的常数, $\beta \in (0.9, 1)$ 。通常 β 的选取可影响收敛速度, 但不影响收敛性。

综上所述, 切换策略具体实施框图如图 1 所示。

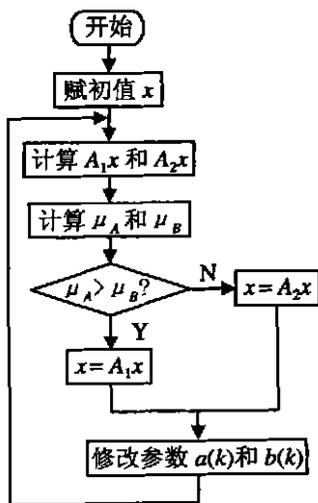


图 1 开关系统模糊切换方法示意框图

注 1 在实际问题中, 鉴于开关系统的渐近稳定性判定相当困难, 故可不事先判定系统的渐近稳定性存在, 而直接采取上述切换策略实施控制。

4 仿真算例

考虑线性开关系统

$$\dot{x} = A_i x, \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1.5 & 2 \\ -2 & -0.5 \end{bmatrix}$$

文献[3]中指出: 式(6)中两个子系统都是不稳定的, 但存在切换策略使系统(6)渐近稳定, 并给出了切换策略的解析表达式。这里首先取采样间隔 $t =$

0.01 将系统(6)离散化, 得系统

$$x(k+1) = \bar{A}_i x(k), \quad i = 1, 2 \quad (7)$$

其中

$$\bar{A}_1 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0.1000 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_2 = \begin{bmatrix} 1.0149 & 0.0201 \\ -0.0201 & 0.9948 \end{bmatrix}$$

式(7)中两个子系统仍是不稳定的。然后采用本文所提出的模糊自适应方法, 对系统(7)实施切换策略。实施中设初始点为(1, 1), 取 $a(1) = 0.6, b(1) = 0.7, \beta = 0.9$ 。利用 Matlab6.0 仿真, 可知系统(7)对于初始点(1, 1)在模糊切换下渐近稳定, 结果见图 2 和图 3。从图中不难看出 x_1 和 x_2 收敛速度很快, 经 6 次切换后 x 已接近原点, 而利用文献[3]方法需要 24 次。

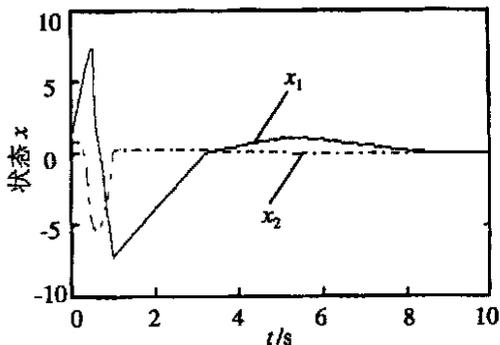


图 2 系统的状态响应曲线

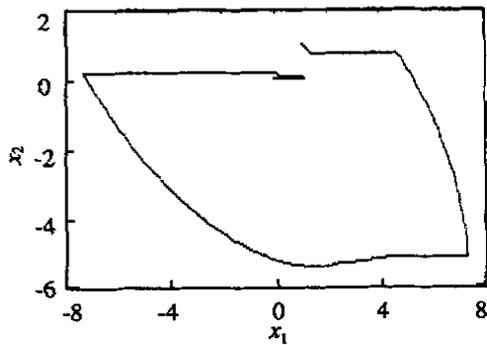


图 3 开关系统的状态轨迹

5 结 论

本文用模糊方法给出了实现线性开关系统全局渐近稳定的模糊自适应切换策略, 该方法简单、实用, 充分发挥了计算机的快速运算能力, 为研究线性开关系统切换问题提供了一种新的思路。它不同于

以往的结果, 不必求得切换面, 并且具有抗干扰性。本文的方法还说明对模糊 T-S 模型的稳定性研究不仅需要考虑后件部分, 还需要考虑前件部分。目前, 文献[5~7]等对基于模糊 T-S 模型系统的稳定性研究只考虑到后件部分对稳定性的影响, 而忽略了前件部分对稳定性影响, 故给出的结论往往具有较大的保守性。

参考文献(References):

- [1] Serrano C C, Ramaadra P J. Periodicity and chaos from switched flow system: Contrasting examples of discretely controlled continuous system[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1993, 38(1): 70-83.
- [2] Branicky M S. Multiple Lyapunov function and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(4): 475-482.
- [3] 刘玉忠, 张霄力, 赵军. 一类线性开关系统的渐近稳定性[J]. *控制与决策*, 2002, 17(1): 111-113.
(LIU Yu-zhong, ZHANG Xiao-li, ZHAO Jun. Asymp-

- totic stability of a class of linear switched systems[J]. *Control and Decision*, 2002, 17(1): 111-113.)
- [4] M A L Thathacha, Pramod Viswanath. On the stability of fuzzy systems[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1997, 5(1): 145-151.
- [5] 张金明, 李人厚. 模糊控制的系统化设计和稳定性分析[J]. *自动化学报*, 1999, 25(4): 493-497.
(ZHANG Jin-ming, LI Ren-hou. Stability analysis and systematic design of fuzzy control[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25(4): 493-497.)
- [6] 王意冈, 王浣尘. 一类模糊系统模式的稳定性研究[J]. *控制理论与应用*, 1995, 12(3): 335-341.
(WANG Yi-gang, WANG Huan-cheng. On stability of a fuzzy system model[J]. *Control Theory and Applications*, 1995, 12(3): 335-341.)
- [7] 吴方向, 史忠科, 戴冠中. T-S 型模糊系统的稳定性分析及其应用[J]. *控制与决策*, 1999, 14(1): 65-68, 92.
(WU Fang-xiang, SHI Zhong-ke, DAI Guan-zhong. Stability analysis for T-S formal fuzzy system and its application[J]. *Control and Decision*, 1999, 14(1): 65-68, 92.)

(上接第 915 页)

7 结 语

本文提出的控制系统能稳定各种类型的 UFP, 算法简便, 控制器的收敛性能够得到保证。一般情况下, 通过调节 a 值也能保证控制系统的稳定性, 并且训练和迭代次数较少, 有效地解决了模型未知、不动点位置及其局部性态未知情形下的混沌系统的控制问题。

参考文献(References):

- [1] Gang Chen, Guanrong Chen, Rui J P. Feedback control of unknown chaotic dynamical systems based on time series data[J]. *IEEE Trans on Circuits & Systems— Fundamental Theory & Applications*, 1999, 46(5): 640-644.

- [2] Liang Chen, Guanrong Chen. Fuzzy modeling, prediction and control of uncertain chaotic systems based on time series[J]. *IEEE Trans on Circuits & Systems— Fundamental Theory & Applications*, 2000, 47(10): 1527-1531.
- [3] S Boccaletti, C Grebogi, Y C Lai, et al. The control of chaos: Theory and applications[J]. *Physics Reports*, 2000, 329(3): 103-197.
- [4] E Ott, C Grebogi, J A Yorke. Controlling chaos[J]. *Phys Rev Lett*, 1990, 64(11): 1196-1199.
- [5] Keiji Konishi, Hideki Kokame. Control of chaotic systems using an on-line trained linear neural controller[J]. *Physica D*, 1997, 100(3,4): 423-438.
- [6] Keiji Konishi, Hideki Kokame. Learning control of time-delay chaotic systems and its applications[J]. *Int J Bifurcation and Chaos*, 1998, 8(12): 2457-2465.