

文章编号: 1001-0920(2002)06-920-03

# 基于自组织模糊 CMAC 神经网络的不确定系统的 $H_\infty$ 鲁棒自适应控制

胡寿松, 王 源

(南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016)

**摘要:** 针对一类不确定系统, 提出一种基于自组织模糊小脑模型(SOFCMAC)神经网络的  $H_\infty$  鲁棒自适应控制方法。通过设计标称系统的  $H_\infty$  控制器, 并采用 SOFCMAC 神经网络在线对消系统的建模不确定性产生的误差, 可保证不确定闭环稳定并具有  $H_\infty$  性能。证明了 SOFCMAC 神经网络  $H_\infty$  鲁棒自适应控制系统的稳定性。仿真算例表明了该方法的有效性。

**关键词:**  $H_\infty$  控制; CMAC; 不确定性系统

中图分类号: TP 273 文献标识码: A

## $H_\infty$ robust adaptive control for uncertain systems based on self-organizing fuzzy CMAC neural networks

HU Shou-song, WANG Yuan

(College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** A method of  $H_\infty$  robust adaptive control for a class of uncertain systems is presented based on self-organizing fuzzy CMAC neural networks(SOFCMAC). The designed controller is composed of a  $H_\infty$  control element for nominal system and a SOFCMAC adaptive element. The on-line learning-while controlling neural network is used to adaptively regulate the error caused by modeling uncertainties in order to guarantee the system stability and  $H_\infty$  performance. The stability of the designed system is proved. A simulation example demonstrates the effectiveness of the proposed method.

**Key words:**  $H_\infty$  control; CMAC; uncertain systems

## 1 引言

通常,  $H_\infty$  鲁棒控制是用一个固定的控制器去控制有噪声的不确定性系统, 可以抑制噪声对输出的影响, 并使具有一定不确定性的线性系统具有鲁棒稳定性<sup>[1,2]</sup>。但当系统具有较大不确定性时, 系统性能降低甚至变得不稳定。由于神经网络具有对未

知非线性逼近的能力, 因此可用于非线性系统的自适应控制<sup>[3]</sup>。但文献[3]中所用的神经网络可调参数为线性的, 寻优空间有限。本文提出一种基于 SOFCMAC 神经网络的  $H_\infty$  鲁棒自适应控制方法, SOFCMAC 神经网络学习参数包括联想域个数、联想域中心及输出层权值, 学习能力强, 在系统中用来在线对消系统的不确定性影响, 保证系统的稳定性

收稿日期: 2001-09-17; 修回日期: 2001-11-23

基金项目: 国家自然科学基金项目; 航空科学基金项目(02E52025); 博士点基金项目(2000028704)

作者简介: 胡寿松(1937—), 男, 江苏南京人, 教授, 博士生导师, 从事神经网络故障识别及非线性系统的自修复控制等研究; 王源(1968—), 男, 河南孟津人, 博士后, 从事神经网络控制等研究。

及  $H_\infty$  性能。文中证明了 SOFCMAC 神经网络  $H_\infty$  鲁棒自适应控制系统的稳定性。仿真示例表明了本文方法的有效性。

## 2 系统描述及 $H_\infty$ 控制律设计

考虑如下不确定性动态系统

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B(u(t) + \Delta(x(t), u(t))) + G\xi(t) \\ y(t) &= Hx(t) \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $x \in R^n, u \in R^m, y \in R^r; \xi \in R^d$  为干扰,  $A, B, H, G$  为适维矩阵;  $\Delta(x, u): R^n \times R^m \rightarrow R^m$  为不确定性项和对象的非线性项。设  $(A, B)$  为可稳阵对。

引理 1<sup>[1]</sup> 设  $F_1, G, H$  为适维矩阵。若对于给定的正标量  $\mu$ , 存在对称正定矩阵  $P_1$  和正标量  $\rho$ , 使得

$$F_1^T P_1 + P_1 F_1 + \frac{\rho}{\mu} P_1 G G^T P_1 + \frac{1}{\rho \mu} H^T H < 0 \quad (2)$$

则  $F_1$  为 Hurwitz 阵, 且有  $T(s) = H(sI - F_1)^{-1}G < \mu$ , 其中  $T(s) = H(sI - F_1)^{-1}G$ 。

推论 1 设  $(A, B)$  为可稳阵对, 令标量  $\mu > 0$ , 矩阵  $Q > 0$ , 若存在正标量  $\rho$  和对称正定矩阵  $P_1$  使下述 Riccati 方程

$$\begin{aligned} A^T P_1 + P_1 A + \frac{\rho}{\mu} P_1 G G^T P_1 - \\ (2\gamma - 1) P_1 B B^T P_1 + \frac{1}{\rho \mu} H^T H + Q = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

成立, 则  $A + BK$  为 Hurwitz 阵,  $T(s) = H(sI - A - BK)^{-1}G$ , 并有  $T(s) < \mu$ , 其中  $K = -(\gamma - 1/2)B^T P_1, \gamma > 1/2$ 。

由推论 1 可求得系统(1)的标称系统  $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + G\xi(t), y(t) = Hx(t)$  的控制律为

$$u(t) = u_0(t) = Kx = -(\gamma - 1/2)B^T P_1 x \quad (4)$$

$\gamma > 1/2$

且  $T_{\xi}(s) = H(sI - A - BK)^{-1}G < \mu$ 。

## 3 系统误差动态模型

由于实际系统通常存在不确定性, 使得实际系统的响应和标称系统的响应之间存在误差。以标称系统的闭环系统作为参考模型, 即

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= A_c x_m(t) + G\xi \\ y_m(t) &= H x_m(t) \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $A_c = A + BK$ 。

考虑引入 SOFCMAC 神经网络自适应控制律  $u_{ad}$ , 构成混合控制律

$$u(t) = u_0(t) - u_{ad}(t) \quad (6)$$

其中  $u_{ad}$  用来克服不确定性项  $\Delta(x, u)$  引起的误差, 以保证期望的系统性能。系统(1)在控制律(6)的作用下, 形成如下闭环系统

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_c x(t) - B u_{ad}(t) + \\ & B \Delta(x(t), u(t)) + G \xi(t) \\ y(t) &= H x(t) \end{aligned} \quad (7)$$

由式(5)减去式(7), 得 SOFCMAC 神经网络混合控制律作用下的误差动态系统

$$\dot{e} = A_c e - B[\Delta(x, u) - u_{ad}(t)] \quad (8)$$

其中  $e = x_m - x$ 。如果 SOFCMAC 控制  $u_{ad}$  能重构不确定性项  $\Delta(x, u)$ , 那么误差动态系统稳定, 可保证期望的系统性能。

## 4 自组织模糊 CMAC 神经网络及自适应算法

定义 1<sup>[4]</sup> CMAC 中某个输入  $x_c$  激活的  $N_L$  个联想单元可以看作中心为  $\sigma_i (i = 1, 2, \dots, N)$ , 宽度为  $2\delta$  的一个邻域  $\mathcal{Q}_i (i = 1, 2, \dots, N)$ , 称  $\mathcal{Q}$  为联想域。

定义 2<sup>[4]</sup> 设输入  $x_c \in R^{n_c}$ , 联想域  $\mathcal{Q}_i (i = 1, 2, \dots, N)$  的中心为  $\sigma_i$ , 联想域  $\mathcal{Q}$  的半径为  $\delta$ , 则联想度

$$af^i = \begin{cases} \exp\left(-\frac{\sigma_i - x_c}{2(\delta/3)^2}\right) \\ \sigma_i - x_c & \delta, \quad i = 1, 2, \dots, N \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

基于联想度的概念, 可获得模糊化的联想向量  $a_f(x_c) = (af^1, af^2, \dots, af^N)^T$ , 进而得到 SOFCMAC 的输出为

$$y_{af} = \sum_{j=1}^N w_j a_{fj}(x_c), \quad i = 1, 2, \dots, m_c \quad (10)$$

算法 1 联想域个数  $N$  和联想域  $\mathcal{Q}_i (i = 1, 2, \dots, N)$  的中心  $\sigma$  的学习采用自组织算法进行, 即采用联想度来决定竞争获胜者, 并对每个联想域  $\mathcal{Q}$  用不同的学习率完成输入空间的自组织分割。权值  $w$  在线调整,  $N, \sigma_i (i = 1, 2, \dots, N), w$  自组织学习算法步骤如下(其中,  $N^l$  表示学习第  $l$  个样本点  $x^l$  时的联想域个数,  $a_0$  为联想度竞争阈值,  $n_l^l$  表示学习第  $l$  个样本点  $x^l$  时, 按联想度竞争获胜的第  $J$  个联想域中心  $\sigma^l$  的调整因子,  $\delta$  为联想域  $\mathcal{Q}$  的半径):

1) 初始化:  $N^0 = 1, a_0(0 < a_0 < 1), \delta > 0, \sigma_i^0, n_i^0 = 1, i = 1, 2, \dots, N^0, w^0 \in R^{1 \times m_c}$  为随机值,  $l = 1$ ;

2) 按式(9)计算  $a_f(x_c)$ , 其中  $a_f(x_c) = (af^1,$

$a_{f2}, \dots, a_{fN^l})^T$ ;

3) 取  $a_j = \max_{j=1, \dots, N^l} a_{fj}$ ;

4) 若  $a_j > a_0$ , 则取  $n_j^l = n_j^{l-1} + 1, N^l = N^{l-1}$ ,

$\sigma_j^l = \sigma_j^{l-1} + \frac{1}{n_j^l} [x_c^l - \sigma_j^{l-1}]$ ; 否则, 建立新单元  $N^l = N^{l-1} + 1, n_{N^l} = 1, \sigma_{N^l} = x_c^l, a_{fN^l} = 1$ ;

5)  $\dot{w} = -\eta e^T P B - F w - F a_f e^T P B$ , 其中  $\eta > 0, F > 0, P$  为 Lyapunov 方程  $A_c^T P + P A_c + 2I = 0$  的解;

6)  $y_{\hat{a}}^l = \sum_{j=1}^{N^l} w_{ij}^l a_{fj}(x_c)$ .

### 5 不确定性系统的闭环稳定性

定理 1 对于不确定性系统(1), SOFCMAC 神经网络自适应控制律

$$u(t) = u_0(t) - u_{ad}(t) \tag{11}$$

可使不确定性系统(1) 闭环一致最终有界(UUB)。其中  $u_0(t)$  由式(4) 决定, 而

$$u_{ad} = w^T a_f \tag{12}$$

其中,  $u_{ad} \in R^m, w \in R^{N \times m}$ 。SOFCMAC 的输入  $x_c = [x^T, e^T, \bar{u}]^T$ , 其中,  $x$  为系统状态,  $e$  为系统状态与期望状态响应的误差,  $\bar{u}$  为控制向量  $u$  经过饱和非线性处理得到的信号。 $u_{ad}$  为 SOFCMAC 的输出,  $N, \sigma, w$  按算法 1 进行学习和更新。

### 6 仿真算例

为验证本文方法, 考虑如下系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 + 2x_2 - x_1^2 x_2 + 0.5u + 0.3\xi \end{aligned}$$

设  $\xi$  为白噪声, 方差为 1, 并设初始值  $x_1(0) = 1.5, x_2(0) = -1$ 。

上述系统等效于系统(1), 其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

$$H = [1 \ 0], \quad \Delta(x, u) = 4x_2 - x_1^2 x_2 - 0.5u$$

取  $\mu = 1, \rho = 1, \gamma = 1.5, Q = I$ , 由推论 1 可得系统的标称系统的  $H$  控制律为

$$u_0(t) = [-0.625 \ 9 \quad -0.461 \ 3]x(t)$$

但标称系统的  $H$  控制律  $u_0$  不能稳定含有不确定性  $\Delta(x, u)$  的系统, 其响应曲线如图 1 所示。取自组织模糊 CMAC 神经网络的输入  $x_c = [x, e, \bar{u}]$ , 输出为  $u_{ad}$ , 按算法 1 设计 SOFCMAC 神经网络自适应控制律, 则系统响应曲线如图 2 所示。由图可见本

文方法能保证不确定系统的稳定性。

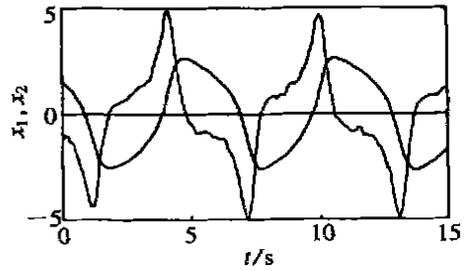


图 1 H 控制律作用下系统(1) 的闭环响应

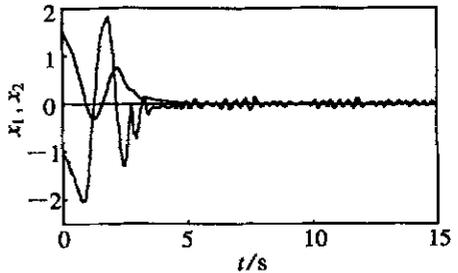


图 2 SOFCMAC 自适应控制闭环系统响应

### 7 结 论

本文给出了一类不确定系统的 SOFCMAC 神经网络  $H$  鲁棒自适应控制方法, 证明了 SOFCMAC 神经网络  $H$  鲁棒自适应控制闭环系统的稳定性。仿真结果表明了本文方法的有效性。

参考文献(References):

- [1] Wang W J, Shieh L S. Observer-based robust  $H$  control laws for uncertain linear systems[J]. *AIAA J of Guidance, Control and Dynamic*, 1991, 14(4): 741-751.
- [2] 胡寿松, 范存海. 基于  $H$  理论的关联大系统分散鲁棒控制[J]. *自动化学报*, 1994, 20(3): 356-359. (Hu Shousong, Fan Cunhai. Decentralized robust control for interconnected large scale systems based on  $H$  theory [J]. *Acta Automatic Sinica*, 1994, 20(3): 356-359.)
- [3] A J Calise, R T Rysdyk. Nonlinear adaptive flight control using neural networks[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1998, 18(6): 14-25.
- [4] 胡寿松, 王源. 基于支持向量机的非线性系统故障诊断[J]. *控制与决策*, 2001, 16(5): 617-620. (HU Shou-song, WANG Yuan. Support vector machine based fault diagnosis for nonlinear dynamics systems [J]. *Control and Decision*, 2001, 16(5): 617-620.)