第 17 卷 第 6 期　　控 制 与 决 策　　2002 年 11 月
Vol. 17 No. 6　　Control and Decision　　Nov. 2002

文章编号: 1001-0920(2002)06-948-04

不确定广义系统动态输出反馈鲁棒 H_∞ 控制器设计

王　岩, 张庆灵
(东北大学 理学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘　要: 在 E 确定其他系数矩阵均存在不确定性情况下, 基于线性矩阵不等式给出系统的动态输出反馈鲁棒 H_∞ 控制器设计方法。所得的控制律保证闭环系统对所有允许的不确定性是正则、稳定、无脉冲的且满足给定的 H_∞ 性能指标。算例说明了该控制器设计方法的有效性。

关键词: 不确定广义系统; 鲁棒 H_∞ 控制器; 动态输出反馈控制; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP 13　　文献标识码: A

Dynamic output feedback robust H_∞ control for uncertain descriptor systems

WANG Yan, ZHANG Qing-ling
(College of Science, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: In the case that all parameter matrices except E exist time-varying uncertainties, the dynamic output feedback robust H_∞ controller design method is given by means of LMI. The control law guarantees that the closed-loop system is regular, stable, impulse-free as well as satisfies a prescribed H_∞ norm bounded constraint for all admissible uncertainties. A design example shows the effectiveness of the design method.

Key words: uncertain descriptor systems; robust H_∞ controller; dynamic output feedback control; LMI

1　引　　言

对于广义系统 H_∞ 控制问题的研究, 目前已取得了许多成果[1~7]。文献[1～4] 相继利用不同方法设计了 H_∞ 控制器, 但其研究结果均是基于参数完全确定的情况得到的。文献[5] 得到了在状态反馈作用下, 状态矩阵 A 和控制输入矩阵 B_2 存在参数不确定性的广义系统鲁棒 H_∞ 控制律的存在条件, 而实际系统的不确定性并不局限存在于这两个系数矩阵中。本文考虑的是在 E 确定其他系数矩阵均存在不确定性的情况下, 不确定广义系统的动态输出反馈鲁棒 H_∞ 控制器设计问题。与文献[3] 相比, 这种设计方法简单直观且易于程序实现。

2　问题描述

考虑如下 E 确定其他系数矩阵均存在不确定性的广义系统

收稿日期: 2001-07-05; 修回日期: 2001-10-22
基金项目: 教育部骨干教师基金项目; 辽宁省科技厅基金项目(2001401041)
作者简介: 王岩(1975—), 女, 黑龙江鹤岗人, 博士生, 从事广义系统、模糊系统和模糊控制理论及应用等研究; 张庆灵(1956—), 男, 辽宁营口人, 教授, 博士生导师, 从事广义大系统、广义系统的 H_2/H_∞ 控制等研究。

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \tilde{A}(t)x(t) + \tilde{B}_1(t)\omega(t) + \tilde{B}_2(t)u(t) \\ z(t) = \tilde{C}_1(t)x(t) + \tilde{D}_1(t)\omega(t) + \tilde{D}_2(t)u(t) \\ y(t) = \tilde{C}_2(t)x(t) \end{cases} \tag{1}$$

其中, $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $y(t) \in R^p$, $\omega(t) \in R^l$, $z(t) \in R^s$ 分别是系统的状态、控制输入、量测输出、干扰输入及被控输出; $E \in R^{n\times n}$, rank $E = r < n$; $\tilde{A}(t) = A + \Delta A(t)$, $\tilde{B}_1(t) = B_1 + \Delta B_1(t)$, $\tilde{B}_2(t) = B_2 + \Delta B_2(t)$, $\tilde{C}_1(t) = C_1 + \Delta C_1(t)$, $\tilde{D}_1(t) = D_1 + \Delta D_1(t)$, $\tilde{D}_2(t) = D_2 + \Delta D_2(t)$, $\tilde{C}_2(t) = C_2 + \Delta C_2(t)$; $A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2$ 是适当阶数的矩阵; $\Delta A(t)$, $\Delta B_1(t)$, $\Delta B_2(t)$, $\Delta C_1(t)$, $\Delta C_2(t)$, $\Delta D_1(t)$, $\Delta D_2(t)$ 表示时变不确定阵, 并且

$$\begin{bmatrix} \Delta A(t) & \Delta B_1(t) & \Delta B_2(t) \\ \Delta C_1(t) & \Delta D_1(t) & \Delta D_2(t) \\ \Delta C_2(t) & * & * \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} F(t)[H_1 \quad H_2 \quad H_3] \tag{2}$$

其中, $E_1, E_2, E_3, H_1, H_2, H_3$ 是已知矩阵; ‘*’代表任意矩阵; $F(t)^{\mathrm{T}}F(t) \le I$。

本文研究的问题是: 设计动态输出反馈控制器, 使闭环系统对所有满足式(2) 的不确定性是容许的(正则、稳定、无脉冲) 且具有 H_∞ 性能指标 γ(对给定的 $\gamma > 0$, $\|z\|_2 \le \gamma\|\omega\|_2$)。

为了证明后面的结果, 先引入以下引理:

引理 **1**[7]　对于广义系统

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= Ax(t) + B\omega(t) \\ z(t) &= Cx(t) + D\omega(t) \end{aligned} \tag{3}$$

下列两个叙述是等价的:

1) 系统(3) 正则、稳定且无脉冲; $\|C(sE - A)^{-1}B + D\|_\infty < 1$ 且 $\|D\| < 1$。

2) 存在矩阵 $P \in R^{n\times n}$ 满足

$$EP = P^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}} \ge 0$$

$$\begin{bmatrix} AP + P^{\mathrm{T}}A^{\mathrm{T}} & P^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}} & B \\ CP & -I & D \\ B^{\mathrm{T}} & D^{\mathrm{T}} & -I \end{bmatrix} < 0$$

引理 **2**[10]　设 A, D, E 和 F 是适当维数的实矩阵, 且有 $F^{\mathrm{T}}F \le I$。如果存在矩阵 $P > 0$ 和标量 $\epsilon > 0$, 满足 $\epsilon I - D^{\mathrm{T}}PD > 0$, 则 $(A + DFE)^{\mathrm{T}}P(A + DFE) \le A^{\mathrm{T}}PA + A^{\mathrm{T}}PD(\epsilon I - D^{\mathrm{T}}PD)^{-1}D^{\mathrm{T}}PA + \epsilon E^{\mathrm{T}}E$。

由引理 1, 可以得到下面的结论:

引理 **3**　对于广义系统(3) 和给定的 $\gamma > 0$, 下列叙述是等价的:

1) 系统(3) 正则、稳定且无脉冲; $\|C(sE - A)^{-1}B + D\|_\infty < \gamma$ 且 $\|D\| < \gamma$。

2) 存在可逆矩阵 $X \in R^{n\times n}$ 使得

$$E^{\mathrm{T}}X = X^{\mathrm{T}}E \ge 0$$

$$\begin{bmatrix} X^{\mathrm{T}}A + A^{\mathrm{T}}X & X^{\mathrm{T}}B & C^{\mathrm{T}} \\ B^{\mathrm{T}}X & -\gamma I & D^{\mathrm{T}} \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0$$

证明略。

3　鲁棒 $\boldsymbol{H}_\infty$ 动态输出反馈控制器设计

考虑具有如下形式的动态输出反馈控制器

$$\begin{aligned} E\dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c y(t) \\ u(t) &= C_c x_c(t) \end{aligned} \tag{4}$$

结合系统(1) 和(4) 得到增广系统为

$$\begin{aligned} \bar{E}\dot{\bar{x}}(t) &= (\bar{A}_0 + \bar{E}_1\bar{F}\bar{H}_1)\bar{x}(t) + (\bar{B}_0 + \bar{E}_1\bar{F}\bar{H}_2)\omega(t) \\ z(t) &= (\bar{C}_0 + \bar{E}_2\bar{F}\bar{H}_1)\bar{x}(t) + (\bar{D}_0 + \bar{E}_2\bar{F}\bar{H}_2)\omega(t) \end{aligned} \tag{5}$$

这里

$$\bar{x}(t) = [x^{\mathrm{T}}(t) \quad x_c^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}, \quad \bar{E} = \mathrm{diag}[E \quad E]$$

$$\bar{A}_0 = \begin{bmatrix} A & B_2C_c \\ B_cC_2 & A_c \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_0 = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_0 = [C_1 \quad D_2C_c], \quad \bar{D}_0 = D_1$$

$$\bar{E}_1 = \mathrm{diag}[E_1 \quad B_cE_3], \quad \bar{E}_2 = [E_2 \quad 0]$$

$$\bar{F} = \mathrm{diag}[F(t) \quad F(t)]$$

$$\bar{H}_1 = \begin{bmatrix} H_1 & H_3C_c \\ H_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{H}_2 = \begin{bmatrix} H_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

下面基于 LMI 给出鲁棒 H_∞ 动态输出反馈控制器存在的条件及其控制器构造方法。

定理 **1**　如果存在可逆矩阵 P 和常数 $\eta, \epsilon > 0$, 使得

$$\bar{E}^{\mathrm{T}}P = P^{\mathrm{T}}\bar{E} \ge 0 \tag{6}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{W}_{11} & P^{\mathrm{T}}\bar{B}_0 & \bar{C}_0^{\mathrm{T}} & \bar{H}_1^{\mathrm{T}} & P^{\mathrm{T}}\bar{E}_1 \\ \bar{B}_0^{\mathrm{T}}P & -\gamma^2 I & \bar{D}_0^{\mathrm{T}} & \bar{H}_2^{\mathrm{T}} & 0 \\ \bar{C}_0 & \bar{D}_0 & \bar{W}_{33} & 0 & 0 \\ \bar{H}_1 & \bar{H}_2 & 0 & W_{44} & 0 \\ \bar{E}_1^{\mathrm{T}}P & 0 & 0 & 0 & -\eta I \end{bmatrix} < 0 \tag{7}$$

成立。其中

$$\bar{W}_{11} = \bar{A}_0^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}\bar{A}_0$$

$$\bar{W}_{33} = -I + \epsilon^{-1}\bar{E}_2\bar{E}_2^{\mathrm{T}}$$

$$W_{44} = -(\eta + \epsilon)^{-1} I$$

则系统(1) 在动态输出反馈控制器(4) 作用下得到的闭环系统(5) 是容许的且具有 H_∞ 性能指标 γ。

证明　令 $\bar{A}_c = \bar{A}_0 + \bar{E}_1 \bar{F} \bar{H}_1$, $\bar{B}_c = \bar{B}_0 + \bar{E}_1 \bar{F} \bar{H}_2$, $\bar{C}_c = \bar{C}_0 + \bar{E}_2 \bar{F} \bar{H}_1$, $\bar{D}_c = \bar{D}_0 + \bar{E}_2 \bar{F} \bar{H}_2$, 将引理 3 应用于系统(5) 可知, 系统(5) 是容许的且具有 H_∞ 性能指标 γ 的充要条件是: 存在可逆矩阵 P, 满足(6) 和

$$\Gamma(t) = \begin{bmatrix} \bar{A}_c^{\mathrm{T}} \\ \bar{B}_c^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} [P \quad 0] + \begin{bmatrix} P^{\mathrm{T}} \\ 0 \end{bmatrix} [\bar{A}_c \quad \bar{B}_c] + \begin{bmatrix} \bar{C}_c^{\mathrm{T}} \\ \bar{D}_c^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} [\bar{C}_c \quad \bar{D}_c] - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \tag{8}$$

因此, 欲证定理 1, 只需证出式(6) 和式(8) 成立即可。由式(2) 和引理 2, 并注意到 $I + \bar{E}_2(\epsilon I - \bar{E}_2^{\mathrm{T}} \bar{E}_2)^{-1} \bar{E}_2^{\mathrm{T}} = (I - \epsilon^{-1} \bar{E}_2 \bar{E}_2^{\mathrm{T}})^{-1}$, 则式(8) 左侧等式为

$$\Gamma(t) \leq \begin{bmatrix} \bar{W}_{11} & P^{\mathrm{T}} \bar{B}_0 \\ \bar{B}_0^{\mathrm{T}} P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{C}_0^{\mathrm{T}} & \bar{H}_1^{\mathrm{T}} & P^{\mathrm{T}} \bar{E}_1 \\ \bar{D}_0^{\mathrm{T}} & \bar{H}_2^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\bar{W}_{33}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & (\eta + \epsilon) I & 0 \\ 0 & 0 & \eta^{-1} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{C}_0 & \bar{D}_0 \\ \bar{H}_1 & \bar{H}_2 \\ \bar{E}_1^{\mathrm{T}} P & 0 \end{bmatrix}$$

由矩阵的Schur 补性质可知, 若式(7) 成立, 则式(8) 的不等式成立, 那么系统(5) 是容许的且具有 H_∞ 性能指标 γ。□

定理 1 给出了系统(1) 存在鲁棒 H_∞ 动态输出反馈控制器的条件, 并未给出构造控制器的具体算法, 下面给出构造不确定广义系统动态输出反馈控制器的 LMI 方法。将矩阵 P, P^{-1} 按矩阵 $\bar{A}_0$ 的分法分块为

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}, \quad P^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}$$

因为 $PP^{-1} = I$, 则 $P \begin{bmatrix} Q_{11} \\ Q_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}$, 设 $\Pi_1 = \begin{bmatrix} Q_{11} & I \\ Q_{21} & 0 \end{bmatrix}$。对广义限制条件(6) 的左右两端分别乘以 $\Pi_1^{\mathrm{T}}, \Pi_1$, 则式(6) 等价于

$$\begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{11} & I \\ I & P_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^{\mathrm{T}} & I \\ I & P_{11}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E^{\mathrm{T}} & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} \geq 0 \tag{9}$$

$$E = Q_{11}^{\mathrm{T}} E^{\mathrm{T}} P_{11} + Q_{21}^{\mathrm{T}} E^{\mathrm{T}} P_{21} \tag{10}$$

令 $\Theta = \mathrm{diag}[\Pi_1 \quad I \quad I \quad I \quad I]$, 对不等式(7) 左端左乘 Θ^{T}, 右乘 Θ, 定义新变量

$$\hat{A} = P_{11}^{\mathrm{T}} A Q_{11} + P_{21}^{\mathrm{T}} B_c C_2 Q_{11} + P_{11}^{\mathrm{T}} B_2 C_c Q_{21} + P_{21}^{\mathrm{T}} A_c Q_{21}$$

$$\hat{B} = P_{21}^{\mathrm{T}} B_c, \quad \hat{C} = C_c Q_{21}$$

则不等式(7) 等价于

$$\begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_2^{\mathrm{T}} & B_1 & \Omega_4^{\mathrm{T}} & \Omega_5^{\mathrm{T}} & (H_1 Q_{11})^{\mathrm{T}} & E_1 & 0 \\ \Omega_2 & \Omega_3 & P_{11}^{\mathrm{T}} B_1 & C_1^{\mathrm{T}} & H_1^{\mathrm{T}} & H_1^{\mathrm{T}} & P_{11}^{\mathrm{T}} E_1 & \Omega_6 \\ B_1^{\mathrm{T}} & B_1^{\mathrm{T}} P_{11} & -\gamma^2 I & D_1^{\mathrm{T}} & H_2^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 \\ \Omega_4 & C_1 & D_1 & W_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Omega_5 & H_1 & H_2 & 0 & W_{44} & 0 & 0 & 0 \\ H_1 Q_{11} & H_1 & 0 & 0 & 0 & W_{44} & 0 & 0 \\ E_1^{\mathrm{T}} & E_1^{\mathrm{T}} P_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta I & 0 \\ 0 & \Omega_6^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta I \end{bmatrix} < 0 \tag{11}$$

其中

$$\Omega_1 = A Q_{11} + (A Q_{11})^{\mathrm{T}} + B_2 \hat{C} + (B_2 \hat{C})^{\mathrm{T}}$$

$$\Omega_2 = \hat{A} + A^{\mathrm{T}}$$

$$\Omega_3 = P_{11}^{\mathrm{T}} A + A^{\mathrm{T}} P_{11} + (\hat{B} C_2) + (\hat{B} C_2)^{\mathrm{T}}$$

$$\Omega_4 = C_1 Q_{11} + D_2 \hat{C}, \quad \Omega_5 = H_1 Q_{11} + H_3 \hat{C}$$

$$\Omega_6 = \hat{B} E_3, \quad W_{33} = -I + \epsilon^{-1} E_2 E_2^{\mathrm{T}}$$

定理 2　如果存在常数 $\eta, \epsilon > 0$ 和矩阵 Q_{11}, $P_{11}, \hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$, 使得式(9) 和式(11) 成立, 则不确定广义系统(1) 在动态输出反馈控制器(4) 作用下所得的闭环系统是容许的且具有 H_∞ 性能指标 γ。此时控制器参数为 $C_c = \hat{C} Q_{21}^{-1}$, $B_c = P_{21}^{-\mathrm{T}} \hat{B}$, $A_c = P_{21}^{-\mathrm{T}} (\hat{A} - P_{11}^{\mathrm{T}} A Q_{11} - \hat{B} C_2 Q_{11} - P_{11}^{\mathrm{T}} B_2 \hat{C}) Q_{21}^{-1}$。这里, P_{21}, Q_{21} 由限制条件(10) 决定。

注 1　定理 2 中, 由于矩阵 P_{21}, Q_{21} 满足限制条件(10) 即可, 因此可选择 P_{21}, Q_{21} 为可逆阵。当不确定广义系统(1) 中 $E = I$ 时, 定理 2 的条件为不确定正常系统在动态输出反馈控制器作用下内部稳定且具有 H_∞ 性能指标 γ 的充分条件, 限制条件(9) 和(10) 与文献[8] 中的条件一致。

4 算　　例

考虑不确定广义系统(1), 令

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = [1 \quad 0], \quad C_2 = [1 \quad 0]$$

$$D_1 = 0.2, \quad D_2 = 1$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad E_2 = E_3 = 1$$

$$H_1 = [0 \quad 1], \quad H_2 = 0.02, \quad H_3 = 1$$

取 H_∞ 性能指标为 $\gamma = 1.0$, 按如下步骤求出动态输出反馈鲁棒 H_∞ 控制器。

Step1: 将以上系数代入定理 2, 解不等式(11)。经计算, 不等式(11) 可解, 且 P_{11}, Q_{11} 满足条件(9)。

$$P_{11} = \begin{bmatrix} 2.332\,1 & 0 \\ -0.025\,6 & -19.952\,7 \end{bmatrix}$$

$$Q_{11} = \begin{bmatrix} 0.755\,7 & 0 \\ 0.346\,9 & -0.078\,5 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2.561\,5 & 0 \\ -0.098\,2 & 1.009\,3 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} -18.750\,4 \\ -0.071\,1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C} = [-0.701\,3 \quad 0.053\,7]$$

Step2: 由约束条件(10) 选择

$$P_{21} = \begin{bmatrix} -0.762\,4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Step3: 由定理 2 求出控制器的系数矩阵

$$A_c = \begin{bmatrix} -23.818\,3 & -0.659\,7 \\ 6.877\,1 & -0.557\,0 \end{bmatrix}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 24.593\,9 \\ -0.071\,1 \end{bmatrix}$$

$$C_c = [-0.701\,3 \quad 0.053\,7]$$

5 结　　语

不确定性是工业过程中普遍存在的现象, 对系统性能影响很大, 本文利用线性矩阵不等式, 研究了不确定广义系统在 E 确定其他系数矩阵均存在不确定性情况下的鲁棒 H_∞ 控制器设计问题。动态输出反馈鲁棒 H_∞ 控制器可通过广义约束条件和线性矩阵不等式的解构造得到, 该设计方法比文献[3] 更简洁。

参考文献(References):

[1] Tan W, Chen Y. H_∞-optimal control for descriptor systems[A]. *Proc 12th IFAC World Congress*[C]. Sydney, 1993. 2: 201-204.

[2] Morihira N, Takaba K, Katayama T. On the H_∞ control for descriptor systems-a J-spectral factorization approach[A]. *Proc 16th SICE Symp on Dynamical System Theory*[C]. Kobe, 1993. 261-266.

[3] Masubuchi I, Kamitane Y, Ohara A, et al. H_∞-control for descriptor systems: A matrix inequlities approach [J]. *Automatica*, 1997, 33(4): 669-673.

[4] Wang H S, Yung C F, Chang F R. Bound real lemma and H_∞ control for descriptor systems[J]. *IEE Proc Control Theory Appl*, 1998, 145(3): 316-322.

[5] 徐胜元, 牛玉刚, 杨成梧. 参数不确定奇异系统的鲁棒 H_∞ 控制[J]. 自动化学报, 2001, 27(3): 397-400.
(Xu S Y, Nu Y G, Yang C W. Robust H_∞ control for sigular systems with parameter uncertainty[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2001, 27(3): 397-400.)

[6] 邢伟, 张庆灵, 王启义, 等. 广义系统状态反馈 H_∞ 控制的一个条件[J]. 控制与决策, 2001, 16(2): 219-221.
(Xing W, Zhang Q L, Wang Q Y, et al. A condition of state-feedback H_∞ control for descriptor systems[J]. *Control and Decision*, 2001, 16(2): 219-221.)

[7] Takaba K. Robust H_2 control of descriptor system with time-varying uncertainty[J]. *Int J Control*, 1998, 71(4): 559-579.

[8] Scherer C, Gahinet P, Chilali M. Multiobjective output-feedback control via LMI optimization[J]. *IEEE Trans Automatica Control*, 1997, 42: 896-911.

[9] 马合保, 秦超英. 基于线性矩阵不等式的广义线性系统的静态输出反馈 H_∞ 控制器设计[J]. 数学季刊, 2000, 15(2): 57-65.
(Ma H B, Qin C Y. Static output feedback H_∞ controllers design for descriptor linear systems based on LMI[J]. *Chinese Quarterly J of Mathematics*, 2000, 15(2): 57-65.)

[10] Cao Y Y, Sun Y X, Lam J. Delay-dependent robust H_∞ control for uncertain systems with time-varying delays[J]. *Proc Inst Elect Eng Contr Applicat*, 1998, 145(3): 338-344.