

文章编号: 1001-0920(2002)06-847-05

决策信息不完全确知的模糊决策集成模型

陈守煜, 王建明, 伏广涛

(大连理工大学 土建学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 从模糊模式识别概念出发, 建立决策方案集对全体级别加权广义欧氏权距离平方和最小的非线性规划模型, 导出决策信息不完全确知的多目标模糊决策集成模型。该模型将模糊优选、模糊模式识别、模糊交叉迭代、模糊聚类等多种决策方法有机地结合到一起, 用于处理决策人偏好、方案评价、分级标准等决策信息不完全确知情况的决策问题, 为解决复杂系统的不完全信息多目标决策提供了一条新途径。

关键词: 模糊模式识别; 多目标决策; 不完全信息; 集成

中图分类号: N 945.25

文献标识码: A

Integrated fuzzy decision-making model with incomplete information

CHEN Shou-yu, WANG Jian-ming, FU Guang-tao

(Department of Civil Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: An integrated model for solving fuzzy decision-makings with incomplete information is developed. Based on the concept of fuzzy pattern recognition, a nonlinear programming is established. An integrated multiobjective decision-making model, with incomplete information, is derived. With the complete integration of fuzzy optimization, fuzzy pattern recognition, fuzzy cross iteration and fuzzy clustering methods, this model deals with the different cases of incomplete information, providing a novel approach for multi-objective decision-makings of complex systems with incomplete information.

Key words: fuzzy pattern recognition; multi-objective decision-making; incomplete information; integration

1 引言

多目标决策(MODM)分析方法是决策理论研究的一个重要内容, 主要解决具有多个目标的有限方案排序问题。目前就该类决策问题涌现出不少有效的解决方法, 如层次分析法(AHP)、线性分配法、TOPSIS法、模糊优选^[1]、熵权模糊决策法^[2]、模糊

集分析单元理论^[3]、模糊模式识别法^[4]等。上述决策方法通常是在决策信息完全确知或完全不确定条件下的多目标决策方法, 对介于这两种极端情况的多目标决策, 即部分信息不完全确知的多目标决策问题很少涉及。李登峰在模糊优选模型基础上提出了解决决策者偏好信息不完全确知(部分权重已知, 部分权重待定)的多目标决策问题的模糊加权规划

收稿日期: 2002-01-30; 修回日期: 2002-04-08

基金项目: 国家自然科学基金项目(59173976)

作者简介: 陈守煜(1930—), 男, 浙江慈溪人, 教授, 博士生导师, 从事工程模糊集理论与应用、水文水资源系统分析的研究; 王建明(1964—), 男, 浙江绍兴人, 讲师, 博士生, 从事工程模糊集理论与应用等研究。

法^[5]和模糊交叉迭代优选法^[6],以及主客观权重相结合的权重确定集成模型^[7],但研究仅局限于部分权重待定决策问题。迄今尚未见到决策信息不完全确知(权重信息不完全、分级标准不完全、方案集评价不完全)条件下决策的综合研究报道。

本文在模糊模式识别模型概念基础上,建立了决策信息不完全确知的多目标决策集成模型。该模型将模糊优选、模糊模式识别、模糊交叉迭代、模糊聚类等多种决策方法有机地结合在一起,拓展和丰富了多目标决策理论,试图为解决具有一般不完全信息结构的复杂决策问题提供新的途径。

2 决策信息不完全确知的模糊决策集成模型

设有 n 个非劣决策方案 $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$

R^p 组成方案集,每个方案具有 p 个目标,由于 p 个目标物理量纲不同,应对方案目标规格化,消除量纲不同的影响,即可按文献[3]中方法将决策方案矩阵变换为相对隶属度矩阵 $R = (r_{ij})_{p \times n}, r_{ij} (0 \leq r_{ij} \leq 1)$

1) 为相对隶属度。方案优劣程度依据 p 个目标特征值,按从劣级到优级分 c 个级别进行识别,方案集归属于对各个级别的相对隶属度矩阵为 $U = (u_{hj})_{c \times n}, u_{hj} (h = 1, 2, \dots, c, j = 1, 2, \dots, n)$ 为方案 j

从属于级别 h 的相对隶属度,满足条件 $\sum_{h=1}^c u_{hj} = 1, 1 \leq j \leq n$

$0 \leq u_{hj} \leq 1, \forall j, h$ 。目标标准特征值矩阵

为 $S = (s_{ih})_{p \times c}, s_{ih} (0 \leq s_{ih} \leq 1)$ 为级别 h 目标 i 的标准特征值。设目标权向量为 $W = (w_1, w_2, \dots, w_p)$,

满足 $\sum_{i=1}^p w_i = 1, 0 < w_i < 1$ 。则方案 j 与级别 h 之间的差异,可用广义欧氏权距离

$$d_{hj} = \sqrt{\sum_{i=1}^p [w_i(r_{ij} - s_{ih})]^2}$$

表示。为了更加完善地描述方案 j 与级别 h 间的差异,将广义欧氏权距离以方案 j 归属于级别 h 的相对隶属度 u_{hj} 为权重,故有加权广义欧氏权距离

$$D_{hj} = u_{hj}d_{hj} = u_{hj} \sqrt{\sum_{i=1}^p [w_i(r_{ij} - s_{ih})]^2} \quad (1)$$

现讨论信息不完全确知的多目标决策问题。假设方案集 n 个非劣决策方案中有 n_y 个方案已由专家确定或实践检验得到对各个级别的相对隶属度; c 级分级标准 $S = (s_{ih})_{p \times c}$ 中有 t 个标准已确定

$$s_{ih} = \begin{cases} \text{已确定, } & ts_{ih} = 1 \\ \text{待定, } & ts_{ih} = 0 \end{cases}$$

$TS = (ts_{ih})_{p \times c}$ 为待定分级标准信息矩阵,满足

$\sum_{i=1}^p \sum_{h=1}^c s_{ih} = t$; 目标权向量中 p_y 个分量已确定。假定

前 n ($n = n - n_y$) 个方案级别隶属度及前 p ($p = p - p_y$) 权重分量待定,已定权重 $\sum_{i=1}^p w_i = 1 - \beta$, 则有

待定权重 $\sum_{i=1}^p w_i = \beta$ 。由于每个方案都是非劣的,不存在任何偏好关系,则可建立目标函数为决策方案集,全体方案对全体级别加权广义欧氏权距离平方和最小的非线性规划模型,求解得到最佳相对隶属度矩阵 U 、分级标准特征值矩阵 S 及目标权向量 W 。

$$J = \min \left\{ F(S, W, U) = \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^c \left[u_{hj}^2 \sum_{i=1}^p (w_i(r_{ij} - s_{ih}))^2 \right] \right\} \quad (2)$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^p w_i = 1, & 0 < w_i < 1 \\ 0 \leq s_{ih} \leq 1 \\ \sum_{h=1}^c u_{hj} = 1, & u_{hj} > 0, & 0 \leq u_{hj} \leq 1 \\ i = 1, 2, \dots, p, & h = 1, 2, \dots, c \\ j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (3)$$

由于决策信息不完全确知,则上述非线性规划问题可转化为

$$\min \left\{ F(S, W, U) = \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^c \left[u_{hj}^2 \sum_{i=1}^p (w_i(x_{ij} - s_{ih}))^2 \right] + \sum_{i=p}^p \left[u_{hj}^2 \sum_{i=1}^p (w_i(x_{ij} - s_{ih}))^2 \right] + \sum_{j=n+1}^n \sum_{h=1}^c \left[u_{hj}^2 \sum_{i=1}^p (w_i(x_{ij} - s_{ih}))^2 \right] + \sum_{i=p}^p \left[u_{hj}^2 \sum_{i=1}^p (w_i(x_{ij} - s_{ih}))^2 \right] \right\} \quad (4)$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^p w_i = \beta, & 0 < w_i < 1, & i = 1, 2, \dots, p \\ 0 \leq s_{ih} \leq 1, & i = 1, 2, \dots, p \\ \sum_{h=1}^c u_{hj} = 1, & u_{hj} > 0 \\ 0 \leq u_{hj} \leq 1, & i = 1, 2, \dots, p \\ h = 1, 2, \dots, c, & ts_{ih} = 0, & j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (5)$$

构造拉格朗日函数

$$L(U, S, W, \lambda, \beta) = \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^c \left[u_{hj}^2 (w_i(x_{ij} - s_{ih}))^2 + u_{hj}^2 (w_i(x_{ij} - s_{ih}))^2 \right] + \sum_{j=n+1}^n \sum_{h=1}^c \left[u_{hj}^2 (w_i(x_{ij} - s_{ih}))^2 \right] - \lambda \left(\sum_{h=1}^c u_{hj} - 1 \right) - \beta \left(\sum_{i=1}^p w_i - \beta \right) \quad (6)$$

令 $\partial L / \partial s_{ih} = 0, \partial L / \partial u_{hj} = 0, \partial L / \partial w_i = 0$
 $\partial L / \partial \lambda = 0, \partial L / \partial \beta = 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$

解得决策信息不完全确知的循环迭代模糊决策模型

$$s_{ih} = \sum_{j=1}^n u_{hj}^2 r_{ij} / \sum_{j=1}^n u_{hj}^2 \quad i = 1, 2, \dots, p, h = 1, 2, \dots, c, ts_{ih} = 0 \quad (8)$$

$$u_{hj} = \begin{cases} 0, & d_{kj} = 0, k = h \\ \left[\frac{c \sum_{i=1}^p [w_i (r_{ij} - s_{ih})]^2}{\sum_{i=1}^p [w_i (r_{ij} - s_{ik})]^2} \right]^{-1}, & k=1 \end{cases} \quad (9)$$

$$w_i = \beta \left\{ \frac{\sum_{k=1}^p \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^c [u_{hj} (r_{ij} - s_{ih})]^2}{n \cdot c}}{\sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^c [u_{hj} (r_{kj} - s_{kh})]^2} \right\}^{-1} \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (10)$$

求解该模型的计算步骤如下:

- 1) 规格化样本指标集矩阵为相对隶属度矩阵;
- 2) 给出循环迭代计算精度 $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ 和分级级别数 c 的值;
- 3) 设初始指标权向量 w_i^0 , 初始方案相对隶属度矩阵 u_{hj}^0 , 初始目标分级标准特征值矩阵 $s_{ik}^0, l = 0$;
- 4) 用式(8) ~ (10) 分别计算 $s_{ik}^{l+1}, u_{hj}^{l+1}, w_i^{l+1}$;
- 5) 若满足 $\max |w_i^{l+1} - w_i^l| \leq \epsilon_1, \max |u_{hj}^{l+1} - u_{hj}^l| \leq \epsilon_2, \max |s_{ih}^{l+1} - s_{ih}^l| \leq \epsilon_3$, 则迭代结束, 矩阵 $s_{ih}^{l+1}, u_{hj}^{l+1}, w_i^{l+1}$ 可作为满足计算精度 $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ 要求的目标分级标准特征值矩阵 s_{ih}^* , 方案相对隶属度矩阵 u_{hj}^* , 指标权向量 w_i^* , 否则, $l = l + 1$, 转4) 继续进行迭代。

迭代结束即可得到方案集对各个级别的相对隶属度, 根据在分级条件下最大隶属度原则的不适用性原理^[4], 确定方案 j 的级别特征值 $H_j = \sum_{h=1}^c hu_{hj}$, 通过对方案集特征值的排序, 即可从方案集中选出决策者满意方案。

3 决策信息不完全确知的模糊决策集成模型分析

不难看出, 该决策模型同样适用于信息完全确知或完全不确定情况的决策。下面讨论该模型与已有的多目标决策算法的关系。

3.1 完全确知分类标准 S

设方案级别相对隶属度完全未知, 在分类标准 S 完全确知情况下, 如果决策者的偏好信息完全未知, 则迭代模型(9)和(10)转化为

$$u_{hj} = \begin{cases} 0, & d_{kj} = 0, k = h \\ \left[\frac{c \sum_{i=1}^p [w_i (r_{ij} - s_{ih})]^2}{\sum_{i=1}^p [w_i (r_{ij} - s_{ik})]^2} \right]^{-1}, & k=1 \\ d_{kj} = 0, & \forall i, j \\ 1, & d_{hj} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$w_i = \left\{ \frac{\sum_{k=1}^p \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^c [u_{hj} (r_{ij} - s_{ih})]^2}{n \cdot c}}{\sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^c [u_{hj} (r_{kj} - s_{kh})]^2} \right\}^{-1} \quad (12)$$

式(11)和(12)即为文献[8]提出的交叉迭代模型, 由该模型可迭代得到决策者的偏好信息; 如果决策者的偏好信息部分已知, 则迭代模型(9)和(10)转化为(11)和(10), 为文献[5]中模型的推广; 如果决策者的偏好信息完全已知, 则模型(9)转化为(11), 即为文献[4]提出的模糊模式识别模型。

3.2 完全不确定分类标准 S

设方案级别相对隶属度完全未知, 在完全不确定分类标准 S 的情况下, 如果决策者的偏好信息完全未知, 则迭代模型(8)、(9)、(10)就转化为式(13)、(11)、(12), 构成文献[9]提出的循环迭代模糊聚类模型, 该模型用来从方案集中自组织分类。

$$s_{ih} = \sum_{j=1}^n u_{hj}^2 r_{ij} / \sum_{j=1}^n u_{hj}^2 \quad (13)$$

如果决策者的偏好信息完全确知, 则迭代模型转化为(13)和(11), 即为文献[3]提出的模糊聚类

表1 方案集方案的优劣级别完全未知情况下与其他算法的关系

分类标准	偏好信息		
	完全确知	部分确知	完全不确定
完全确知	模糊模式识别 ^[4]	模糊交叉迭代优选法 ^{[5]*}	交叉迭代 ^[8]
部分确知			
完全不确定	模糊聚类迭代模型 ^[3] 等权重时为 FCM 模型 ^[10]		循环迭代模糊聚类 ^[9]

* 文献[5] 模糊交叉迭代优选法的拓广形式。

算法; 如果决策者对各目标无偏好信息等权重时, 该模型即转化为模糊加权指数 $m = 2$ 时的 FCM 算法^[10]。

3.3 完全确知方案集方案的优劣级别

当完全确知方案的优劣级别时, 模型(8)和(10)转化为由式(13)和(12)构成的模型, 即为文献[11]中的模糊模式识别模型参数辨识算法, 该算法的模糊多目标决策的逆命题解法, 用来从已评判的方案集数据中提取方案目标权重。

由上述讨论可发现, 本模型集成了决策信息完全确知、决策信息部分确知、决策信息完全确知的多种模糊多目标决策方法, 其决策方案集方案的优劣级别完全未知情况下与模糊多目标决策法的关系如表1所示。

4 实例

水资源可持续利用问题是我国当前急需解决的一个战略问题。由于水资源系统的复杂性及资料的匮乏, 国内外水资源系统可持续发展的研究大都停留在概念的提供或定性分析上, 缺乏定量评价的理论和方法。本文用决策信息不完全确知的循环迭代模糊决策模型, 评价我国西部地区之一的汉中盆地水资源系统可持续发展的程度, 因地制宜地制定系统可持续发展战略。平坝区及其各分区水资源的有

关资料参见文献[12]。关于上述7项指标的3级指标标准值见表2。

由文献[12]得水资源的可持续发展的指标相对隶属度为

$$R = \begin{bmatrix} 0.478 & 0.440 & 0.508 & 0.283 & 0.318 & 0.395 \\ 0.063 & 0.168 & 0.140 & 0.145 & 0.223 & 0.143 \\ 0.338 & 0.508 & 0.488 & 0.460 & 0.575 & 0.468 \\ 0.925 & 0.973 & 1 & 0.608 & 0.920 & 0.878 \\ 0.100 & 0.178 & 0.232 & 0 & 0 & 0.077 \\ 0.997 & 1 & 0.887 & 0.949 & 0.984 & 0.979 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = (r_{ij})$$

其中 $i = 1, 2, \dots, 7$ 为指标号; $j = 1, 2, \dots, 6$ 为地区号。

根据表1得分级指标特征值指标相对隶属度

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s_{11} & s_{21} & s_{31} & s_{41} & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix}^T$$

其中前4个指标中发展水平为2级(中级)指标未知。

参照水资源评价标准, 认为人均供水量、生态环境用水率两项指标权重为平均权重, 其余指标权重未知, 则有权重向量 $W = (w_1 \ w_2 \ w_3 \ w_4 \ w_5 \ 1/7 \ 1/7)$ 。

可见评价汉中盆地水资源系统可持续发展的程

表2 评价指标3级标准值

评价指标	指标标准值		
	1级(低级)	2级(中级)	4级(高级)
灌溉率 /%	20	*	60
水资源利用率 /%	20	*	60
水资源开发程度 /%	30	*	70
供水量模数 / $10^8 \text{ m}^3 \cdot \text{km}^{-2}$	40	*	100
需水模数 / $10^8 \text{ m}^3 \cdot \text{km}^{-2}$	40	70	100
人均供水量 / m^3	3 000	2 000	1 000
生态环境用水率 /%	5	3.5	2

* 该指标标准值为未知。

度的分级标准部分未知、指标权重部分未知, 应用决策信息不完全确知的循环迭代模糊决策模型(8)~(10), 得到评价指标分级标准值相对隶属度矩阵

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 401 & 0 & 178 & 0 & 523 & 0 & 846 & 0 & 500 & 0 & 500 & 0 & 500 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

7 项评价指标权重向量为

$$W = (0.113 \quad 0.244 \quad 0.101 \quad 0.124 \quad 0.137 \quad 0.143 \quad 0.143)$$

汉中地区平坝区对各个级别水资源系统可持续发展程度的相对隶属度矩阵

$$U = \begin{bmatrix} 0 & 151 & 0 & 141 & 0 & 125 & 0 & 212 & 0 & 165 & 0 & 163 \\ 0 & 696 & 0 & 716 & 0 & 752 & 0 & 648 & 0 & 674 & 0 & 699 \\ 0 & 133 & 0 & 143 & 0 & 123 & 0 & 149 & 0 & 161 & 0 & 138 \end{bmatrix}$$

得到汉中地区平坝区及其各分区水资源系统可持续发展程度的级别特征值向量

$$H = (1.961 \quad 2.002 \quad 1.998 \quad 1.927 \quad 1.994 \quad 1.975)$$

由此可见, 汉中地区平坝区及其各分区的水资源系统可持续发展程度接近 2 级, 基本上达到中级水资源系统可持续发展的程度, 因此还有很大的开发潜力。

5 结 论

本文针对决策信息不完全确知的多目标决策问题, 将经典数学中的最小二乘准则——距离平方和最小, 拓展为加权广义欧氏权距离平方和最小, 从而建立方案集对全体级别加权广义欧氏权距离平方和最小为目标函数的非线性规划模型, 并得到决策信息不完全确知条件下的多目标模糊决策集成模型。该模型适用于多种信息不完全确知(包括权重信息)的多目标决策问题, 因此, 本文提出的集成模型为解决具有复杂信息结构的多目标决策问题提供了一条值得探索的新途径。

参考文献(References):

- [1] 陈守煜, 赵瑛琪. 模糊优选理论与模型[J]. 模糊系统与数学, 1990, 4(2): 87-91.
(Shouyu Chen, Yingqi Zhao. The fuzzy optimum selecting theory and model[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 1990, 4(2): 87-91.)
- [2] 唐克. 目标的熵权模糊决策[J]. 系统工程理论与实践, 1992, 12(5): 68-72.

1992, 12(5): 68-72

(Ke Tang. Fuzzy decision making for entropy weights of objectives[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 1992, 12(5): 68-72.)

- [3] 陈守煜. 工程模糊集理论与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.
- [4] 陈守煜. 区域水资源可持续利用评价理论模型与方法[J]. 中国工程科学, 2001, 3(2): 33-38.
(Shouyu Chen. Theory model and a method on qualitative assessments of sustainable development of regional water resources[J]. *China Engineering Science*, 2001, 3(2): 33-38.)
- [5] Dengfeng Li. Fuzzy multiattribute decision making models and methods with incomplete preference information[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 106(1): 113-119.
- [6] 李登峰, 程春田, 陈守煜. 部分信息不完全的多目标决策方法[J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 83-86.
(Dengfeng Li, Chuntian Cheng, Shouyu Chen. An multi-attribute decision making method for incomplete information[J]. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 83-86.)
- [7] 姜宁, 李登峰. 不完全信息多属性决策的集成模型与方法[J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(2): 71-73.
(Ning Jiang, Dengfeng Li. An integrated model and method for multi-attribute decision making with incomplete information[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2001, 23(2): 71-73.)
- [8] 陈守煜. 模糊模式识别交叉迭代模型与收敛性[J]. 大连理工大学学报, 2001, 41(3): 264-267.
(Shouyu Chen. Fuzzy pattern recognition model with cross iteration and its convergence[J]. *J of Dalian University of Technology*, 2001, 41(3): 264-267.)
- [9] 陈守煜. 复杂水资源系统优化模糊识别理论与应用[M]. 长春: 吉林大学出版社, 2002.
- [10] J C Bezdek. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*[M]. New York: Plenum, 1981.
- [11] Wang Jianming, Chen Shouyu. A fuzzy threat-judgment model for air targets[A]. *ICOTA [C]* Hong Kong, 2001. 195-202.
- [12] 高彦春, 刘昌明. 区域水资源开发利用阈限分析[J]. 水利学报, 1997, (8): 73-79.
(Yanchun Gao, Changming Liu. Limit analysis on the development and utilization of regional water resources[J]. *J of Hydraulic Engineering*. 1997, (8): 73-79.)