第18卷 第1期　　控 制 与 决 策　　2003年1月
Vol. 18 No. 1　　Control and Decision　　Jan. 2003

文章编号: 1001-0920(2003)01-0062-04

模糊时滞系统的输出反馈控制及其稳定性分析

佟绍成, 马文阁, 鲁宝春
(辽宁工学院 信息系, 辽宁 锦州 121001)

摘　要: 利用模糊T-S模型对一类不确定非线性时滞系统进行建模; 在此基础上, 提出了模糊不确定时滞系统的状态反馈控制及其输出反馈控制的设计, 并给出了模糊闭环系统渐近稳定的充分条件; 基于李亚普诺夫函数和线性矩阵不等式方法, 证明了模糊系统的渐近稳定性。

关键词: 模糊控制; 鲁棒控制; 观测器; 模糊时滞系统
中图分类号: TP271.9　　**文献标识码**: A

Output feedback control design and stability of fuzzy time-delay systems

TONG Shao-cheng, Ma Wen-ge, Lu Bao-chun
(Department of Information, Liaoning Institute of Technology, Jinzhou 121001, China)

Abstract: The problem of fuzzy modeling for uncertain time-delay nonlinear systems by fuzzy T-S model is addressed. On the basis of the fuzzy modeling, fuzzy feedback control and output feedback control are developed. Sufficient conditions are derived for robust stabilization in the sense of Lyapunov asymptotic stability and formulated in the form of linear matrix inequalities (LMIs), which can be efficiently solved with LMI optimization techniques.

Key words: Fuzzy control; Robust control; Observer; Fuzzy time-delay systems

1　引　言

近年来, 利用模糊T-S模型对不确定非线性系统进行描述和建模, 进而实现系统控制的设计, 已成为模糊控制领域中的一个重要研究方向, 并取得了一些理论成果[1~10]。Wang等[1]和Tanaka等[2]提出了模糊系统的状态反馈及其闭环系统稳定的充分条件及其鲁棒稳定性。鉴于文献[1,2]要求系统的状态是可测的, Ma等[3]和Tanaka等[4]分别给出了基于观测器的反馈控制及其闭环系统稳定的充分条件。文献[3,4]提出的方法没有考虑模糊系统存在参数不确定和结构不确定等情况, 因而使控制的设计缺少鲁棒性。对此, 文献[5]给出了模糊非线性系统的鲁棒反馈控制和输出反馈控制及其稳定性分析。

本文首先应用模糊T-S模型对一类不确定非线性时滞系统进行模糊建模, 得到不确定时滞模糊系统; 然后在文献[5]的基础上, 给出了模糊状态反馈控制和基于观测器的动态输出反馈控制的设计; 最后利用李亚普诺夫和线性矩阵不等式证明了闭环系统的稳定性, 从而扩展了模糊控制的已有成果。

2　预备知识

考虑由模糊T-S模型所描述的非线性不确定时滞系统。

模糊控制规则为: 如果 $z_1(t)$ 是 M_1^i 且 $z_2(t)$ 是 M_2^i 且 … 且 $z_n(t)$ 是 M_n^i, 则

收稿日期: 2001-10-15; **修回日期**: 2002-03-08。
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60274019); 辽宁省自然科学基金资助项目(200110161)。
作者简介: 佟绍成(1960—), 男(满族), 辽宁锦州人, 副校长, 教授, 博士, 从事模糊控制、自适应控制等研究; 马文阁(1960—), 男, 辽宁朝阳人, 教授, 博士, 从事工业自动化等研究。

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=(A_i+\Delta A_i)x(t)+A_{di}x(t-h)+\\ \qquad (B_i+\Delta B_i)u(t)\\ y(t)=C_ix(t),\quad i=1,2,\cdots,q\end{cases}\tag{1}$$

其中:M_j^i是模糊集合, $z(t)=[z_1(t),\cdots,z_n(t)]^{\mathrm{T}}$是模糊前件变量, $x(t)\in R^n$ 是状态变量, $u(t)\in R^m$ 是系统的控制输入, $y(t)\in R^l$ 是系统的输出, $A_i, A_{di}\in R^{n\times n}$, $B_i\in R^{n\times m}$ 和 $C_i\in R^{l\times n}(j=1,2)$ 是系统的输入和输出矩阵, ΔA_i 和 ΔB_i 是适当维数的时变矩阵, h 表示时滞的时间。

给定输出输入数对 $(y(t),u(t))$, 通过单点模糊化、乘积推理和中心平均反模糊化运算, 式(1) 可表示成如下模糊模型

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))[(A_i+\Delta A_i)x(t)+\\ \qquad (B_i+\Delta B_i)u(t)]+\\ \qquad \sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))A_{di}x(t-h)\\ y(t)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))C_ix(t)\end{cases}\tag{2}$$

其中

$$\mu_i(z(t))=w_i(z(t))\Big/\sum_{i=1}^{q}w_i(z(t))$$

$$w_i(z(t))=\prod_{j=1}^{n}M_j^i(z_j(t))$$

$M_j^i(z_j(t))$ 是 $z_j(t)$ 关于模糊集 M_j^i 的隶属函数, $w_i(t)$ 满足

$$w_i(t)\geq 0,\quad \sum_{i=1}^{q}w_i(t)>0$$

显然有

$$\mu_i(z(t))\geq 0,\quad \sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))=1$$

基于平行分布补偿的思想[2], 模糊反馈控制设计如下:

模糊控制规则为: 如果 $z_1(t)$ 是 M_1^i 且 $z_2(t)$ 是 M_2^i 且 … 且 $z_n(t)$ 是 M_n^i, 则

$$u(t)=K_ix(t),\quad i=1,2,\cdots,q\tag{3}$$

其中 $K_i\in R^{m\times n}$ 是反馈控制增益矩阵。式(3) 的模糊化输出为

$$u(t)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))K_ix(t)\tag{4}$$

模糊状态观测器设计如下:

观测器的模糊规则为: 如果 $z_1(t)$ 是 M_1^i 且 $z_2(t)$ 是 M_2^i 且 … 且 $z_n(t)$ 是 M_n^i, 则

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}(t)=A_i\hat{x}(t)+B_iu(t)+\\ \qquad G_i[y(t)-\hat{y}(t)]\\ \hat{y}(t)=C_i\hat{x}(t),\quad i=1,2\cdots,q\end{cases}\tag{5}$$

其中 $G_i\in R^{n\times l}$ 为观测器增益矩阵。式(5) 的模糊输出为

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}(t)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))A_i\hat{x}(t)+\\ \qquad \sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))B_iu(t)+\\ \qquad \sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))G_i[y(t)-\hat{y}(t)]\\ \hat{y}(t)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))C_i\hat{x}(t)\end{cases}\tag{6}$$

由于模糊系统(1) 存在不确定时变矩阵, 设计模糊状态反馈矩阵 K_i 和观测器增益矩阵 G_i 是困难的, 因此本文假设不确定矩阵 ΔA_i 和 ΔB_i 满足如下条件:

假设 1[6]　假设不确定参数矩阵是模有界的, 且可表示成如下形式

$$[\Delta A_i,\Delta B_i]=D_iF_i(t)[E_{1i},E_{2i}]$$

$$F_i^{\mathrm{T}}(t)F_i(t)\leq I$$

其中: D_i, E_{1i} 和 E_{2i} 是已知的适当维数的实值矩阵; $F_i(t)$ 是未知矩阵, 其元素是勒贝格可测函数。

3　模糊状态反馈控制及其稳定性分析

本章针对系统状态可测的条件, 给出不确定模糊时滞系统渐近稳定的充分条件。

考虑不确定模糊时滞系统的状态方程为

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)=&\sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))[(A_i+\Delta A_i)x(t)+\\ &(B_i+\Delta B_i)u(t)]+\\ &\sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))A_{di}x(t-h)\end{aligned}\tag{7}$$

基于模糊 T-S 模型的状态反馈控制为

$$u(t)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))K_ix(t)\tag{8}$$

由式(7) 和(8) 组成的闭环系统为

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)=&\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))\times\\ &[(A_i+\Delta A_i)+(B_i+\Delta B_i)K_j]x(t)+\\ &\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))A_{di}x(t-h)\end{aligned}\tag{9}$$

对于闭环系统(9) 的渐近稳定性问题, 有如下定理:

定理 1　如果存在正定矩阵 P 和 S, 反馈增益

矩阵 K_i, 使得如下线性矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \Phi_{ij} & (E_{i1}+E_{2i}Y_j)^{\mathrm{T}} & A_{di}X \\ E_{i1}+E_{2i}Y_j & -I & 0 \\ XA_{di}^{\mathrm{T}} & 0 & -Q \end{bmatrix} < 0$$

$$i, j = 1, 2, \cdots, q \tag{10}$$

其中

$$\Phi_{ij} = XA_i^{\mathrm{T}} + A_iX + Y_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}} + B_iY_j + D_iD_i^{\mathrm{T}} + Q$$

$$X = P^{-1}, \quad Y_j = K_jX, \quad Q = X^{-1}SX^{-1}$$

则模糊控制(8) 可保证不确定模糊时滞系统(7) 是渐近稳定的。

证明 考虑如下李亚普诺夫函数

$$V = x(t)^{\mathrm{T}}Px(t) + \int_{t-h}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Sx(s)\,\mathrm{d}s \tag{11}$$

对 V 求导得

$$\dot{V} = \dot{x}(t)^{\mathrm{T}}Px(t) + x(t)^{\mathrm{T}}P\dot{x}(t) + x^{\mathrm{T}}(t)Sx(t) - x^{\mathrm{T}}(t-h)Sx(t-h) \tag{12}$$

式(9) 代入(12) 得

$$\begin{aligned} \dot{V} = {} & \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))x^{\mathrm{T}}(t) \times \\ & [((A_i+\Delta A_i)+(B_i+\Delta B_i)K_j)^{\mathrm{T}}P + \\ & P((A_i+\Delta A_i)+(B_i+\Delta B_i)K_j)]x(t) + \\ & 2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))x^{\mathrm{T}}(t)PA_{di}x(t-h) + \\ & \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))x^{\mathrm{T}}(t)Sx(t) - \\ & \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))x^{\mathrm{T}}(t-h)Sx(t-h) \end{aligned} \tag{13}$$

引理 1 假设 $F^{\mathrm{T}}F \leq I$, 对于适当维数的矩阵 X 和 Y, 有

$$2X^{\mathrm{T}}FY \leq X^{\mathrm{T}}X + Y^{\mathrm{T}}Y$$

将引理 1 应用于式(13) 的第 1 项, 根据假设 1 有

$$\begin{aligned} & 2x^{\mathrm{T}}(t)P[(A_i+\Delta A_i)+(B_i+\Delta B_i)K_j]x(t) = \\ & x^{\mathrm{T}}(t)N_{ij}x(t) + x^{\mathrm{T}}(t)[PD_iF_i(E_{1i}+E_{2i}K_j) + \\ & (E_{1i}+E_{2i}K_j)^{\mathrm{T}}F_i^{\mathrm{T}}D_i^{\mathrm{T}}P]x(t) \leq \\ & x^{\mathrm{T}}(t)N_{ij}x(t) + x^{\mathrm{T}}(t)PD_iD_i^{\mathrm{T}}Px(t) + \\ & x^{\mathrm{T}}(t)(E_{1i}+E_{2i}K_j)^{\mathrm{T}}(E_{1i}+E_{2i}K_j)x(t) \end{aligned} \tag{14}$$

其中

$$N_{ij} = A_i^{\mathrm{T}}P + PA_i + K_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P + PB_iK_j \tag{15}$$

式(14) 和(15) 代入(12) 得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq {} & \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))x^{\mathrm{T}}(t) \times \\ & [N_{ij} + (E_{1i}+E_{2i}K_j)^{\mathrm{T}}(E_{1i}+E_{2i}K_j) + \\ & S + PD_iD_i^{\mathrm{T}}P + PA_{di}S^{-1}A_{di}^{\mathrm{T}}Px(t)] \end{aligned} \tag{16}$$

如果

$$\begin{aligned} & N_{ij} + (E_{1i}+E_{2i}K_j)^{\mathrm{T}}(E_{1i}+E_{2i}K_j) + \\ & S + PD_iD_i^{\mathrm{T}}P + PA_{di}S^{-1}A_{di}^{\mathrm{T}}P < 0 \end{aligned} \tag{17}$$

则可保证 $\dot{V} < 0$, 于是系统(9) 渐近稳定。用 $X = P^{-1}$ 左乘和右乘式(17), 并由 Schur 分解法可得到线性矩阵不等式(10), 因此定理 1 成立。□

4 模糊输出反馈控制及其稳定性分析

一般说, 控制系统的状态并不都是直接可测的。如果模糊系统(1) 的状态不可测, 则定理 1 的结论不能成立。因此需要设计状态观测器(6) 对状态进行估计, 然后设计模糊控制器

$$u(t) = \sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))K_i\hat{x}(t) \tag{18}$$

定义观测误差

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \tag{19}$$

由式(2), (6), (18) 和(19), 误差方程可表示成

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = {} & \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t)) \times \\ & (A_i - G_iC_j + \Delta B_iK_j)e(t) + \\ & \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))(\Delta A_i + \Delta B_iK_j)x(t) + \\ & \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))A_{di}x(t-h) \end{aligned} \tag{20}$$

闭环系统的状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = {} & \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t)) \times \\ & [(A_i+\Delta A_i)+(B_i+\Delta B_i)K_j]x(t) - \\ & \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))(B_i+\Delta B_iK_j)e(t) + \\ & \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))A_{di}x(t-h) \end{aligned} \tag{21}$$

定义辅助状态

$$\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t) = [x(t), e(t)] \tag{22}$$

由式(20) 和(21) 组成的增广系统为

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) = {} & \\ & \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))(\tilde{A}_{ij} + \Delta\tilde{A}_{ij})\tilde{x}(t) + \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))\tilde{A}_{dij}\tilde{x}(t-h) \tag{23}$$

其中

$$\tilde{A}_{ij}=\begin{bmatrix} A_i+B_iK_j & -B_iK_j \\ 0 & A_i-G_iC_j \end{bmatrix}$$

$$\Delta\tilde{A}_{ij}=\begin{bmatrix} \Delta A_i+\Delta B_iK_j & -\Delta B_iK_j \\ \Delta A_i+\Delta B_iK_j & -\Delta B_iK_j \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}_{dij}=\begin{bmatrix} A_{di} & 0 \\ A_{di} & 0 \end{bmatrix}$$

根据假设 1, $\Delta\tilde{A}_{ij}$ 可表示成

$$\Delta\tilde{A}_{ij}=\tilde{D}_i\tilde{F}_i(t)\tilde{E}_{ij} \tag{24}$$

其中

$$\tilde{D}_i=\begin{bmatrix} D_i & 0 \\ 0 & D_i \end{bmatrix},\quad \tilde{F}_i=\begin{bmatrix} F_i & 0 \\ 0 & F_i \end{bmatrix}$$

$$\tilde{E}_{ij}=\begin{bmatrix} E_{1i}+E_{2i}K_j & -E_{2i}K_j \\ E_{1i}+E_{2i}K_j & -E_{2i}K_j \end{bmatrix}$$

并且 $\tilde{F}_i^{\mathrm{T}}\tilde{F}_i\leq I$。

对于系统(23) 的渐近稳定性, 有如下定理:

定理 2　如果存在正定矩阵 P_{11}, P_{22} 和 S_{11}, S_{22}, 反馈增益和观测器增益矩阵 K_i 和 G_i, 使得如下线性矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \Theta_{ij} & (A_{di}+B_{di}Y_j)^{\mathrm{T}} & X_{11}A_{di} \\ A_{di}+B_{di}Y_j & -Q & 0 \\ A_{di}^{\mathrm{T}}X_{11} & 0 & -\frac{1}{2}I \end{bmatrix}<0 \tag{25}$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{ij} & P_{22}D_i & P_{22}A_{di} & P_{22}\Gamma_{ij}^{\mathrm{T}} \\ D_i^{\mathrm{T}}P_{22} & -I & 0 & 0 \\ A_{di}^{\mathrm{T}}P_{22} & 0 & -S_{11} & 0 \\ \Gamma_{ij}P_{22} & 0 & 0 & M_{11} \end{bmatrix}<0 \tag{26}$$

则通过模糊控制器(20), 不确定模糊时滞系统是渐近稳定的(证明略)。

5　结　　论

本文利用模糊T-S模型对一类不确定时滞非线性系统进行建模, 得到模糊不确定时滞系统。针对此系统, 给出了模糊反馈和输出反馈控制设计方法, 并基于李亚普诺夫方法证明了模糊系统的稳定性。

参考文献(References):

[1] Wang H O, Tanaka K, Griffin M F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues[J]. *IEEE Trans Fuzzy Syst*, 1996, 4(1): 14-23.

[2] Tanaka K, Sugeno M. Stability analysis and design of fuzzy control systems[J]. *Fuzzy Sets Syst*, 1992, 45(2): 135-156.

[3] Ma X J, Sun Z Q. Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer[J]. *IEEE Trans Fuzzy Syst*, 1998, 6(1): 41-51.

[4] Tanaka K, Ikeda T, Wang H O. Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: Quadratic stabilizability, H^{∞} control theory and linear matrix inequalities[J]. *IEEE Trans Fuzzy Syst*, 1996, 4(1): 1-13.

[5] Tong Shaocheng, Zhou Jun. Fuzzy output feedback control for a class of uncertain nonlinear systems[J]. *Control and Decision*, 2001, 16(5): 540-544.

[6] Leung F H F, Lam H K, Tam P K S. Fuzzy control of a class of multivariable nonlinear systems subject to parameter uncertainties: Model reference approach[J]. *Int Appr Reas*, 2001, 26(2): 129-144.

[7] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. *IEEE Trans Syst Man Cybern*, 1985, 15(1): 116-132.

[8] Tanaka K, Ikeda T, Wang H O. Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs[J]. *IEEE Trans Fuzzy Syst*, 1998, 4(2): 250-265.

[9] Lee H J, Park J B, Chen G. Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties[J]. *IEEE Trans Fuzzy Syst*, 2000, 9(2): 369-379.

[10] Feng M, Harris C J. Feedback stabilization of fuzzy systems via linear matrix inequalities[J]. *Int J Science*, 2001, 32(2): 221-231.

(上接第 61 页)

[9] Fung R Y K, Tang J, Tu Y, et al. Fuzzy financial optimization in product design using quality function deployment[J]. *Int Produc Res*, 2002, 40(3): 585-599.

[10] Kim K, Moskowitz H, Dhingra A, et al. Fuzzy multicriteria models for quality function deployment[J]. *Europ J Oper Res*, 2000, 121: 504-518.

[11] Tang J, Wang D W, Ip A, et al. A hybrid genetic algorithm for a type of non-linear programming problem[J]. *Comput Math Appl*, 1998, 36(5): 11-21.

[12] 唐加福, 汪定伟, 高振, 等. 面向非线性规划问题的混合式遗传算法[J]. 自动化学报, 2000, 26(3): 401-404.
(Tang J F, Wang D W, Gao Z, et al. Hybrid genetic algorithm to solve nonlinear programming problems[J]. *Acta Autom Sinica*, 2000, 26(3): 401-404.)