

文章编号: 1001-0920(2003)01-0069-04

## 自适应模糊逻辑系统的鲁棒学习算法

祖家奎, 戴冠中, 卢京潮

(西北工业大学 自动控制系, 陕西 西安 710072)

**摘要:** 通过对常规最小方差型目标函数局限性的分析, 根据鲁棒统计学理论和目标函数在参数学习中的导向作用, 对目标函数进行修正。在此基础上, 提出一种模糊逻辑系统的鲁棒学习算法。在噪声环境中, 通过对该算法的仿真验证以及与常规算法性能的比较, 表明该鲁棒学习算法在逼近精度和鲁棒性等方面优于传统方法, 在实际工程中具有较高的应用价值。

**关键词:** 自适应; 模糊逻辑系统; 目标函数; 鲁棒统计学; 鲁棒学习算法

**中图分类号:** TP18      **文献标识码:** A

## Robust learning algorithm for adaptive fuzzy logical systems

ZU Jia-kui, DA I Guan-zhong, LU Jing-chao

(Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** According to robust statistics theory and the directional role of target function, the limitation of the LSE (Least Squared Error) function is analyzed. A new robust learning algorithm of fuzzy logic systems is presented. Simulation results and the performance comparison between the robust learning algorithm and the normal algorithm, show that the robust learning algorithm has better robust capability, and has more practicality engineering applications.

**Key words:** Adaptive; Fuzzy logical system; Target function; Robust statistics; Robust learning algorithm

### 1 引言

自适应模糊逻辑系统<sup>[1]</sup>是建立在模糊集合论的基础上, 依靠数据信息对模糊逻辑系统的参数进行学习调整的智能系统。该理论经过不断的发展完善, 在系统辨识、工业控制、图象处理、信号处理、模式识别等领域得到了广泛的应用。

模糊逻辑系统理论上可在任意精度上一致逼近任何定义在致密集上的非线性函数<sup>[2]</sup>。但在实际工程应用中, 各种噪声和误差不可避免地会影响样本数据的质量, 造成输入输出数据不匹配, 被学习的模糊系统在污染的数据点上产生振荡, 因此很难逼近真实系统。如何有效地提高模糊逻辑系统参数学习算法的抗干扰能力, 已成为一个重要的研究课题<sup>[3]</sup>。

本文根据鲁棒统计学<sup>[4-6]</sup>理论以及目标函数在参数学习中的导向作用<sup>[7]</sup>, 提出一种自适应模糊逻辑系统的鲁棒学习算法, 并对该算法的抗干扰能力进行仿真验证, 结果证明在噪声环境中, 鲁棒学习算法对于优化模糊逻辑系统的参数是可行而有效的。

### 2 模糊逻辑系统的描述

考虑一般情况下的多输入单输出模糊逻辑系统, 其模糊规则可表述如下

$$R^l: \text{If } x_1 \text{ is } F_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^l \\ \text{Then } y \text{ is } G^l \quad (1)$$

其中:  $F_i^l$  和  $G^l$  分别为  $U_i \subset R$  和  $V \subset R$  上的模糊集合,  $X = (x_1, \dots, x_n)^T \in U_1 \times \dots \times U_n$  和  $y \in V$  均为语言变量,  $l = 1, 2, \dots, M$  为模糊规则数。

收稿日期: 2001-10-24; 修回日期: 2001-12-17。

作者简介: 祖家奎(1974—), 男, 江苏徐州人, 博士生, 从事模糊控制、神经网络等研究; 戴冠中(1937—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事复杂控制系统、智能控制等研究。

式(1)的模糊规则可表示成一个积空间  $U \times V$  的模糊蕴涵  $F_1^l \times \dots \times F_n^l \rightarrow G^l$ 。设  $U$  上的模糊集合  $A$  为模糊推理的输入, 采用 Sup- $*$  合成运算, 其对应于  $V$  上的模糊集合  $B^l$  为

$$u_{B^l}(y) = \sup_{x \in U} [u_{F_1^l} \times \dots \times u_{F_n^l} G^l(X, y) * u_A(X)] \quad (2)$$

由此, 采用中心平均模糊消除器、乘积推理规则、高斯隶属函数以及单点模糊化的模糊逻辑系统可描述如下<sup>[1]</sup>

$$f(X) = \frac{\sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^n y^{\top} u_{F_k^l}(x_k)}{\sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^n u_{F_k^l}(x_k)} = \sum_{l=1}^M y^{\top} \varphi_l(X) \quad (3)$$

$$\varphi_l(X) = \frac{\sum_{k=1}^n u_{F_k^l}(x_k)}{\sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^n u_{F_k^l}(x_k)} = \frac{\sum_{k=1}^n \exp[-(x_k - m_{F_k^l})^2 / 2\sigma_{F_k^l}^2]}{\sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^n \exp[-(x_k - m_{F_k^l})^2 / 2\sigma_{F_k^l}^2]} \quad (4)$$

其中:  $y^{\top}$  为  $u_{G^l} = 1$  时所对应的点,  $u_{F_k^l}(x_k)$  为前提模糊集合的高斯隶属函数,  $\varphi_l(X)$  为规则  $l$  的模糊基函数,  $m_{F_k^l}$  和  $\sigma_{F_k^l}$  分别为高斯函数的均值和方差。

### 3 最小方差型目标函数的局限性

由式(3)和(4)可知, 模糊逻辑系统的性能由参数  $y^{\top}$ ,  $m_{F_k^l}$  和  $\sigma_{F_k^l}$  所决定。根据给定的输入输出数据对  $(X^{(i)}, y^{(i)})$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , 在对这些参数进行优化时, 通常采用如下 LSE 型目标函数

$$E_{LSE} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (y^{(i)} - f(X^{(i)}))^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (e^{(i)})^2 \quad (5)$$

使得模糊逻辑系统的输出误差最小, 并沿误差最陡梯度下降方向修正参数

$$\Delta W(i) = -\eta \frac{\partial E_{LSE}}{\partial W(i)} = -\eta \sum_{i=1}^N \frac{\partial E_{LSE}}{\partial e^{(i)}} \frac{\partial e^{(i)}}{\partial W(i)} \quad (6)$$

其中:  $\Delta W(i)$  代表模糊逻辑系统的参数  $y^{\top}$ ,  $m_{F_k^l}$  和  $\sigma_{F_k^l}$ ;  $\eta$  为训练步长。

通过对式(5)和(6)的分析可知, 采用最小方差型目标函数对参数进行优化时, 存在如下局限性:

1)  $E_{LSE}$  指导参数学习过程的最终目标是使所有的  $e^{(i)}$  机会均等地趋于 0, 即模糊逻辑系统的输出  $f(X^{(i)})$  逼近每个受噪声污染的实际输出  $y^{(i)}$ , 而不是逼近真实输出。

2) 最小方差型目标函数仅当误差服从独立且恒等的高斯分布时才能产生最佳值。由于噪声和误

差的概率分布未知, 因此采用最小方差法的最优性不能保证。

3) 目标函数在参数优化中的导向作用是通过误差  $e^{(i)}$  的偏导数  $\partial E_{LSE} / \partial e^{(i)}$  施加的, 但  $\partial E_{LSE} / \partial e^{(i)}$  是  $e^{(i)}$  的线性函数, 从原理上说不具有抗噪声的能力。

### 4 鲁棒学习算法

为使模糊逻辑系统具有抗噪声干扰和过失误差的鲁棒特性, 重新定义一个目标函数

$$E_R = \sum_{i=1}^N \Phi(e^{(i)}) = \sum_{i=1}^N \Phi(e^{(i)}) \quad (7)$$

其中  $\Phi(e^{(i)})$  为  $e^{(i)}$  的函数。由于  $\partial E_R / \partial e^{(i)}$  在参数学习中所发挥的导向作用, 因此模糊逻辑系统的鲁棒性应实现如下

$$\Psi(e^{(i)}) = \partial \Phi(e^{(i)}) / \partial e^{(i)} \quad (8)$$

根据鲁棒统计学理论, 数据中的信息可分为 3 类: 有效信息、可利用信息和有害信息。对于上述 3 类数据,  $\Psi(e^{(i)})$  应发挥不同的导向作用。本文利用文献[8]提供的设计  $\Psi(e^{(i)})$  的原则, 将  $\Psi(e^{(i)})$  设计成如下 Hamp le 双曲正切估计器<sup>[8]</sup>的形状(如图 1 所示)

$$\Psi(e^{(i)}) = \begin{cases} e^{(i)}, & |e^{(i)}| < a(t) \\ C_1 \tanh(C_2(b(t) - |e^{(i)}|)) \text{sign}(e^{(i)}), & a(t) < |e^{(i)}| < b(t) \\ 0, & |e^{(i)}| > b(t) \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $a(t)$  和  $b(t)$  是随学习时间变化的截点,  $C_1$  和  $C_2$  为常量。与文献[8]不同的是, 其形状根据误差的变化而不断变化。

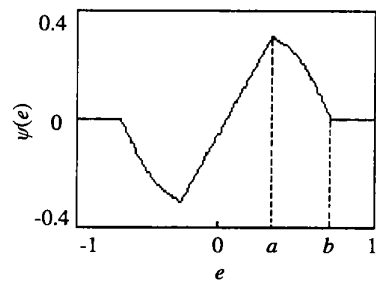


图 1 Hamp le 双曲正切估计器的形状

当  $|e^{(i)}| < a(t)$  时, 表明训练数据是可靠的,  $\Phi(e^{(i)})$  采用 LSE 型函数, 参数的训练不考虑噪声因素的影响; 当  $a(t) < |e^{(i)}| < b(t)$  时, 表明训练数据受到轻度污染, 在对系统参数进行优化时, 应减小这些数据对参数训练的权重; 当  $|e^{(i)}| > b(t)$  时, 表明训练数据是有害的, 应对这些数据加以排除, 使得参

数的训练不受有害信息的干扰。

在确定 Hample 双曲正切估计器中的时变截点  $a(t)$  和  $b(t)$  时, 需要对误差  $e^{(i)}$  进行统计计算, 以确定  $a(t)$  和  $b(t)$  的值。设有害数据信息百分比的上界为  $\lambda$ , 正确数据百分比的下界为  $(1 - \lambda)$ , 对  $N$  个  $e^{(i)}$  按升序进行排列, 有

$$\begin{matrix} |e^{(1)}(t)| & |e^{(2)}(t)| & \dots \\ |e^{((1-\lambda)N)}(t)| & \dots & |e^{(N)}(t)| \end{matrix} \quad (10)$$

由此可以确定截点

$$\begin{cases} a(t) = |e^{((1-\lambda)N)}(t)| \\ b(t) = a(t) \times \lambda, \quad \lambda > 1 \end{cases} \quad (11)$$

模糊逻辑系统中需调整的参数有  $y^T, m_{F_k^l}$  和  $\sigma_{F_k^l}$ , 使用最陡梯度下降算法<sup>[9]</sup>, 可得如下迭代更新参数

$$\begin{aligned} y^T(t+1) &= \\ y^T(t) + \eta_y \sum_{i=1}^N \psi(e^{(i)}(t)) \frac{\partial \hat{y}(X^{(i)})}{\partial y^T(t)} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} m_{F_k^l}(i+1) &= \\ m_{F_k^l}(i) + \eta_m \sum_{i=1}^N \psi(e^{(i)}(t)) \frac{\partial \hat{y}(X^{(i)})}{\partial m_{F_k^l}(i)} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{F_k^l}(i+1) &= \\ \sigma_{F_k^l}(i) + \eta_\sigma \sum_{i=1}^N \psi(e^{(i)}(t)) \frac{\partial \hat{y}(X^{(i)})}{\partial \sigma_{F_k^l}(i)} \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $\eta_y, \eta_m$  和  $\eta_\sigma$  为确定的训练步长, 从而使使得式(7)的误差最小化。

### 5 仿真验证

为了对自适应模糊逻辑系统鲁棒参数学习算法进行验证, 选择如下非线性函数作为仿真对象<sup>[9]</sup>

$$y(x) = -\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 0.5x \cos(2\pi x) + v_n \quad (15)$$

其中:  $x \in [-2, 2]$ ;  $v_n$  为干扰噪声, 它由两部分组成: 一部分是均值为 0 且均方差为 0.053 2 的随机噪声; 另一部分是占数据量 4% 的过失误差。

由此, 均匀选取 200 个受噪声污染的输入输出点  $(x^{(i)}, y^{(i)})$  作为训练样本, 根据文献[10]基于山峰函数的减法聚类算法对数据进行聚类, 提取出 32 条模糊规则以及相应的初始参数, 并用上述鲁棒学习算法对参数训练 100 步。仿真验证结果如图 2 所示, 其中虚线为式(15) 受噪声污染的输出, 实线为采用本文鲁棒学习算法优化后的模糊逻辑系统的仿真验证输出。

为将鲁棒学习算法与常规的最陡下降算法进行对比, 针对上述相同训练样本、模糊规则数和训练步数, 采用常规的最陡下降算法对此模糊逻辑系统进行参数学习, 其仿真结果如图 3 所示。其中虚线为式(15) 受噪声污染的输出, 实线为采用常规最陡下降算法优化后的模糊逻辑系统的仿真输出。

从图 2 和图 3 的仿真结果可以看出, 本文的鲁棒学习算法在逼近精度和鲁棒性方面大大优于常规算法。该鲁棒学习算法能抵制过失误差和系统噪声, 使得模糊逻辑系统的输出连续平滑。

### 6 结 论

本文提出的鲁棒参数学习算法, 在小噪声扰动时处于稳定状态, 对过失误差有很强的鲁棒特性。该

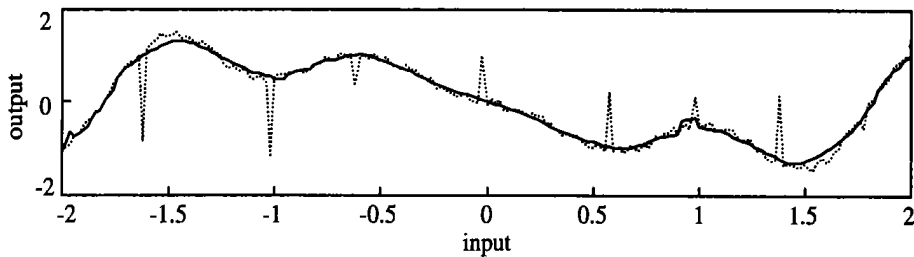


图 2 鲁棒算法的仿真结果

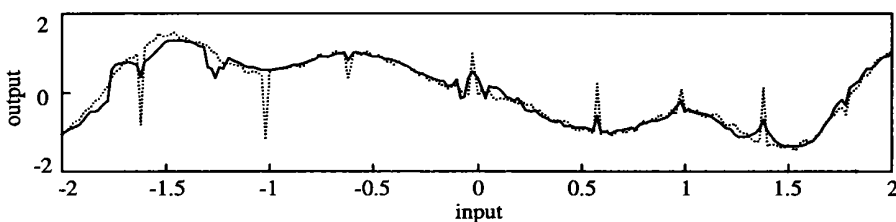


图 3 常规算法的仿真结果

算法运用形状随时间变化而变化的目标函数,在参数学习过程中对不同质量的样本数据采取不同的优化方式,有效地提高了系统的抗干扰能力。所提出的模糊逻辑系统鲁棒学习算法具有逼近精度高,不内插所有训练样本,适合于非线性系统辨识等优点,能较好地解决工程应用中噪声干扰问题,具有较高的实际工程应用价值。

#### 参考文献(References):

- [1] 王立新 自适应模糊系统与控制[M] 北京:国防工业出版社,1995
- [2] Wang L X, Mendel J M. Fuzzy basis function, universal approximation and orthogonal least squares learning [J]. *IEEE Trans Neural Networks*, 1992, (3): 807-814
- [3] Branco P J C, Dente J A. Fuzzy systems modeling in practice[J]. *Fuzzy Sets Syst*, 2001, 121(1): 73-93
- [4] Huber P J. *Robust Statistics* [M]. New York: Wiley, 1981

- [5] 周江文 抗差最小二乘法[M] 武汉:华中理工大学出版社,1997
- [6] 黄幼才 数据探测与抗差估计[M] 北京:测绘出版社,1990
- [7] 李银国,曹长修 神经网络鲁棒能量函数的构造原理[J] 模式识别与人工智能,1996,9(1):1-9  
(Li Guoyin, Cao Changxiu. The construction principle for robust energy function of neural networks[J]. *Pattern Recogn Artif Intell*, 1996, 9(1): 1-9)
- [8] Hampel F R, Rousseeuw P J. *Robust Statistics — The Approach Based on Influence Function* [M]. New York: Wiley, 1986
- [9] Jang J S, Sun C T, Mizutani E. *Neuro-fuzzy and Soft Computing* [M]. Prentice Hall, 1997.
- [10] Ronald R Yager, Dimitar P Filev. Approximate clustering via the mountain method[J]. *IEEE Trans Syst Man Cybern*, 1994, (8): 1274-1284

(上接第 68 页)

根据凯莱-汉密尔顿定理,式(19)可推广到整个  $j \in Z$  上。由于式(19)对所有  $i \in \{0, 1, \dots, N\}$  都成立,因此对于所有  $s \in Z_0^+$ , 均有  $Ce^{(k+s-t_k)\xi} = 0$  成立,由此推出  $\Sigma_b$  不能观。但这与定理 1 中的结论相矛盾,所以采样点数  $l = (N + 1)n_0$ 。

## 5 结 论

本文提出一种简单的采样方法,它能保证采样过程不影响连续系统的能控性和能观性。采用这种采样方法,平均采样时间间隔可以任意选择,而不依赖于系统的具体参数。该方法的一个主要优点是它适用于任何  $n$  阶能控或能观系统的无限开集合。所提出的采样方法为不等间距周期性采样,所以离散化后的系统为周期性时变系统,因而既可直接设计时变系统的反馈控制律,也可先将一个周期内的方程化为时不变方程,然后进行定常系统控制律设计。

#### 参考文献(References):

- [1] Huo B C. *Digital Control Systems* [M]. New York: Rinehart Winston, 1980 20-78
- [2] Chew K K, Tomizuka M. Digital control of repetitive errors in disk drive systems[J]. *IEEE Contr Syst Mag*, 1998, 10(1): 16-20
- [3] Middleton R, Freudenberg J. Non-pathological sampling for generalized sampled-data hold functions[J]. *Automatica*, 1995, 31(4): 315-319
- [4] Bartolini G, Ferrara A, Utkin V I. Design of discrete-time adaptive sliding mode control[A]. *Proc 31st CDC [C]*. Arizona: MarcelDekker, 1992 2387-2391
- [5] Chan C Y. Discrete adaptive sliding mode tracking controller[J]. *Automatica*, 1997, 33(8): 999-1002
- [6] Bittanti S, Colaneri P, Guardabassi G.  $H^\infty$ -controllability and observability of linear periodic systems[J]. *SIAM J Contr Opt*, 1984, 22(6): 889-893