

文章编号: 1001-0920(2003)01-0099-04

离散不确定系统预估+步长修正变结构控制

李文林, 户清文

(河南师范大学 数学与信息科学学院, 河南 新乡 453002)

摘要: 在现有文献的基础上, 给出一种预估+步长修正的离散变结构控制律设计方法。该方法可用于离散时间不确定系统变结构控制, 有效地抑制切换函数的发散振荡, 克服现有方法中条件限制过强的缺点。仿真结果表明, 该方法具有收敛性好、抖振小、鲁棒性强的优点。

关键词: 变结构控制; 离散时间系统; 不确定性; 鲁棒性

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Estimation and online step correction variable structure control for uncertain discrete-time systems

L I W en-lin, H U Q ing-wen

(School of Mathematics and Information, Henan Normal University, Xinxiang 453002, China)

Abstract: A novel variable structure control law with perturbation estimation and online step correction is proposed. It can be used to variable structure control for discrete-time uncertain systems and effectively suppress divergence oscillation of the switching function. The results weaken the restriction in the existing literature. Simulation results indicate that the control law has good convergence, little chattering and strong robustness.

Key words: Variable structure control; Discrete-time system; Uncertainty; Robustness

1 引言

由于离散系统的取值严格限制在一个时间序列上, 使得连续系统变结构控制理论在向离散系统变结构控制推广时, 出现了一系列新的问题。这些问题突出表现在以下两方面:

1) 到达条件: 离散系统的到达条件比连续系统复杂得多, 它既要保证系统运动及时转向, 又要限制步长, 防止穿越切换面时出现 $|s(k+1)| > |s(k)|$ 的发散振荡现象。20世纪80年代以来, 不少学者对这一问题进行研究, Dote^[1], Furuta^[2], Sapturk^[3]等, 先后提出了不同形式的趋近律或到达条件。但随后的研究发现, 上述理论和条件都存在一定的缺陷, 未能真正刻画出离散滑动模态运动的本质特征。90

年代初, 高为炳教授指出离散系统到达条件应具有6个特点^[4], 并给出了满足这6个特点的趋近律^[4,5]

$$s(k+1) - s(k) = -qTs(k) - \epsilon T \operatorname{sgn} s(k) \quad (1)$$

较好地解决了这一问题。

2) 不确定性存在时, 准滑动模态的存在问题: 常规的方法是利用匹配条件和不确定性的界构造控制律, 这不仅造成控制律保守以及抖振大, 而且容易引起发散振荡使系统不稳。针对这一缺点, 文献[6]提出了等效干扰的概念, 不使用匹配条件和不确定性的界, 而是用前一时刻的等效干扰代替当前时刻的不确定项设计控制器。该方法在一定条件下能克服常规设计方法的上述缺点, 但有一个前提条件: 等

收稿日期: 2001-07-16; 修回日期: 2002-03-08。

作者简介: 李文林(1949—), 男, 河南舞阳人, 教授, 博士, 从事变结构控制、自适应控制等研究; 户清文(1960—), 男, 河南新乡人, 讲师, 从事计算机控制、信息技术的研究。

效干扰的动力学特性与采样时间相比要慢得多。这一条件对于控制机构含有不确定性 ΔB 的离散系统是很苛刻的, 因为控制律 $u(k)$ 中含有符号函数 $\text{sgn } s(k)$ (特别是准滑动模态带附近), $u(k)$ 在每个采样时刻都要切换和变号, 很难保证等效干扰满足慢变的条件。

为此, 本文提出“预估 + 步长自修正”的变结构控制律设计方法。分析和仿真都表明, 该方法能很好地解决文献[6]条件限制苛刻的弊端, 而且结论保守性小, 在不确定性比[6]大得多的情况下, 仍能保证系统具有良好的运动特性。

2 切换函数的设计

考虑如下离散不确定系统的切换函数设计问题

$$x(k+1) = (A + \Delta A)x(k) + (B + \Delta B)u(k) + d(k) \quad (2)$$

其中: $x(k) \in R^n, u(k) \in R^m, (A, B)$ 可控, ΔA 和 ΔB 为系统参数的摄动, $d(k)$ 为外部干扰。

首先考虑其对应的标称系统

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (3)$$

因为 (A, B) 可控, 所以可选 $K \in R^{m \times n}$, 使 $\bar{A} = A + BK$ 有希望的极点集: $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-m}; \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m$ 。为书写方便, 不妨仍将 \bar{A} 记为 A , 从而

$$\lambda(A) = \{\lambda_1, \dots, \lambda_{n-m}; \xi_1, \dots, \xi_m\} \quad (4)$$

设 $\lambda_1, \dots, \lambda_{n-m}$ 对应于 A 的 $n-m$ 个右特征向量组成的矩阵为 $W: W \in R^{n \times (n-m)}$; ξ_1, \dots, ξ_m 对应于 A 的 m 个左特征向量阵为 $C: C \in R^{m \times n}$ 。即

$$AW = W \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_{n-m}\} \quad (5)$$

$$CA = \text{diag}\{\xi_1, \dots, \xi_m\}C \quad (6)$$

由以上两式不难证明 $CW = 0$ 。

引理 1 若取 $s(k) = Cx(k)$ 为切换函数, 则标称系统 (3) 的滑动方程有希望的稳定极点集: $\{\lambda_1, \dots, \lambda_{n-m}\}$ 。

证明 令 $s(k+1) = s(k)$, 将式 (3) 代入得

$$CAx(k) + CBu(k) = Cx(k)$$

由此可解得等效控制

$$u_{eq}(k) = (CB)^{-1}C(I - A)x(k) \quad (7)$$

将式 (7) 代入式 (3), 并令 $s(k) = 0$, 则得标称系统的理想滑动方程

$$x(k+1) = (I - B(CB)^{-1}C)Ax(k) = A_{ex}(k) \quad (8)$$

注意到 W 是 A 对应于 $\lambda_1, \dots, \lambda_{n-m}$ 的右特征向量阵, 由式 (5) 和 (6) 得

$$B(CB)^{-1}CAW = B(CB)^{-1}CW \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_{n-m}\} = 0 \quad (9)$$

将式 (9) 代入式 (8), 得

$$AW = (I - B(CB)^{-1}C)AW = AW = W \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_{n-m}\}$$

即滑动方程有希望的极点集 $\{\lambda_1, \dots, \lambda_{n-m}\}$ 。

本文以下取 $s(k) = Cx(k)$ 作为不确定系统 (2) 的切换函数。

3 离散不确定系统变结构控制律设计

对于离散不确定系统 (2), $s(k)$ 的运动方程为

$$s(k+1) = C[Ax(k) + Bu(k)] + C[\Delta Ax(k) + \Delta Bu(k) + d(k)] \quad (10)$$

由于 $\Delta Ax(k), \Delta Bu(k)$ 和 $d(k)$ 不确定, 常规方法往往假定其满足匹配条件, 并用比它们大得多的界构造控制 $u_{\pm}(x)$, 这样构造的控制律势必保守性大且加剧抖振。文献[6]借鉴文献[5]的处理方法, 利用关系式

$$\Delta Ax(k) + \Delta Bu(k) + d(k) = x(k+1) - Ax(k) - Bu(k) \quad (11)$$

将不确定项 $\Delta Ax(k) + \Delta Bu(k) + d(k)$ 等效为

$$\mathcal{Q}(k) = x(k+1) - Ax(k) - Bu(k) \quad (12)$$

并称其为等效干扰。将式 (11) 和 (12) 代入 (10), 得

$$s(k+1) = CAx(k) + CBu(k) + C\mathcal{Q}(k) \quad (13)$$

文献[6]有一个重要假设: 等效干扰 $\mathcal{Q}(k)$ 的动力学特性与采样频率相比要慢得多。从而 $\mathcal{Q}(k)$ 可用 $\mathcal{Q}(k-1)$ 近似代替, 于是

$$s(k+1) = CAx(k) + CBu(k) + C\mathcal{Q}(k-1) \quad (14)$$

因为前一时刻的 $\mathcal{Q}(k-1)$ 是已知的, 取高氏趋近律 (1), 无须利用匹配条件和不确定性的界, 便可导出变结构控制律

$$u(k) = -(CB)^{-1}[CAx(k) + C\mathcal{Q}(k-1) - (1 - qT)s(k) + \epsilon T \text{sgn } s(k)] \quad (15)$$

使常规设计方法的缺点得到解决。但是 $\mathcal{Q}(k)$ 慢变这一假设对离散变结构控制而言, 特别是对控制结构中含有不确定性 ΔB 的变结构控制系统, 是一个很苛刻的要求。因为在切换流形 $\{x(k) | s(k) = 0\}$ 附近, $u(k)$ 在每个采样时刻都要切换和变号, 从而 $\mathcal{Q}(k)$ 与 $\mathcal{Q}(k-1)$ 相差较大, 由式 (15) 算得的 $u(k)$ 难以保证趋近律 (1) 成立。 $\mathcal{Q}(k)$ 与 $\mathcal{Q}(k-1)$ 相差过大, 还会造成系统发散振荡, 使系统失稳。

为克服这一缺点, 本文将式 (13) 改写成

$$s(k+1) = CAx(k) + CBu(k) + C\mathcal{Q}(k-1) + \Delta\mathcal{Q}(k) \quad (16)$$



其中 $\Delta Q(k) = C(Q(k) - Q(k - 1))$ 。

由式(16) 可解得

$$u(k) = - (CB)^{-1} [CAx(k) - s(k + 1) + CQ(k - 1) + \Delta Q(k)] \quad (17)$$

由式(12) 得

$$CQ(k - 1) = s(k) - CAx(k - 1) - CBu(k - 1) \quad (18)$$

将式(18) 代入式(17), 得

$$u(k) = u(k - 1) - (CB)^{-1} \{CA[x(k) - x(k - 1)] - [s(k + 1) - s(k) - \Delta Q(k)]\} \quad (19)$$

由于 $\Delta Q(k)$ 未知, 它可能削弱 $u(k)$ 的作用, 破坏到达条件; 也可能加强 $u(k)$ 的作用, 加速系统的运动, 引起发散振荡。文献[6] 方法容易失稳, 原因正在于此。

通过对 $s(k)$, $\Delta Q(k)$ 和 $u(k)$ 作用关系的分析和仿真, 作者发现: 当 $s(k)$ 与 $s(k - 1)$ 同号时, 对切换面不形成穿越, 不确定项削弱了 $u(k)$ 的作用, 抑制了趋近运动, 此时应加大趋进步长; 当 $s(k)$ 与 $s(k - 1)$ 异号时, 形成对切换面的穿越, 不确定项加强了 $u(k)$ 的作用, 容易造成实际控制力过大, 使 $|s(k + 1)| > |s(k)|$ 引起发散振荡, 此时应减小趋进步长。为此, 对 $s(k)$ 取如下趋近律

$$s(k + 1) - s(k) - \Delta Q(k) = -qT[s(k) + \alpha s(k - 1)] - \epsilon T(\text{sign } s(k) + \text{sign } s(k - 1)) \quad (20)$$

其中参数 $\alpha > 0$ 可根据不确定项的大小适当选取。

将式(20) 代入(19), 得

$$u(k) = u(k - 1) - (CB)^{-1} \{CA[x(k) - x(k - 1)] + qT[s(k) + \alpha s(k - 1)] + \epsilon T[\text{sign } s(k) + \text{sign } s(k - 1)]\} \quad (21)$$

不难看出, $s(k)$ 与 $s(k - 1)$ 同号时, 控制律(18) 后两项的模随之加大; $s(k)$ 与 $s(k - 1)$ 异号时, 后两项的模随之减小, 恰好实现了对下一步长 $s(k + 1) - s(k)$ 的适时修正, 起到抑制发散振荡的作用。另外, 控制律(21) 为预估 + 步长修正的形式, $u(k)$ 表达式的 3 项都有明确的物理解释: 第 1 项为前一时刻的控制值; 第 2 项可看作对原系统动力学的补偿; 第 3 项可看作对下一步长的适时修正。

4 仿真结果

考虑离散时间不确定系统

$$x(k + 1) = \begin{bmatrix} 2.5 + 0.2\sin(k/50) & 2 \\ -3 & 1 + 0.15\cos(k/70) \end{bmatrix} \times$$

$$x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 2.3 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0.1\cos(k/70) \\ 0 \end{bmatrix}$$

这里

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0.2\sin(k/50) & 0 \\ 0 & 0.15\cos(k/70) \end{bmatrix}$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3 \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} 0.1\cos(k/50) \\ 0 \end{bmatrix}$$

取切换函数 $s(k) = x_1(k) + x_2(k)$, 分别采用本文方法和文献[6] 方法构造控制律, 并用 Matlab 对切换函数 $s(k)$ 及状态 $x_1(k)$ 和 $x_2(k)$ 的运动进行仿真比较。取 $qT = 0.2$, $\epsilon T = 0.1$, 按本文方法(取 $\alpha = 3.4$) 构造的控制律为

$$u(k) = u(k - 1) + 0.5(x_1(k) - x_1(k - 1)) - 3(x_2(k) - x_2(k - 1)) - 0.2(s(k) + 3.4s(k - 1)) - 0.1(\text{sgn } s(k) + \text{sgn } s(k - 1))$$

本文方法对上例的控制仿真结果分别如图 1 和图 2 所示。文献[6] 方法对上例的控制仿真结果分别如图 3 和图 4 所示。可见本文方法能有效抑制不确定性引起的发散振荡, 控制效果是令人满意的。

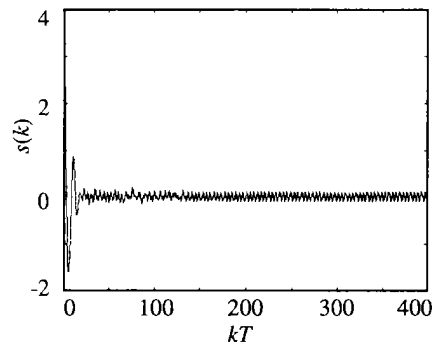


图 1 切换函数 $s(k)$ 的运动轨迹

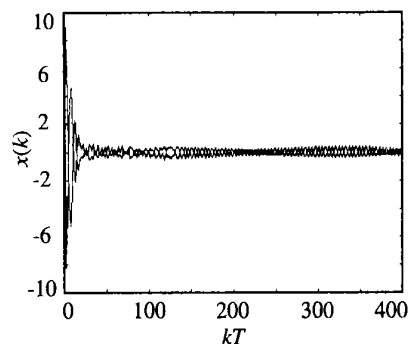
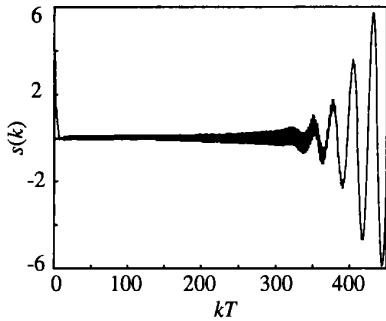
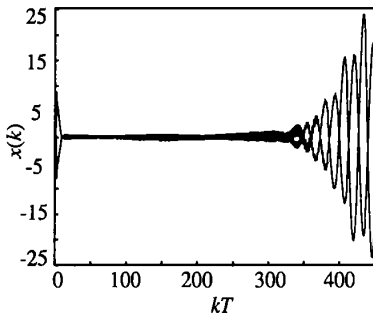


图 2 系统状态 $x_1(k)$ 和 $x_2(k)$ 的运动轨迹

5 结 论

本文对控制机构 B 存在摄动量 ΔB 的离散时间不确定变结构系统, 提出了“预估 + 步长修正”的控

图3 切换函数 $s(k)$ 的运动轨线图4 系统状态 $x_1(k)$ 和 $x_2(k)$ 的运动轨线

制律设计方案。由于该方法的步长修正项与上一采样时刻穿越 $s(k) = 0$ 的幅度成反向关系, 可有效地抑制预估误差大时引起的发散振荡, 在不确定性

比文献[6]方法大得多的情况下, 仍能保证准滑动模态存在和系统稳定, 仿真结果也证实了这一点。另外, 在不确定性大时, 可用加大 α 来加以克服。

参考文献(References):

- [1] Dot Y, HoIf R G. Microprocessor based sliding mode controller for dc motor drives[A]. *Pres Ind Appl Society Annual Meeting* [C]. Cincinnati, 1980
- [2] Furuta K. Sliding mode control of a discrete systems [J]. *Syst Contr Lett*, 1990, 14(2): 145-152
- [3] Sapturk S Z, I Stefanopoulos Y, Kaynak O. On the stability of discrete-time sliding mode control systems[J]. *IEEE Trans Autom Contr*, 1987, 32(10): 930-932
- [4] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1998
- [5] 高为炳. 离散时间系统的变结构控制[J]. *自动化学报*, 1995, 21(2): 154-161.
(Gao Weibing. Discrete-time system variable structure control[J]. *Acta Autom Sinica*, 1995, 21(2): 154-161.)
- [6] 于双和, 傅佩琛, 强文义. 不确定离散时间系统的变结构控制[J]. *控制理论与应用*, 2000, 17(1): 85-87.
(Yu Shuanghe, Fu Peichen, Qiang Wenyi. Variable structure control of uncertain discrete-time system [J]. *Control Theory Appl*, 2000, 17(1): 85-87.)

(上接第98页)

实验结果表明, 采用重复剪辑近邻法对原始训练样本进行处理后, 能有效减少训练集中的样本数量, 3组实验中的减少幅度分别为24.0%, 5.8%和5.9%; 而不同算法获得的决策树规模也较处理前明显减小。所有决策树在规模上的减小幅度超过了训练样本数的减少幅度。各组实验中所有算法的分类准确率(或平均准确率)较处理前也有不同程度的提高, 4种决策树算法的平均提高幅度分别为2.0%, 3.1%, 2.3%和3.0%。

5 结 语

噪声和交遇区容易对决策树生成算法产生不利影响。重复剪辑近邻法能消除样本集中符合某些条件的噪声, 清除交遇区中后验概率较小的类别所包含的样本, 并在两类样本间形成符合Bayes分类准则的界线。采用它进行样本筛选, 可在决策树建立之前, 依靠全部训练样本减少甚至消除噪声和交遇区的不利影响, 从而在不损害分类准确率的同时明显减小决策树的规模。

参考文献(References):

- [1] Chidanand Apte, Sholom Weiss. Data mining with decision trees and decision rules [J]. *Future Gener Comp Syst*, 1997, 13(2): 197-210
- [2] 边肇祺, 张学工. 模式识别(第2版) [M]. 北京: 清华大学出版社, 1999. 122-124, 145-152
- [3] Andrew Webb. *Statistical Pattern Recognition* [M]. New York: Oxford University Press Inc, 1999
- [4] Quinlan J R. Induction of decision trees [J]. *Machine Learning*, 1986, 1(1): 81-106
- [5] Sreeramma K M, Murthy, Simon Kasif, Steven Salzberg. A system for induction of oblique decision trees [J]. *J Artif Intell Res*, 1994, 2(8): 1-32
- [6] Krishnan R, Sivakumar G, Bhattacharya P. Extracting decision trees from trained neural networks [J]. *Pattern Recog*, 1999, 32(12): 1999-2009
- [7] Thomas G Dietterich. An experimental comparison of three methods for constructing ensembles of decision trees: Bagging, boosting and randomization [J]. *Machine Learning*, 2000, 40(2): 139-157.