

文章编号: 1001-0920(2003)01-0013-06

基于模糊逻辑系统的输出跟踪控制问题

张严心, 井元伟, 张嗣瀛

(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 针对一类未知的非线性互联大系统, 设计间接自适应模糊控制器以实现跟踪控制。采用模糊控制、模糊逻辑逼近和模糊滑模控制相结合的方法, 对维数较低的子系统未知动态和维数较高的互联项未知动态分别采用两类模糊规则进行逼近; 对系统的外部干扰及模糊逼近误差采用模糊滑模控制予以抵消。基于 Lyapunov 方法实现模糊系统中的参数自适应律并在线调节。所设计的间接自适应控制器使系统在 Lyapunov 意义下稳定, 且跟踪误差趋近于 0。仿真结果表明了该设计方法的正确性。

关键词: 间接自适应模糊控制; 滑模控制; 互联大系统

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Output tracking control problem based on fuzzy logic system

ZHANG Yan-xin, JIN G Yuan-wei, ZHANG Si-ying

(School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: Fuzzy indirect adaptive tracking controller is designed to realize the tracking control for a class of uncertain nonlinear interconnected large-scale systems. Fuzzy control and fuzzy logic approach with fuzzy sliding mode control are combined to deal with the problem. For the lower dimensional uncertain dynamic of the subsystems and the higher-dimensional one of the interconnected terms, two classes of fuzzy rules are adopted respectively to approach the uncertainties. The fuzzy sliding mode control is introduced to counteract the exterior disturbance and the fuzzy approaching errors. Based on Lyapunov method, the parameters of the systems are regulated on line by the adaptive laws. The designed indirect adaptive controller makes the system stable in the Lyapunov sense, and makes the tracking error convergence to zero as well. The simulation illustrates the validation of the design scheme.

Key words: Fuzzy indirect adaptive control; Sliding mode control; Interconnected large-scale system

1 引言

近年来,关于模糊系统的稳定性、鲁棒性以及控制性能引起了人们的关注,应用模糊逻辑系统研究非线性不确定动态系统的控制取得了很大的进展^[1-5]。这些成果大多研究的是非互联系统,包含 SISO 或 MIMO^[6]两种情形。对于具有互联项的组合大系统,文献[7]研究的是当子系统存在未知动态

而互联项满足一定约束条件时,用模糊逻辑系统逼近子系统的未知函数,用滑模控制补偿子系统间的互联作用。但对互联项为模型不确定或难以用精确的数学表述的情形,则没有进行深入讨论。

本文考虑的互联大系统包含子系统的未知动态、互联项的未知动态以及干扰项。首先采用模糊逻辑逼近,用两类模糊控制规则分别逼近子系统的

收稿日期: 2001-09-24; 修回日期: 2001-12-19。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(79970114); 国家攀登计划基金资助项目。

作者简介: 张严心(1976—),女,辽宁盘锦人,博士生,从事复杂系统的自适应控制等研究; 张嗣瀛(1925—),男,山东章丘人,中国科学院院士,教授,博士生导师,从事复杂系统结构分析等研究。

未知动态和互联项的未知动态; 其次考虑到模糊逼近误差和外部干扰, 采用模糊滑模控制予以抵消; 最后证明所设计的间接自适应模糊控制器能保证大系统的所有变量均有界, 并使跟踪误差渐近收敛于 0 或 0 的邻域内, 即实现跟踪目标。

2 模型描述及问题提出

考虑由 N 个子系统组成的非线性互联大系统^[8]

$$\begin{aligned}
 y_i^{(n_i)} &= (f_{ki}(t) + f_i(x_i)) + \\
 &\quad (g_{ki}(t) + g_i(x_i))u_i + \\
 &\quad H_i(t, x_1, \dots, x_N) + d_i(t) \\
 i &= 1, 2, \dots, N
 \end{aligned} \tag{1}$$

其中: $x_i \in R^{n_i}$, u_i 和 y_i 分别为第 i 个子系统的状态向量、输入和输出; $f_{ki}(t)$ 和 $g_{ki}(t)$ 为第 i 个子系统的已知动态, 即已知函数; $f_i(x_i)$, $g_i(x_i) \in R^{n_i}$ 为未知动态, 即未知函数; $H_i \in R^{n_i}$ 表示各子系统之间的互联项, 它们均为光滑函数; $d_i(t)$ 为外部干扰, 且记 $X = (x_1, \dots, x_N)$ 。

控制目标是针对既存在子系统未知动态又存在互联项未知动态及外部干扰的情形, 设计自适应模糊控制器 $u_i(x_i | \theta)$, 使得:

- 1) 系统在 Lyapunov 意义下稳定, 即所有变量有界;
- 2) 各子系统的跟踪误差渐近收敛于 0 或 0 的邻域内。

3 几点假设与控制器设计

假设 1 存在常数 g_{i0} , 使得对任意 $X_i \in R^{n_i}$, 均有 $0 < g_{i0} < g_{ki}(t) + g_i(x_i)$ 。

假设 2 $|d_i(t)| \leq c_i^*$, c_i^* 是未知有界常数。

给定的参考输出为 y_m , 假设 $y_m, \dot{y}_m, \dots, y_m^{(n_i)}$ 均为有界可测的。定义第 i 个子系统的跟踪误差 $e_{i0} = y_m - y_{i0}$ 。设 $e_i = (e_{i0}, \dot{e}_{i0}, \dots, e_{i0}^{(n_i-1)})^T$, $K_i = (k_{i0}, \dots, k_{i(n_i-1)})^T$, 且 K_i 的选取满足 $L_i(s) = s^{(n_i)} + k_{i(n_i-1)}s^{(n_i-1)} + \dots + k_{i0}$ 为 Hurwitz 多项式, 即其特征值均在左半开平面内。

如果 $f_i(x_i)$, $g_i(x_i)$ 和 $H_i(X)$ 均已知, 且 $d_i = H_i = 0$, 则可采用如下控制

$$\begin{aligned}
 u_i &= \frac{1}{g_{ki}(t) + g_i(x_i)} \times \\
 &\quad [- (f_{ki}(t) + f_i(x_i)) - \\
 &\quad H_i(X) + K_i^T e_i + y_m^{(n_i)}]
 \end{aligned} \tag{2}$$

将其代入原系统, 得

$$e_{i0}^{(n_i)} + k_{i(n_i-1)}e_{i0}^{(n_i-1)} + \dots + k_{i0}e_{i0} = 0$$

于是可得 $\lim_t e_i = 0$ 。但在 $f_i(x_i)$, $g_i(x_i)$ 和 $H_i(X)$ 均未知, $d_i \neq 0$ 的情况下, 设计上述控制器是不可能的。因此, 本文利用模糊逻辑系统来逼近未知函数 $f_i(x_i)$, $g_i(x_i)$ 和 $H_i(X)$ 。

3.1 利用模糊逻辑系统逼近未知函数

假设有如下形式的模糊推理规则

$$R_i^{(l)}: \text{If } x_{i1} \text{ is } F_{i1}^{(l)} \text{ and } \dots \text{ and } x_{in_i} \text{ is } F_{in_i}^{(l)}$$

$$\text{Then } f_i(x_i) \text{ is } C_i^l$$

$$R_i^{(l)}: \text{If } x_{i1} \text{ is } F_{i1}^{(l)} \text{ and } \dots \text{ and } x_{in_i} \text{ is } F_{in_i}^{(l)}$$

$$\text{Then } g_i(x_i) \text{ is } D_i^l$$

$$R_i^{(m)}: \text{If } x_{i1} \text{ is } M_{i1}^m \text{ and } \dots \text{ and } x_{in_i} \text{ is } M_{in_i}^m \dots$$

$$\text{and } x_{N1} \text{ is } M_{N1}^m \text{ and } \dots \text{ and } x_{NN_i} \text{ is } M_{NN_i}^m$$

$$\text{Then } H_i(X) \text{ is } E_i^m$$

其中 $F_{ik}^{(l)}, M_{ijk}^m, C_i^l, D_i^l$ 和 E_i^m ($k = \{1, \dots, n_i\}, j = \{1, \dots, N\}$) 均为 R 上的模糊集, 它们的隶属函数为高斯型函数, 即

$$\mu_{F_{ik}^l}(x_{ik}) = \exp\left[-\left(\frac{x_{ik} - \bar{x}_{ik}^l}{\sigma_{ik}^l}\right)^2\right]$$

$$\mu_{C_i^l}(y_i) = \exp\left[-\left(\frac{y_i - \bar{y}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right]$$

$$\mu_{D_i^l}(y_i) = \exp\left[-\left(\frac{\tilde{y}_i - \tilde{\bar{y}}_i^l}{\tilde{\sigma}_i^l}\right)^2\right]$$

$$\mu_{M_{ijk}^m}(x_{jk}) = \exp\left[-\left(\frac{x_{jk} - \bar{x}_{jk}^m}{\sigma_{jk}^m}\right)^2\right]$$

$$\mu_{E_i^m}(y_i) = \exp\left[-\left(\frac{y_i - \bar{y}_i^m}{\sigma_i^m}\right)^2\right]$$

$$i = 1, \dots, N, \quad l = 1, \dots, p, \quad m = 1, \dots, q$$

由文献[9]方法, 可构造如下模糊逻辑系统

$$f_i(x_i | \theta_i) = \frac{\sum_{l=1}^p \bar{y}_i^l \left(\prod_{j=1}^{n_i} \exp\left[-\left(\frac{x_{ij} - \bar{x}_{ij}^l}{\sigma_{ij}^l}\right)^2\right] \right)}{\sum_{l=1}^p \left(\prod_{j=1}^{n_i} \exp\left[-\left(\frac{x_{ij} - \bar{x}_{ij}^l}{\sigma_{ij}^l}\right)^2\right] \right)}$$

$$g_i(x_i | \theta_i) = \frac{\sum_{l=1}^p \tilde{\bar{y}}_i^l \left(\prod_{j=1}^{n_i} \exp\left[-\left(\frac{x_{ij} - \bar{x}_{ij}^l}{\sigma_{ij}^l}\right)^2\right] \right)}{\sum_{l=1}^p \left(\prod_{j=1}^{n_i} \exp\left[-\left(\frac{x_{ij} - \bar{x}_{ij}^l}{\sigma_{ij}^l}\right)^2\right] \right)}$$

$$H_i(x | \theta_i) = \frac{\sum_{m=1}^q \bar{y}_i^m \left(\prod_{j=1}^N \prod_{k=1}^{n_i} \exp\left[-\left(\frac{x_{jk} - \bar{x}_{jk}^m}{\sigma_{jk}^m}\right)^2\right] \right)}{\sum_{m=1}^q \left(\prod_{j=1}^N \prod_{k=1}^{n_i} \exp\left[-\left(\frac{x_{jk} - \bar{x}_{jk}^m}{\sigma_{jk}^m}\right)^2\right] \right)}$$

在以上诸式中, 固定参数 $\bar{x}_{i,j}^l$ 和 $\sigma_{i,j}^l$, 只调节 \bar{y}_i^l

和 $\tilde{\bar{y}}_i^l$, 则模糊逻辑系统可写成如下形式

$$\begin{aligned} \hat{f}_i(x_i | \theta_i) &= \sum_{j=1}^p \theta_{ij} \xi_{ij}(x_i) = \Theta_i^T \xi_i(x_i) \\ \hat{g}_i(x_i | \theta_i) &= \sum_{j=1}^p \theta_{2ij} \xi_{ij}(x_i) = \Theta_{2i}^T \xi_i(x_i) \\ \hat{H}_i(X | \theta_i) &= \sum_{k=1}^q \theta_{3ik} \gamma_{ik}(X) = \Theta_{3i}^T \gamma_i(X) \end{aligned}$$

其中 $\theta_i, \theta_{2i}, \theta_{3i}$ 分别代表可调参数 $\bar{y}_i, \bar{y}_i^m, \bar{y}_i^m$ 的集合。设计的间接模糊控制器为

$$u_i = \frac{1}{g_{ki}(t) + \hat{g}_i(x_i | \theta_i)} \times [- (f_{ki}(t) + \hat{f}_i(x_i | \theta_i)) - H_i(X | \theta_i) + K_i^T e_i + y_m^{(n)} - c_i u_{fsi} + \frac{1}{2} \eta_{si}] + k_i u_{fsi} \quad (3)$$

其中: $c_i u_{fsi}$ 用于抵消外部干扰, $k_i u_{fsi}$ 用于抵消模糊逼近误差, s_i 是子系统的误差及前 $n_i - 1$ 阶导数的线性组合。

将式(3)代入式(1), 整理得

$$\begin{aligned} \dot{e}_i^{(n)} &= - K_i^T e_i + (f_i(x_i | \theta_i) - f_i(x_i)) + (g_i(x_i | \theta_i) - g_i(x_i)) u_{ci} + (\hat{H}_i(X | \theta_i) - H_i) + c_i u_{fsi} - \frac{1}{2} \eta_{si} - d_i(t) + (g_{ki}(t) + g_i(x_i)) k_i u_{fsi} \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)等价于

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= A_i e_i + B [(f_i(x_i | \theta_i) - f_i(x_i)) + (g_i(x_i | \theta_i) - g_i(x_i)) u_{ci} + (\hat{H}_i(X | \theta_i) - H_i)] + B [c_i u_{fsi} - d_i(t) - \frac{1}{2} \eta_{si}] + B (g_{ki}(t) + g_i(x_i)) k_i u_{fsi} \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$u_{ci} = \frac{1}{g_{ki}(t) + \hat{g}_i(x_i | \theta_i)} \times [- (f_{ki}(t) + \hat{f}_i(x_i | \theta_i)) - \hat{H}_i(X | \theta_i) + K_i^T e_i + y_m^{(n)} - c_i u_{fsi} + \frac{1}{2} \eta_{si}]$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_{i0} & -k_{i1} & \dots & -k_{i(n_i-1)} \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \ 0 \ \dots \ 1]^T$$

定义 $\theta_i, \theta_{2i}, \theta_{3i}$ 的最优估计参数为 $\theta_i^*, \theta_{2i}^*, \theta_{3i}^*$,

且满足

$$\begin{aligned} \theta_i^* &= \arg \min_{\theta_i} [\sup_{x_i \in M_i} |f_i(x_i | \theta_i) - f_i(x_i)|] \\ \theta_{2i}^* &= \arg \min_{\theta_{2i}} [\sup_{x_i \in M_i} |g_i(x_i | \theta_{2i}) - g_i(x_i)|] \\ \theta_{3i}^* &= \arg \min_{\theta_{3i}} [\sup_{X \in M} |H_i(X | \theta_{3i}) - H_i(X)|] \end{aligned}$$

其中: $\Omega_{1i}, \Omega_{2i}, \Omega_{3i}$ 分别为 $\theta_i, \theta_{2i}, \theta_{3i}$ 的可行域, M_i 为 R^{n_i} 的子空间, M 为 $R^{N \times n_i}$ 的子空间。

对子系统未知项采用间接自适应的第 1 种方法逼近, 即固定前件模糊集, 只调节模糊逻辑系统中的后件模糊集(方法同前)。而对于互联项, 考虑到其高维性, 故采用第 2 种方法逼近^[9], 即不但调节前件模糊集, 而且调节后件模糊集。须用泰勒级数展开式来近似模糊系统 $H_i(X | \theta_i)$, 即

$$\begin{aligned} \hat{f}_i(x_i | \theta_i) - \hat{f}_i(x_i | \theta_i^*) &= \Phi_{1i}^T \xi_i(x_i) \\ \hat{g}_i(x_i | \theta_i) - \hat{g}_i(x_i | \theta_i^*) &= \Phi_{2i}^T \xi_i(x_i) \\ \hat{H}_i(X | \theta_i) - \hat{H}_i(X | \theta_i^*) &= \Phi_{3i}^T \frac{\partial H_i(X | \theta_i)}{\partial \theta_i} + O(|\Phi_{3i}|^2) \end{aligned}$$

其中: $\Phi_{1i} = \theta_i - \theta_i^*, \Phi_{2i} = \theta_{2i} - \theta_{2i}^*, \Phi_{3i} = \theta_{3i} - \theta_{3i}^*$ 为参数匹配误差向量。令

$$\begin{cases} w_i = (\hat{f}_i(x_i | \theta_i) - f_i(x_i)) + (g_i(x_i | \theta_i) - g_i(x_i)) u_{ci} + (\hat{H}_i(X | \theta_i) - H_i(X)) \\ v_i = w_i + O(|\Phi_{3i}|^2) \end{cases} \quad (6)$$

称 v_i 为模糊系统的最小逼近误差。

假设 3 设模糊逻辑系统的逼近误差满足不等式 $|v_i| < M_i$ 。

式(5)可以写成

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= A_i e_i + B \Phi_{1i}^T \xi_i(x_i) + B \Phi_{2i}^T \xi_i(x_i) u_{ci} + B \Phi_{3i}^T \frac{\partial H_i(X | \theta_i)}{\partial \theta_i} + B \Phi_{3i} \frac{s_i}{2} - B \Phi_{3i} u_{fsi} + B [c_i^* u_{fsi} - d_i(t) - \frac{\eta}{2} s_i] + B [v_i + (g_{ki}(t) + g_i(x_i)) k_i u_{fsi}] \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\Phi_{3i} = c_i^* - c_i$ 为控制增益误差。

3.2 模糊滑模控制 u_{fsi} 的设计

分别定义 s_i 和 u_{fsi} 的语言集

$$\begin{aligned} T(s_i) &= \{NB, NM, ZR, PM, PB\} = \{C_i^1, C_i^2, C_i^3, C_i^4, C_i^5\} \\ T(u_{fsi}) &= \{NB, NM, ZR, PM, PB\} = \{F_i^1, F_i^2, F_i^3, F_i^4, F_i^5\} \end{aligned}$$

其中: NB, NM, ZR, PM, PB 分别表示模糊集负大、

负中、零、正中、正大。这里并不采用高斯型隶属函数^[8], 模糊隶属函数为三角模糊集。

由直觉推理建立跟踪误差 s_i 与模糊控制 $u_{f si}$ 的模糊关系

R_i^j : If s_i is C_i^j Then $u_{f si}$ is F_i^{6-j} , $j = 1, \dots, 5$
由第 j 条规则得到的模糊关系为 $R_i^j = C_i^j \times F_i^{6-j}$, 即

$$R_i^j(s_i, u_{f si}) = C_i^j(s_i) \quad F_i^{6-j}(u_{f si})$$

总的模糊关系为 $R_i = \bigcup_{j=1}^5 R_i^j$, 即

$$R_i(s_i, u_{f si}) = \bigcup_{j=1}^5 [C_i^j(s_i) \quad F_i^{6-j}(u_{f si})]$$

采用乘积推理规则和单点模糊化方法, 易得

$$F_i(u_{f si}) = \bigcup_{j=1}^5 [C_i^j(s_i) \quad F_i^{6-j}(u_{f si})]$$

应用重心非模糊化方法, 进一步推得精确的控制

$$u_{f si} = \frac{\int_{-3/2}^{3/2} u_{f si} F_i(u_{f si}) du_{f si}}{\int_{-3/2}^{3/2} F_i(u_{f si}) du_{f si}}$$

精确的数学解析表达式为^[10]

$$u_{f si} = \begin{cases} -1, & z_i \geq 1 \\ -\frac{(2z_i + 3)(3z_i + 1)}{2(4z_i^2 + 6z_i + 1)}, & -1 < z_i < 1 \\ 0, & z_i < -1 \\ -\frac{z_i(2z_i + 1)}{2(4z_i^2 + 2z_i - 1)}, & -1 < z_i < 0.5 \\ 0, & z_i < 0.5 \\ \frac{z_i(2z_i - 1)}{2(4z_i^2 - 2z_i - 1)}, & 0.5 < z_i < 1 \\ -0.5, & z_i < 0 \\ \frac{(2z_i - 3)(3z_i - 1)}{2(4z_i^2 - 6z_i + 1)}, & 0 < z_i < 1 \\ -1, & z_i < 0 \\ 1, & z_i < -1 \end{cases} \quad (8)$$

其中 $z_i = s_i/\phi$ 当 $|s_i| > \phi$ 时, $u_{f si} = -\text{sgn}(s_i)$ 。

3.3 参数自适应调节律

取参数及控制增益的自适应调节律为

$$\begin{cases} \dot{\theta}_i = -\eta_1 e_i^T P B \xi_i(x_i) \\ \dot{\theta}_{2i} = -\eta_2 e_i^T P B \xi_i(x_i) u_{ci} \\ \dot{\theta}_{3i} = -\eta_3 e_i^T P B \frac{\partial \hat{H}_i(x_i | \theta_i)}{\partial \alpha_i} \\ \dot{c}_i = \eta_4 |e_i^T P B| \\ \dot{\eta} = \frac{\eta_5}{2} (e_i^T P B)^2 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \dot{c}_i = \eta_4 |e_i^T P B| \\ \dot{\eta} = \frac{\eta_5}{2} (e_i^T P B)^2 \end{cases} \quad (10)$$

其中 P_i 是如下 Lyapunov 方程的正定解

$$P A_i + A_i^T P_i = -Q_i \quad (11)$$

4 系统的稳定性分析

定理 1 对于非线性系统 (1), 若满足假设 1~假设 3, 并采用控制律 (3), 参数及控制增益的自适应律 (9)~(11), 且选择 $s_i = e_i^T P B$, $k_i = M_i^i/g_{i0}$, 则有:

- 1) 互联大系统是全局稳定的, 即系统中所涉及的变量均有界;
- 2) 各子系统的跟踪误差收敛到 0 的一个邻域内。

证明 取 Lyapunov 函数

$$V = \sum_{i=1}^N [e_i^T P_i e_i + \frac{1}{\eta_1} \Phi_1^T \Phi_1 + \frac{1}{\eta_2} \Phi_2^T \Phi_2 + \frac{1}{\eta_3} \Phi_3^T \Phi_3 + \frac{1}{\eta_4} \Phi_4^T \Phi_4 + \frac{1}{\eta_5} \Phi_5^T \Phi_5] \quad (12)$$

对 V 求导, 得

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N [e_i^T P_i \dot{e}_i + e_i^T P_i \dot{e}_i + \frac{2}{\eta_1} \dot{\Phi}_1^T \Phi_1 + \frac{2}{\eta_2} \dot{\Phi}_2^T \Phi_2 + \frac{2}{\eta_3} \dot{\Phi}_3^T \Phi_3 + \frac{2}{\eta_4} \dot{\Phi}_4^T \Phi_4 + \frac{2}{\eta_5} \dot{\Phi}_5^T \Phi_5]$$

当 $|s_i| > \phi$ 时, $u_{f si} = -\text{sgn}(s_i)$ 。将式 (7) 代入上式, 得

$$\begin{aligned} \dot{V} = \sum_{i=1}^N \{ & -e_i^T Q_i e_i + 2e_i^T P B [\Phi_1^T \xi_i(x_i) + \Phi_2^T \xi_i(x_i) u_{ci} + \Phi_3^T \frac{\partial \hat{H}_i(x_i | \theta_i)}{\partial \alpha_i} + \Phi_4 \text{sgn}(s_i) + \frac{\Phi_1}{2} s_i] + 2e_i^T P B [-d_i - c_i^* \text{sgn}(s_i) - \frac{\eta}{2} s_i] + 2e_i^T P B [v_i - (g_{ki}(t) + g_i(x_i) k_i \text{sgn}(s_i))] + \frac{2}{\eta_1} \dot{\Phi}_1^T \Phi_1 + \frac{2}{\eta_2} \dot{\Phi}_2^T \Phi_2 + \frac{2}{\eta_3} \dot{\Phi}_3^T \Phi_3 + \frac{2}{\eta_4} \dot{\Phi}_4^T \Phi_4 + \frac{2}{\eta_5} \dot{\Phi}_5^T \Phi_5 \} \end{aligned}$$

因为 $\dot{\Phi}_1 = \dot{\theta}_1$, $\dot{\Phi}_2 = \dot{\theta}_{2i}$, $\dot{\Phi}_3 = -\dot{c}_i$, $\dot{\Phi}_4 = -\dot{\eta}$, $s_i = e_i^T P B$, $s_i \text{sgn}(s_i) = |s_i|$, 根据式 (9)~(11), 得

$$\begin{aligned} \dot{V} = \sum_{i=1}^N \{ & -e_i^T Q_i e_i - \eta (e_i^T P B) - 2 |e_i^T P B| (c_i^* - |d_i|)^2 + 2 |e_i^T P B| \times [|v_i| - (g_{ki}(t) + g_i(x_i) k_i)] \} \end{aligned} \quad (13)$$

当 $|s_i| < \phi$ 时, \dot{V} 中每一项都含有 $e_i^T P B$, 即 s_i 。

取 ϕ 足够小, 由式(8) 知 $|u_{f si}| \leq 1$, 且 $u_{f si}$ 与 s_i 符号相反, 即 $-s_i u_{f si} \leq |s_i|$ 。将其代入式(7), 再与自适应律一同代入 V° , 同样可以得到式(13)。

由 $|d_i| \leq c_i^*$, $|v_i| < M e^i$ 及定理 1 中 k_i 的选取, 可知后两项均非正, 故

$$V^\circ = \sum_{i=1}^N \{-e_i^T Q_i e_i - \eta_i^T (e_i^T P B)^2\} + \sum_{i=1}^N \{-e_i^T \Gamma_i e_i\} \leq 0 \quad (14)$$

其中 $\Gamma_i = Q_i + \eta_i^T P B B^T P$ 。

设 λ 是 Γ_i 的最小特征根, 记 $E = [e_1, \dots, e_n]$, 则式(14) 可以写成

$$V^\circ = -\lambda \sum_{i=1}^N e_i^2 = -E^T \Omega E \quad (15)$$

其中 $\Omega = \text{diag}\{\lambda, \dots, \lambda\}$ 。

由式(15) 可得 $V \leq L$, 进而 $E \leq L^N, e_i \leq L$ 。根据式(5), $u_{ci} \leq L, \dot{e}_i \leq L$ 。对式(15) 两边积分, 得

$$\int_0^t E^T \Omega E dt = V(0) - V(t)$$

由上式得 $E \leq L^N$ 。因为 $\dot{e}_i \leq L$, 且

$$\frac{d}{dt} e_i^2 = \frac{e_i^T \dot{e}_i}{e_i} \leq L$$

根据 Barbalet 引理, 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} E = 0$, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i = 0$ 。从而定理得证。

5 实例仿真

将所设计的控制器应用于互联倒立摆系统^[11]。首先令两个子系统的输出分别为 $y_1 = x_{11}, y_2 = x_{21}$ 。将文献[11] 的动态方程写成如下输入输出形式

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= x_{11} + \frac{1}{2} u_1 + d_1(t) + \Delta_1 \\ \dot{y}_2 &= x_{21} + \frac{1}{2} u_2 + d_2(t) + \Delta_2 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} d_1(t) + \Delta_1 &= a(t)(a(t) - 0.5)(-x_{11} + x_{21}) - 0.5m\beta_1 x_{12}^2 - (a(t) - 0.5)(z_1 - z_2) \\ d_2(t) + \Delta_2 &= a(t)(a(t) - 0.5)(x_{11} - x_{21}) - 0.5m\beta_2 x_{22}^2 - (a(t) - 0.5)(z_1 - z_2) \\ a_{ki}(t) &= b_{ki}(t) = 0, \quad i = 1, 2 \end{aligned}$$

选取与文献[11] 相同的参数, 即

$$a(t) = \sin(5t), \quad z_1 = \sin(2t)$$

$$z_2 = L + \sin(3t), \quad L = 2$$

$$M = m = 10, \quad \beta_1 = \frac{m}{M} \sin(x_{11})$$

其中: M 为小车的质量, m 为摆的质量, L 为弹簧的自然长度, z_1 和 z_2 分别为第 1 个和第 2 个小车离开原点的距离。所以

$$|d_i + \Delta_i| = 2 + 0.5 |x_{11}|^2 + 0.5 |x_{21}|^2 + 5 |x_i|^2, \quad i = 1, 2$$

给定的跟踪参考输出为 $y_{1m} = \sin(2t), y_{2m} = 2 + \sin(2t)$ 。给定矩阵 $Q_i = \text{diag}[10, 10]$, 解得

$$P_i = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

取

$$\begin{aligned} \eta_1 &= 100, \quad \eta_2 = 100, \quad \eta_{11} = 0.1 \\ \eta_{21} &= 0.1, \quad \eta_{13} = 0.002 \\ \eta_{23} &= 0.002, \quad s_1 = 5\dot{e}_1 + 5e_1 \\ s_2 &= 5\dot{e}_2 + 5e_2, \quad \phi = 0.05 \end{aligned}$$

选取模糊隶属函数

$$\begin{aligned} A_1(x_i) &= [1 + \exp(5(x_i - 0.6))]^{-1} \\ A_2(x_i) &= \exp[-(x_i - 0.4)^2] \\ A_3(x_i) &= \exp[-(x_i + 0.2)^2] \\ A_4(x_i) &= \exp[-(x_i)^2] \\ A_5(x_i) &= \exp[-(x_i - 0.2)^2] \\ A_6(x_i) &= \exp[-(x_i - 0.4)^2] \\ A_7(x_i) &= [1 + \exp(5(x_i - 0.6))]^{-1} \end{aligned}$$

由此构造模糊逻辑系统来逼近未知函数 $a_1(X_1) = x_{11}, a_2(X_2) = x_{21} (b_1(X_1) = b_2(X_2) = 1/2)$ 看作已知)。按定理 1 设计控制律

$$\begin{aligned} u_1 &= 2[-\theta_1 \xi_1(X_1) - \theta_3 \mathcal{Y}_1(X) + 2\dot{e}_1 + e_1 - 4\sin(2t) - 2u_{f s1} + 50s_1 + 0.01 + |-\theta_1 \xi_1(X_1) - \theta_3 \mathcal{Y}_1(X) + 2\dot{e}_1 + e_1 - 4\sin(2t) - 2u_{f s1} + 50s_1| u_{f s1}] \\ u_2 &= 2[-\theta_1 \xi_2(X_2) - \theta_3 \mathcal{Y}_2(X) + 2\dot{e}_2 + e_2 - 9\sin(3t) - 2u_{f s2} + 50s_2 + 0.01 + |-\theta_1 \xi_2(X_2) - \theta_3 \mathcal{Y}_2(X) + 2\dot{e}_2 + e_2 - 9\sin(3t) - 2u_{f s2} + 50s_2| u_{f s2}] \end{aligned}$$

选取适当的初值, 用 Matlab 进行仿真, 其结果如图 1 所示。图中曲线 为实际输出, 曲线 为参考输出。

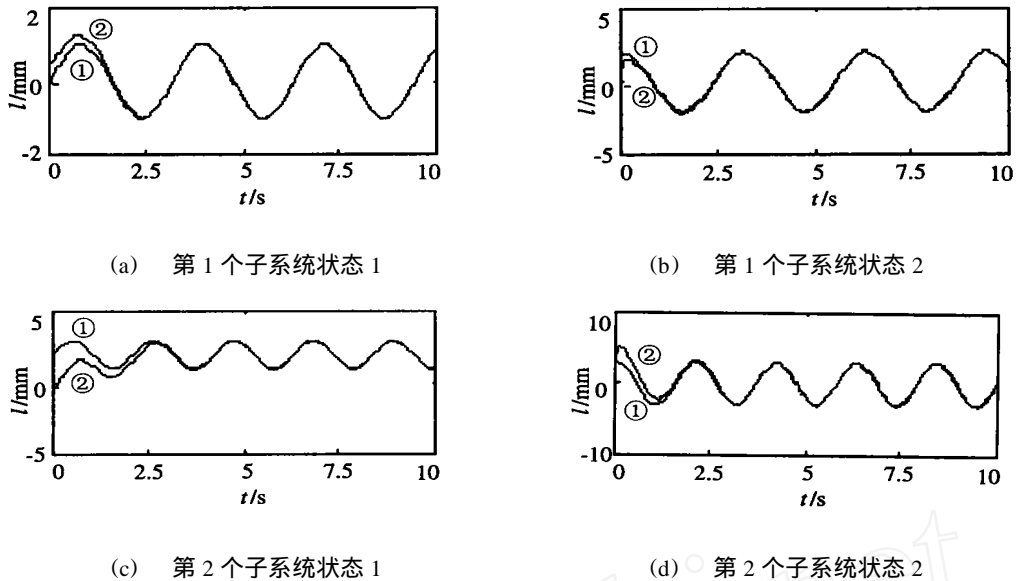


图1 系统仿真曲线

6 结 论

本文针对大系统互联项存在模型不确定性, 讨论一类不确定互联大系统的输出跟踪问题。非线性系统的控制组成可分为已知和未知两部分。对已知部分采用传统方法设计控制器, 对未知部分采用模糊控制、逻辑逼近和模糊滑模控制相结合的方法进行逼近。对两类未知动态采用不同的模糊逻辑逼近基函数, 既避免了采用统一基函数的“维数爆炸”现象, 又维护了互联项对每个子系统作用不尽相同的特性。该方法可减少互联项的约束条件, 使所设计的间接自适应模糊控制器实现跟踪目的, 并保证整个大系统在Lyapunov意义下全局渐近稳定。

参考文献(References):

- [1] 王涛. 一类非线性系统的间接自适应输出反馈模糊控制[J]. 控制与决策, 2000, 15(2): 161-164
(Wang Tao. Fuzzy indirect adaptive output feedback control for a class of nonlinear system[J]. *Control and Decision*, 2000, 15(2): 161-164.)
- [2] 佟绍成. 一类非线性系统间接自适应输出反馈模糊控制[J]. 自动化学报, 1999, 25(4): 553-559
(Tong Shaocheng. Fuzzy indirect adaptive output feedback control for a class of nonlinear system[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25(4): 553-559.)
- [3] Tong Shaocheng, Chai Min, Zhou Jun. Fuzzy adaptive output tracking control of nonlinear system[A]. 1999 IEEE Int Fuzzy Syst Conf Proc[C]. Seoul, 1999. 1:

562-567.

- [4] Buckley J J. Fuzzy input-output controllers are universal approximations[J]. *Fuzzy Sets Syst*, 1993, 58(3): 273-278
- [5] 朴营国, 张俊星, 张化光. 基于模糊逻辑的一类非线性系统直接自适应控制[J]. 控制理论与应用, 2001, 18(1): 45-50
(Piao Yingguo, Zhang Junxing, Zhang Huaguang. Indirect adaptive control for a class of nonlinear systems based on fuzzy logic[J]. *Control Theory Appl*, 2001, 18(1): 45-50.)
- [6] Yeong Chan Chang. Robust tracking control for nonlinear MIMO systems via fuzzy approaches[J]. *Automatica*, 2000, 36(8): 1535-1545
- [7] Tong Shaocheng, Chai Tianyou. Fuzzy indirect adaptive control for a class of decentralized nonlinear systems[J]. *Int J Syst Sci*, 1998, 29(2): 149-157.
- [8] 佟绍成. 一类非线性不确定系统的稳定自适应模糊控制[D]. 沈阳: 东北大学, 1997.
- [9] Wang L X. *Adaptive Fuzzy Systems and Control — Design and Stability Analysis*[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1994
- [10] Hajjaji A E, Rachid A. Explicit formulas for fuzzy controller[J]. *Fuzzy Sets Syst*, 1995, 62(2): 135-141.
- [11] Jiang B, Liu X P, Zhang S Y. The output tracking of nonlinear composite system with similar structure[J]. *Inf or Contr*, 1995, 24(2): 65-69.