

文章编号: 1001-0920(2003)01-0024-05

具有约束的 Hammerstein 非线性控制系统的设计与分析

丁宝苍, 李少远

(上海交通大学 自动化研究所, 上海 200030)

摘 要: 为得到快速有效的算法, 提出一种具有输入约束的新的两步法控制器。加入模型中间变量的约束来代替输入约束, 并给出中间变量约束的在线确定方法。引入中间变量约束可使非线性方程总有实解, 有利于闭环系统的稳定和提高系统的最优性能。仿真结果验证了理论分析的正确性。

关键词: Hammerstein 模型; 两步法控制; 中间变量约束; 非线性代数方程; 稳定性

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Design and analysis of Hammerstein nonlinear control systems with constraints

DING Bao-cang, LI Shao-yuan

(Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: A new two-step control scheme with input constraints is presented to obtain a fast and efficient algorithm. The input constraints are substituted by intermediate variables constraints of the model and an on-line algorithm for determining the intermediate constraints is given. Adding intermediate constraints guarantees the existence of the real solution to the static nonlinear algebraic equation, and makes it easy to stabilize the closed-loop system and enhance the optimality property of the control system. Simulation results show the validity of the theoretical analysis.

Key words: Hammerstein model; Two-step control; Intermediate constraints; Nonlinear algebraic equation; Stability

1 引 言

Hammerstein 模型由一个静态非线性环节加上一个动态线性环节组成。pH 中和、高纯度分离等非线性过程可用 Hammerstein 模型来描述, 其一般形式为: 线性部分采用 CARMA 模型, 而非线性部分为一多项式。这种模型的最大特点是容易辨识。Hammerstein 模型的辨识和控制已得到较多的研究, 其控制策略大体上可分为两种:

一种是两步法策略^[1,2], 第 1 步对线性模型应用某种控制算法计算中间变量; 第 2 步由非线性方程

反算实际的控制作用。两步法充分利用了 Hammerstein 模型的特殊结构, 因此实施起来方便有效。

另一种是整体求解策略, 一般是将非线性部分纳入目标函数, 直接求解控制作用。如文献[3]研究 Hammerstein 模型的预测控制, 线性部分采用状态空间模型, 非线性模型转化为多包描述, 采用迭代算法求最优解。采用状态空间模型虽然利于分析, 但不利于模型在线辨识。

整体求解法的控制律计算比较复杂, 实际应用较为困难。相对而言, 尽管两步法在优化过程中没有

收稿日期: 2001-10-09; 修回日期: 2001-12-29。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69934020)。

作者简介: 丁宝苍(1972—), 男(满族), 河北隆化人, 博士生, 从事自适应控制等研究; 李少远(1965—), 男, 河北枣强人, 教授, 博士生导师, 从事预测控制、模糊控制等研究。

纳入控制作用,但考虑到很多控制的目的是使系统输出尽快跟踪设定值变化,控制加权的引入只是为了限制控制作用的变化过大,这时两步法将更为实用。两步法在求解多项式方程时,可能出现无实解或在一个控制周期内算不出实解的情况。对此,文献[1, 2, 4~6]分别提出了相应的近似方法。关于这些近似方法给闭环系统带来的影响,理论性讨论还很少见。文献[5]对[1, 4, 6]的方法进行分析,但其分析结果只适用于[5]本身所提出的近似法。有关对比性的分析尚未见报道。

本文首先分析非线性方程近似解对系统的影响,然后提出引入中间变量的约束能解决非线性方程无实解带来的问题,最后指出引入中间变量约束能提高系统的稳定性能和最优性能。

2 非线性方程解的准确性分析及中间变量约束的引入

设 Hammerstein 模型的静态非线性环节为 $x(t) = f(u(t))$, 线性环节为可表示 y 与 x 关系的任一种形式,包括状态空间模型和输入输出模型等。采用两步法时,由 $f(u(t)) - x(t) = 0$ 反算实际的控制作用 $u(t)$,可采用 Newton-Raphson 迭代法^[2]。

2.1 非线性环节的确定

由于实际工业过程的复杂性, f 包含的内容非常丰富。当非线性部分不用在线辨识时, f 可由实际过程的机理分析得到^[7],并可以任意精度离线地确定一个函数 $u = g(x)$ 。这样便省去了求解非线性方程的复杂计算。

当非线性环节也要在线辨识时,讨论 f 的辨识一般是不可能的。目前,通常是采用一易于辨识的低阶多项式

$$x(t) = n_0 u^L(t) + n_{-1} u^{L-1}(t) + \dots + r_1 u(t) + r_0 \quad (1)$$

近似非线性环节。由于偶次多项式方程可能无实解,有关文献给出了一些相应的解决方法。

文献[1]在辨识时,非线性部分采用奇数阶多项式模型

$$x(t) = r_{\text{odd}} u^{\text{odd}}(t) + \dots + r_1 u(t) + r_0 \quad (2)$$

其中 odd 为一奇数,这样多项式方程总有实解。文献[2]在得不到实解时,采用一个默认值 $u(t) = x(t)/a$ 作为近似解。文献[4]则直接将控制作用取为

$$u(t) = 1/r_1 (x(t) - r_p u^p(t-1) - r_{p-1} \times u^{p-1}(t-1) - \dots - r_2 u^2(t-1) - r_0) \quad (3)$$

其中 p 可为奇数或偶数,并将式(3)作为模型参与线

性部分的辨识,这样也总能求得控制作用。但采用式(3)求解时,计算结果受 r_1 辨识误差的影响较大,在某些情况下应对 r_1 的值进行限定。文献[5]则提出:如果非线性部分为

$$x(t) = r_{\text{even}} u^{\text{even}}(t) + \dots + r_1 u(t) + r_0 \quad (4)$$

其中 even 为一偶数,则当式(4)无实解时,采用

$$x(t) = r_{\text{even}-1} u^{\text{even}-1}(t) + \dots + r_1 u(t) + r_0 \quad (5)$$

或

$$u(t) = 1/r_1 (x(t) - r_{\text{even}} u^{\text{even}}(t-1) - r_{\text{even}-1} \times u^{\text{even}-1}(t-1) - \dots - r_2 u^2(t-1) - r_0) \quad (6)$$

计算控制作用,这样便保证总能得到一个控制作用。由于文献[5]方法没有考虑辨识对模型不准确的补偿作用,所以该文的分析结果只适用于其本身提出的近似算法。

2.2 非线性方程解的准确性分析

分别考虑非线性环节无辨识和在线辨识两种情形。无辨识时,理论上由 $x(t)$ 能否得到对应的 $u(t)$ 取决于 $x(t)$ 的大小和 f (或 g) 的形式,实际应用中会因计算时间和精度使由 $x(t)$ 不能准确地反算出对应的 $u(t)$ 。这时一般采用近似解,相当于采用近似的反函数 $u(t) = \hat{f}^{-1}(x(t))$ 。

即使是单调函数 $x(t) = f(u(t))$,反函数 $u(t) = f^{-1}(x(t))$ 或函数 $u(t) = g(x(t))$ 也不一定对 $x(t)$ 的所有取值对应存在。采用近似反函数时,用线性模型求解的 $x(t)$ 得不到实现,实际实现的是 $x_{\text{new}}(t) = f[\hat{f}^{-1}(x(t))]$ 。但 $\Delta x(t)$ 一般反映系统设计的某种要求,如果 $\Delta x(t)$ 得不到实施,这种要求就得不到满足。

以上分析也适用于非线性环节为多项式和在线辨识的情形。当实际系统为“静态非线性 $f_0 +$ 动态线性环节”时,如果采用“静态多项式 $f +$ 动态线性环节”,则模型与实际系统的误差和 $u(t)$ 的定义域有关。这是因为多项式对 f_0 的逼近效果与定义域有关,即只能在一定的定义域内尽量逼近 f_0 。 $u(t)$ 的定义域越大,逼近时采用的多项式的阶数也越高,因此越难以辨识。对同一个 $x(t)$,如果 $x(t) = f_0(u(t))$ 无解,则关于多项式方程的解只能属于以下 3 种情况:

1) 多项式准确地逼近 f_0 ,多项式方程的解必然在 $u(t)$ 的定义域之外;

2) 假设多项式方程的解在 $u(t)$ 的定义域之内,则多项式一定没有准确地逼近 f_0 ;

3) 假设多项式没有准确地逼近 f_0 ,则多项式方

程的解在 $u(t)$ 的定义域之外。

由以上讨论可知,分析文献[1,4]方法时要考虑 $u(t)$ 的定义域,在线辨识系统模型时,最后得到的结果应能适用于 $u(t)$ 的一定取值范围。当由多项式方程求解的 $u(t)$ 超出这个范围时,则表明相应的 $\Delta x(t)$ 没有得到实施。

上述近似法及其分析都没有考虑实际约束。当由多项式方程求解的 $u(t)$ 超出物理约束时,则得不到实施,这表明相应的 $\Delta x(t)$ 没有得到实施。

2.3 中间变量约束的引入

由以上分析不难看出, $\Delta x(t)$ 能否得到实施与 $u(t)$ 或 $x(t)$ 的幅值有关,如果把 $x(t)$ 和 $u(t)$ 限制在一定幅值内,则不会出现 $\Delta x(t)$ 得不到实施的现象。由于 $x(t)$ 和 $u(t)$ 通过静态非线性关联起来,所以只需将其中之一限制在一定幅值内即可。考虑到实际物理约束,容易想到将 $u(t)$ 限制在物理约束内,但考虑到两步法的特点,本文提出用 $x(t)$ 的约束表示 $u(t)$ 的约束,用 $u(t)$ 的约束代替 $u(t)$ 的定义域,这样在理论上可解决 $\Delta x(t)$ 得不到实施的问题。加入中间变量约束还可提高系统的稳定性能和最优性能,这一点将在下一章讨论。

2.4 中间变量约束的确定

对于 $x(t) = f(u(t))$, 每个 $u(t)$ 有唯一的 $x(t)$ 与之对应。根据实际对象的约束要求 $u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max}$, 可确定 $x(t)$ 在 $u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max}$ 中的最值。对于非线性环节不需在线辨识的系统, x_{\min} 和 x_{\max} 只需离线取定;但对非线性环节也必须在线辨识的系统,即象文献[1,2,4]那样, x 的约束必须在线确定。对于非线性环节是单调函数的系统,如文献[4]的中和过程,由对 u 的约束确定对 x 的约束是很容易的。对于一般的非线性系统,确定 x_{\min} 和 x_{\max} 可采用一维搜索最值策略,现说明如下:

非线性环节取式(1),其导数为 $\dot{f}(u) = L_{n-1}u^{L-1} + (L-1)L_{n-2}u^{L-2} + \dots + r_0$ 。中间变量最大值的搜索算法为

$$\overline{u_{\max}^{(i)}} = \overline{u_{\max}^{(i-1)}} + \text{sgn}\{\dot{f}(\overline{u_{\max}^{(i-1)}})\}\Delta\overline{u_{\max}^{(i-1)}} \quad (7)$$

其中: $\overline{u_{\max}^{(i)}}$ 表示与 x_{\max} 对应的 u 值, $\overline{u_{\max}^{(i)}}$ ($i = 1, 2, \dots$) 为搜索序列, $\Delta\overline{u_{\max}^{(i-1)}}$ 为第 i 步的搜索步长,根据实际系统而定。搜索终止的条件是达到限定的搜索次数或搜索误差满足

$$|f(\overline{u_{\max}^{(N)}}) - f(\overline{u_{\max}^{(N-1)}})| < \epsilon$$

其中 $\overline{u_{\max}^{(N)}}$ 为最后一次搜索得到的值。当搜索结束时,取 $x_{\max} = f(\overline{u_{\max}^{(N)}})$ 。 x_{\min} 的确定类似于 x_{\max} , 其搜索算

法为

$$\overline{u_{\min}^{(i)}} = \overline{u_{\min}^{(i-1)}} - \text{sgn}\{\dot{f}(\overline{u_{\min}^{(i-1)}})\}\Delta\overline{u_{\min}^{(i-1)}} \quad (8)$$

x_{\min} 和 x_{\max} 也可确定如下: 首先求方程 $L_{n-1}u^{L-1} + (L-1)L_{n-2}u^{L-2} + \dots + r_1 = 0$ 所有满足物理约束的解,然后比较在各个解处, u_{\min} 及 u_{\max} 处 $x = f(u)$ 的大小,由此确定出 x_{\min} 和 x_{\max} 。但当 $L_{n-1}u^{L-1}(t) + (L-1)L_{n-2}u^{L-2}(t) + \dots + r_1 = 0$ 有一个以上解时,这种算法的计算量将大大增加。

当被控对象适合于由 Hammerstein 模型描述时,非线性环节的变化不应很快,因此所需搜索次数是很少的。一般不必在每个控制周期都非常准确地确定出 x_{\min} 和 x_{\max} , 所以 x_{\min} 和 x_{\max} 的确定较为容易。

3 基于 Hammerstein 模型两步法控制策略的性能分析

本章讨论 Hammerstein 模型两步法控制策略的稳定性能和最优性能,目的在于说明加入中间变量的约束可提高系统的稳定性能和最优性能。

3.1 稳定性分析

定理1 采用式(3)或(6)近似时,系统稳定的必要条件是稳态多项式方程 $f(u_s) - x_s = 0$ 有实解。

证明 分为标称系统和存在模型失配两种情况讨论。对于标称系统,假设系统稳定,则稳态时式(3)或(6)成为 $f(u_s) - x_s = 0$, 如果该方程没有实解,则系统稳定的假设不成立。存在模型失配时,设真实对象的稳态多项式方程为 $f_0(u_s) - x_{0s} = 0$, 如果 $f(u_s) - x_s = 0$ 无实解但 $f_0(u_s) - x_{0s} = 0$ 有实解,则采用式(3)或(6)近似求解仍会使系统失稳。显然,如果模型准确,则系统不会因为 $f(u_s) - x_s = 0$ 无实解而失稳。

可见用式(3)或(6)进行近似,当 $f_0(u_s) - x_{0s} = 0$ 接近无实解时,系统鲁棒稳定性较差;反之,当 $f(u_s) - x_s = 0$ 有实解但 $f_0(u_s) - x_{0s} = 0$ 无实解时,系统仍然可能稳定。

实际应用中当给定值不合适时,有可能造成稳态多项式方程无实解,而这往往是不可避免的。另外,采用式(3)或(6)的方法,稳定性分析将很困难;采用式(5)的近似方法,同样会使稳定性分析变得很难。现假设实际对象特性为“静态非线性 + 动态线性环节”,非线性环节为 $x(t) = f_0(u(t))$, 则控制器与对象串联的结构如图1所示。

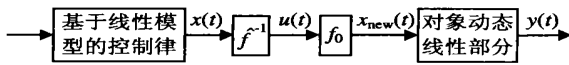


图 1 控制器与对象串联后的结构

由图 1 容易得到如下结论:

定理 2 当且仅当 $f_0 = \hat{f}$, 基于 Hammerstein 模型且采用两步法时, 闭环控制系统与静态环节为 1 时的闭环控制系统相同。

稳定性与非线性无关的性质使得稳定性分析变得容易, 从而实际实施中稳定性容易得到保证。

如果 $f_0 = \hat{f}$ 或 $f = \hat{f}$, 则很难做到 $f_0 = \hat{f}$, 实际上一般不可能做到 $f_0 = \hat{f}$ 。但通过改进模型的精度和提高非线性方程求解的精度, 可使 f_0 更加接近 \hat{f} 。例如 $f = \hat{f}$ 是由于 $f(u) - x = 0$ 无实解而采用近似法求解造成的, 加入对 x 的约束, 理论上可以做到 $f = \hat{f}$ 。

3.2 动态最优性能分析

动态最优性主要针对基于性能指标的优化控制, 如最小方差控制、预测控制、滚动时域控制等, 其控制律的求解都是以目标函数最小化为准则。

当 $\Delta x(t)$ 代表一种优化控制律时, $\Delta x(t)$ 能否得到实施是影响动态最优性的首要因素。通过引入对中间变量的约束, 理论上可使 $\Delta x(t)$ 总能得到实施。反之, 如果不考虑控制作用的约束而得到 \tilde{u} , 在实施中取 $u = \text{sat}\{\tilde{u}\}$, 这种方法称为 desaturation 法。如果不引入对 x 的约束, 则采用两步法不能保证控制作用满足约束。因此只能采用 desaturation 法, 这时动态最优性显然是较差的。

3.3 NLGPC 的稳态最优性能分析

稳态最优性与具体的控制律有关。现有文献中对基于“多项式 + CARMA”模型的两步法预测控制^[2,4,5]研究得较多, 这里仅给出稳态余差的进一步分析。

GPC 部分采用模型 $\Delta a(z^{-1})y(t) = b(z^{-1})\Delta u(t - 1) + \xi(t)$; 设定值为 $\omega(t + i)$ 。GPC^[2,4,5,8] 的目标函数定义为

$$J(t) = \sum_{i=N_1}^{N_2} [y(t+i) - \omega(t+i)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda_j [\Delta x(t+j-1)]^2 \quad (9)$$

其中符号意义参见文献[8]。这样求解的控制律中含有积分作用, 因此稳态余差的分析仅针对存在固有

稳态余差的系统。

定理 3 如果不引入对 $x(t)$ 的约束, 而采用式 (2), (3), (5) 的近似方法, 则对于存在固有稳态余差的稳定系统, 其稳态输出为

$$y_s = [b(1)/a(1)] f_0(u_{\max}) \quad (10)$$

或

$$y_s = [b(1)/a(1)] f_0(u_{\min}) \quad (11)$$

证明略。

注 1 如果 x 的最值不在 u_{\min} 和 u_{\max} (当 $x = f(u)$ 在 $u \in [u_{\min}, u_{\max}]$ 时必为非单调函数), 则稳态余差 $y_{\text{ess}} = |y_s - \omega|$ 就不是最优值。其原因在于: 当输出达到稳态后, 每次优化得到的最优的 $x(t)$ 得不到实施, 因此不能使偏差最优。

如果采用 GPC 算法, 引入约束 $x_{\min} \leq x(t) \leq x_{\max}$, 则可能得到最优(小)的稳态余差。

定理 4 引入对 $x(t)$ 的约束后, 对于存在固有稳态余差的稳定系统, 其稳态输出为 $y_s = [b(1)/a(1)]x_{\max}$ 或 $y_s = [b(1)/a(1)]x_{\min}$ 。

4 仿真验证

系统线性部分为 $\Delta(1 - z^{-1} + 0.25z^{-2})y(t) = (1 - 1.2z^{-1})\Delta x(t - 1)$, 设定值为 $\omega = 1.2$, 线性部分采用 GPC 算法。考虑系统具有非最小相位特性, 取 $N_1 > 1$ 。这里取 $N_1 = 2, N_2 = 6, N_u = 2, \lambda = 0.00001$ 。输入和输入增量初值为 $u(-1) = \Delta u(-1) = 0$, 输出初值为 $[y(0), y(-1), y(-2)] = [0, 0, 0]$ 。

首先采用非线性部分 $x = 0.0512u^4 + 0.2069u^3 - 0.2437u^2 - 0.9983u + 0.0165$, 没有约束。该非线性的最小值为 $x^* = -1.0963$, 使系统无稳态余差的最大输出设定值为 $y^* = 0.877$, 故实际系统若稳定必有稳态余差。用式(6)近似计算时系统不稳定。然后采用非线性部分 $x = -2.3501u^5 + 2.1854u^3 + 0.8619u$, 假设输入约束为 $|u| \leq 1$ 。

考虑以下两种方法: 1) 采用本文提出的方法, 中间变量约束为 $|x| \leq 1.0405$, 系统稳态响应值为 $[u_s, x_s, y_s] = [-0.8172, -1.0405, 0.8324]$, 与定理 4 的理论计算值相符; 2) 采用 desaturation 方法, 稳态响应值为 $[u_s, x_s, y_s] = [-1, -0.6972, 0.5578]$, 与定理 3 的理论计算值相符。两种方法的系统响应曲线分别如图 2 和图 3 所示, 其中星号为解饱和方法。

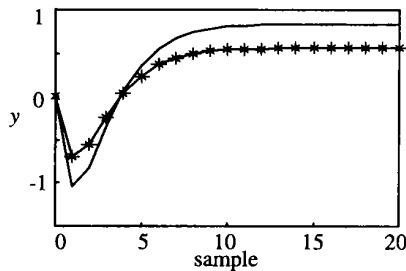


图2 系统输出

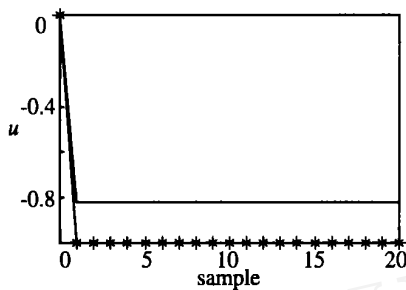


图3 系统输入

5 结 语

在基于 Hammerstein 模型的两步法控制中加入对中间变量的约束,可解决非线性代数方程无实解问题,使系统更容易稳定,性能指标更优,系统稳定时稳态误差更小。本文具体给出了中间变量的确定方法,据此可以具体设计基于 Hammerstein 模型的两步法控制器。

参考文献(References):

- [1] Anbumani K, Patnaik L M, Sama I G. Self-tuning minimum variance control of nonlinear systems of the Hammerstein model [J]. *IEEE Trans Autom Contr*, 1981, 26(10): 959-961.
- [2] Zhu Q M, Warwick K, Douce J L. Adaptive general predictive controller for nonlinear systems [J]. *IEE Proc D*, 1991, 138(1): 33-40.
- [3] Bloemen H H J, Van d Boom T J J, Verbruggen H B. Model-based predictive control for Hammerstein-Wiener systems [J]. *Int J Contr*, 2001, 74(5): 482-495.
- [4] Zhu X F, Seborg D E. Nonlinear predictive control based on Hammerstein models [J]. *Control Theory Appl*, 1994, 11(6): 564-575.
- [5] 徐湘元, 毛宗源. 基于 Hammerstein 模型的预测控制的分析与研究 [J]. *控制理论与应用*, 2000, 17(8): 529-532. (Xu Xiangyuan, Mao Zongyuan. The analysis and research of predictive control based on Hammerstein model [J]. *Control Theory Appl*, 2000, 17(8): 529-532.)
- [6] Wang W. Generalized predictive control of nonlinear systems of the Hammerstein form [J]. *Control Theory Appl*, 1994, 11(6): 672-680.
- [7] Pearson R K, Pottmann M. Gray-box identification of block-oriented nonlinear models [J]. *J Proc Contr*, 2000, 10(4): 301-315.
- [8] 张峻. 预测控制若干理论问题的研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 1997.

(上接第 23 页)

- [9] Liu Puyin. On the approximation realization of fuzzy closure mapping by multilayer regular fuzzy neural network [J]. *Multiple Valued Logic*, 2000, 5(3): 463-480.
- [10] Liu Puyin. A novel fuzzy neural network and its approximation capability [J]. *Science in China—Series F*, 2001, 44(3): 184-194.
- [11] Liu Puyin. Analyses of regular fuzzy neural networks for approximation capability [J]. *Fuzzy Sets Syst*, 2000, 114(3): 329-338.
- [12] Liu Puyin, Wang Huaxing. Universal approximation of a class of continuous fuzzy valued functions by regular fuzzy neural networks [J]. *Acta Electronica Sinica*, 1997, 25(11): 41-45.
- [13] Liu Puyin, Wang Hao. Research on approximation capability of regular fuzzy neural network to continuous fuzzy function [J]. *Science in China—Series E*, 1999, 41(2): 143-151.
- [14] Mao J H, Zhang X F, Li Y D. Research on fuzzy system as universal approximator for function [J]. *Science in China—Series E*, 1997, 27(4): 362-367.
- [15] Diamond P, Kloeden P. *Metric Spaces of Fuzzy Sets* [M]. Singapore: World Sci Press, 1994.
- [16] Nguyen H T. A note on the extension principle for fuzzy sets [J]. *J Math Anal Appl*, 1976, 64(2): 369-380.