

文章编号: 1001-0920(2003) 02-0177-04

基于 T-S 模型的非线性系统多模型直接自适应控制

孙 维¹, 王 伟²

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 大连理工大学 信息与控制研究中心, 辽宁 大连 116023)

摘 要: 针对典型的高阶非线性系统, 建立被控对象的多 个论域不同的基于 T-S 模型的模糊控制器 (TSFC), 用其加权组合控制系统的行为, 并根据 Lyapunov 的综合方法设计 1 种自适应算法来调整每个 TSFC 的权值, 形成被控对象的直接自适应模糊控制器。与采用单 1 TSFC 的自适应模糊控制算法相比, 该算法计算量小, 响应速度快, 能在局部上更有效地控制系统的非线性, 使被控系统具有 Lyapunov 意义上的稳定性。仿真实验证实了算法的有效性。

关键词: T-S 模型; 多模型; 非线性系统; 自适应模糊控制; Lyapunov 稳定性

中图分类号: TP13

文献标识码: A

Direct adaptive control of nonlinear systems based on multiple Takagi-Sugeno model

SUN Wei¹, WANG Wei²

(1. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China;

2. Research Center of Information and Control, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: Multiple fixed Takagi-Sugeno model based fuzzy controllers (TSFC) which have different domain are used to describe the unknown input for the certain typical high order nonlinear system. An adaptive algorithm based on the Lyapunov theory is designed to tune the weighted coefficients of the fixed TSFC to tracking the desired output. Compared with the conventional adaptive fuzzy controller using single TSFC, the multiple TSFC based adaptive fuzzy controller not only reduces the computation greatly, but also improves the describing ability of TSFC in the local area. The simulation illustrates the effectiveness of the proposed controller.

Key words: T-S model; Multiple model; Nonlinear system; Adaptive fuzzy control; Lyapunov stability

1 引 言

对于难以建立数学模型的强非线性系统以及输入和输出具有结构不确定性的系统, 采用模糊方法对系统进行控制具有很大的优越性^[1]。自适应模糊控制在理论研究和实际应用中都取得了显著成果。文献[2]对自适应模糊控制的设计和稳定性分析进行了详细论述; [3, 4]对模糊控制的本质进行了分析, 并提出一种可变论域的思想来提高模糊控制器

的局部逼近能力; [5]基于 Takagi-Sugeno 模型设计了一种在线调整控制器增益的直接型自适应模糊控制器; [6]对可重复轨迹跟踪问题, 提出了一种 PD 型模糊学习控制器, 保证了系统的稳定性。但研究中尚存在下列问题: 1) 若使模糊控制达到较精确的控制效果, 则需要相当多的模糊规则来逼近系统的非线性特性, 而实际中, 专家经验少, 使传统概念上的模糊控制只适用于粗糙控制; 2) 自适应模糊控制算

收稿日期: 2001-11-15; 修回日期: 2002-03-04。

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(69825106); 教育部高等学校骨干教师资助计划项目。

作者简介: 孙维(1975—), 女, 山东海阳人, 博士, 从事多模型自适应控制、计算机集成制造系统的研究; 王伟(1955—),

© 1994-2011, CNKI 网络出版, 所有权利 reserved. <http://www.cnki.net>

法复杂,在线计算量大,响应速度慢,当系统参数变化或存在外部扰动时,这种缺点更为明显。

针对上述问题,本文为被控对象建立了多个论域和规则都不同的基于 T-S 模型的固定模糊控制器(TSFC),用其加权组合的结果来控制系统的行为。这样,多个模糊模型之间可以相互取长补短,在任一局部上能更有效地控制系统的非线性,把输出误差控制在零点附近。本文基于 Lyapunov 的综合方法设计了一种自适应算法以确定每个 TSFC 的权值,形成了被控对象的直接自适应模糊控制器。该算法在线调整的参数数量就是所采用的 TSFC 的个数,与单一 TSFC 的自适应模糊控制算法相比,在不失控制精度的前提下,大大减少了在线计算量,加快了响应速度。仿真实验结果表明,所提出的算法有效地改善了系统的控制性能。

2 问题描述

考虑如下 n 阶非线性系统

$$\dot{x}^{(n)} = f(X) + g(X)u \quad (1)$$

$$y = x_1 \quad (2)$$

式中: $f(\bullet)$ 和 $g(\bullet)$ 是未知的连续函数,且 $g(X) > 0$; $u \in R$ 和 $y \in R$ 分别为系统的输入和输出; $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in R^n$ 为系统的状态向量且假设可通过量测得到。本文的控制任务是使输出 y 跟踪一个给定的有界参考信号 y_d 。

设 $e = y_d - y = y_d - x_1$, 根据式(1)和(2),可得到最优控制律^[7]为

$$u^* = \frac{1}{g(X)} [-f(X) + \dot{y}_d^{(n)} + k^T e] \quad (3)$$

其中: $e = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T$ 为误差向量, $k = [k_1, k_2, \dots, k_n]^T \in R^n$ 使得多项式 $r(s) = s^n + k_n s^{(n-1)} + \dots + k_1$ 的所有根位于左半开平面上。将式(3)代入(1),可知

$$e^{(n)} + k_n e^{(n-1)} + \dots + k_1 e = 0 \quad (4)$$

当 $f(\bullet)$ 和 $g(\bullet)$ 未知时,本文用多个 TSFC 的加权组合来逼近如式(3)所示的最优控制律。

3 多 TSFC 的建立

设系统误差的范围为 $E = [E_{\min}, E_{\max}]$, TSFC 的第 j_1, j_2, \dots, j_n 条模糊语言规则为

If e_1 is A_{1,j_1} and e_2 is A_{2,j_2} and ... and e_n is A_{n,j_n}

$$\text{Then } w_f(e) = c_{1,(j_1, \dots, j_n)} e_1 + c_{2,(j_1, \dots, j_n)} e_2 + \dots + c_{n,(j_1, \dots, j_n)} e_n \quad (5)$$

其中: $A_{m,j_m} (m = \{1, \dots, n\}, j_m = \{1, \dots, s_m\})$ 为模糊集合, $c_{i,(j_1, \dots, j_n)} (i = \{1, \dots, n\})$ 为控制器参数。系统共有 $\prod_{m=1}^n s_m$ 条规则。传统的模糊自适应控制^[7]算法,模糊规则前件部分的模糊集合 A_{m,j_m} 隶属度函数的参数和控制器参数 $c_{i,(j_1, \dots, j_n)}$ 在自适应调节过程中是改变的,因而算法需要调整的参数众多,计算量大,系统的响应速度缓慢。

由于模糊逻辑系统论域的伸缩可以在局部上更有效地逼近被控系统的未知特性^[3],本文采用 N 个论域不同的固定 TSFC 的加权组合形成系统总体的控制量,同时设计自适应算法在线改变多个 TSFC 的权值,从而解决模糊系统局部控制精度的问题,将系统的跟踪误差控制在零点附近。具体做法是:为每一个 FIS 的所有模糊规则的前件部分定义一个论域伸缩因子向量 $\alpha(e) = [\alpha_1(e), \alpha_2(e), \dots, \alpha_n(e)]$, $\alpha_t(e) \in [0, 1], t = 1, 2, \dots, N$, 同时定义后件部分的伸缩因子 $\beta(e) \in [0, 1], t = 1, 2, \dots, N$, 使第 t 个 TSFC 的模糊语言规则变为

If e_1 is $\alpha(e)A_{1,j_1}$ and e_2 is $\alpha(e)A_{2,j_2}$
and...and e_n is $\alpha(e)A_{n,j_n}$

$$\text{Then } w_f^t(e) = \beta_t(e) (c_{1,(j_1, \dots, j_n)} e_1 + c_{2,(j_1, \dots, j_n)} e_2 + \dots + c_{n,(j_1, \dots, j_n)} e_n) \quad (6)$$

则第 t 个 TSFC 的论域伸缩后,误差 e_i 隶属度函数如图 1 所示。

本文中 N 个 TSFC 的模糊划分和其隶属度函

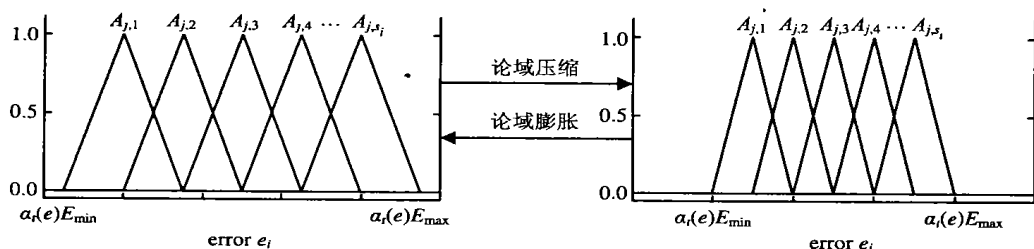


图 1 论域的压缩与膨胀及其模糊划分

数在整个控制过程中都是固定不变的。设 $w_f(e) = [w_f^1(e), w_f^2(e), \dots, w_f^N(e)]^T$ 为 N 个 TSFC 的输出组成的向量, $w_u = [w_u^1, w_u^2, \dots, w_u^N]^T$ 是其对应的可自适应调节的权值向量, 则整个系统的控制量为

$$\begin{aligned} \bar{u}(e, w_u) &= \\ w_{u1}^1 w_f^1(e) &+ w_{u2}^2 w_f^2(e) + \dots + w_{uN}^N w_f^N(e) = \\ w_u^T w_f(e) & \end{aligned} \quad (7)$$

4 直接自适应模糊控制器的实现

将式(7)代入(1), 并通过式(3) 可得误差方程

$$\dot{e}^{(n)} = -k^T e + g(X)(u^* - \bar{u}(e, w_u)) \quad (8)$$

设

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & & \dots & -k_{n-1} & -k_n & \end{bmatrix}$$

$$b_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ g(X) \end{bmatrix}$$

(9)

则式(8) 等价于

$$\dot{e} = \Lambda e + b_g [u^* - \bar{u}(e, w_u)] \quad (10)$$

定义 w_u^* 为 w_u 最优的权值系数向量, v 为最小近似误差, 有

$$w_u^* = \arg \min_{w_u \in R^N} [\sup_e |\bar{u}(e, w_u) - u^*|] \quad (11)$$

$$v = w_u^{*T} w_f(e) - u^* \quad (12)$$

由式(7) 可知

$$\bar{u}(e, w_u^*) - \bar{u}(e, w_u) = w_u^{*T} w_f(e) - w_u^T w_f(e) \quad (13)$$

则式(10) 可写为

$$\begin{cases} \dot{e} = \Lambda e + b_g (w_u^{*T} - w_u^T) w_f(e) - b_g v \\ \eta_u = w_u^* - w_u \end{cases} \quad (14)$$

设 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{g(X)}{2\xi} \eta_u^T \eta_u \quad (15)$$

式中: ξ 为正的常数, P 为 n 阶正定对称方阵, 满足

$$\Lambda^T P + P \Lambda = -Q \quad (16)$$

确定的 Lyapunov 方程, 其中 Q 为 n 阶的正定矩阵。将式(15) 代入 V 沿时间轴的导数中, 经整理后

$$\frac{g(X)}{\xi} \eta_u^T [\dot{\eta}_u + \xi e^T P b_u w_f(e)] \quad (17)$$

式中 $b_c = [0, 0, \dots, 1]^T$ 。由于 $\dot{\eta}_u = -\dot{w}_u$, 若选择加权向量的自适应律为

$$\dot{w}_u = \xi e^T P b_u w_f(e) \quad (18)$$

则式(17) 可简化为

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e - e^T P b_g v \quad (19)$$

本文增加了固定 TSFC 的数量 N , 本质上是增加了逼近系统最优控制率的模糊基函数的个数, 对单一 TSFC 而言, 等价于增加了模糊规则的数量。根据模糊逻辑系统的万能逼近定理, 只要模糊逻辑系统的规则足够复杂, 就可以使逼近误差 v 的值很小, 使 $\dot{V} < 0$ 成立, 即自适应控制律(18) 具有 Lyapunov 意义上的稳定性。

5 仿真实验

将本文提出的基于多个固定 T-S 模型的直接自适应模糊控制器用于对车杆系统的控制中, 研究它在跟踪期望轨迹过程中的控制效果。设重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, 车的质量为 $m_c = 1 \text{ kg}$, 杆的质量为 $m = 0.1 \text{ kg}$, $l = 0.5 \text{ m}$ 为 $1/2$ 的杆长。车杆系统(倒摆系统) 的动态方程^[7] 为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{g \sin x_1 - \frac{mlx_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_c + m}}{l(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m})} + \frac{\frac{\cos x_1}{m_c + m} u}{l(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m})} \\ y = x_1 \end{cases} \quad (20)$$

其中: 状态 x_1 为杆与垂直方向的夹角, 状态 x_2 为杆的角加速度, 控制量 u 为施加给小车的外作用力。

设误差向量的系数 $k_1 = 1, k_2 = 2$, 选择二阶正定矩阵 $Q = \text{diag}(10, 10)$, 则根据式(16) 可得

$$P = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

设系统误差的初始论域为 $[E_{\min}, E_{\max}] = [-1, 1]$, 初始 TSFC 的模糊语言规则为

If e_1 is A_{1j_1} and e_2 is A_{2j_2}

Then $w_f(e) = e_1 + 2e_2, \quad j_1, j_2 \in \{1, 2\}$

其模糊规则前件部分的隶属度函数如图 2 所示。本文采用 $N = 3$ 个不同的 TSFC, 模糊规则前件部分伸缩因子 $\alpha(X) = [1, 2/3, 1/3]$, 后件部分的伸缩因

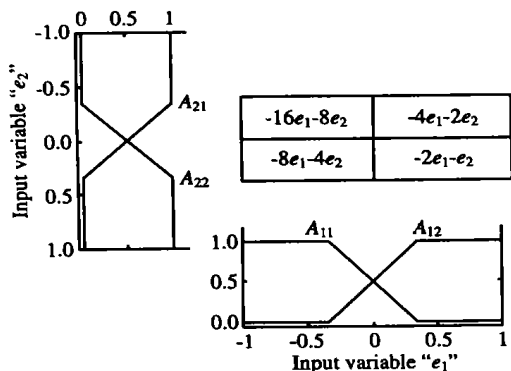


图 2 初始 TSFC 的模糊语言规则

子 $\beta(X) = [1, 1/2, 1/4]$ 。

5.1 期望轨迹 $y_d(t) = 0$ 时的仿真实验

令初始的权值向量为 $w_{i0} = [1/5, 1/5, 1/5]$, 自适应律参数 $\xi = 100$ 。当初始条件为 $X(0) = (\pi/18, 0)^T, (\pi/9, 0)^T, (\pi/3, 0)^T$ 时, 运用本文提出的控制算法对上述 3 个 TSFC 进行加权组合, 仿真结果如图 3 所示, 实线为本文算法, 虚线为文献[5] 算法。从仿真结果可以看出, 本文提出的自适应模糊控制器与传统的模糊自适应控制器相比, 在控制精度和稳定性都得到有效保证的前提下, 加快了收敛速度。

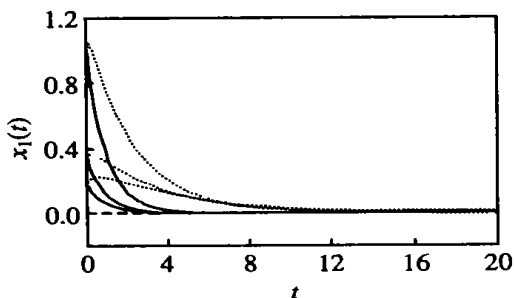


图 3 不同初始条件下系统的输出曲线

5.2 系统参数发生变化时的仿真实验

车的质量 m_c 和杆的长度 l 发生变化时, 应用本文提出的自适应模糊控制器在初始条件为 $X(0) = (\pi/9, 0)^T$ 时, 系统输出与其期望轨迹 $y_d(t) = \sin(t)$

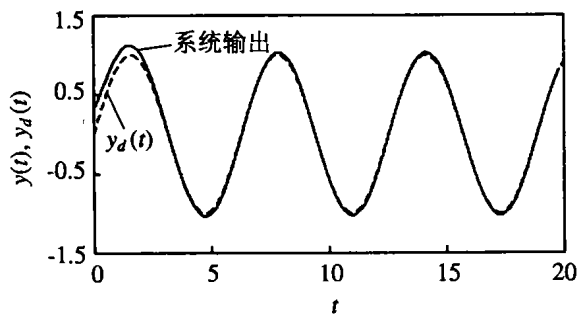


图 4 车的质量和杆的长度发生变化时的仿真结果

的曲线如图 4 所示。仿真实验中, $m_c = 1 + 0.5\text{rand}$, $l = 0.5 + 0.3\sin(t)$ 。从仿真结果可以看出, 本文提出的自适应模糊控制器具有较强的鲁棒性和控制时变参数的能力。

6 结 论

针对高阶非线性系统, 本文基于多个论域不同的固定 TSFC 的加权组合, 设计了一种新的模糊自适应控制器, 不仅克服了传统模糊自适应控制器需要调整的参数众多, 算法复杂的缺点, 而且保留了模糊控制无需建模以及善于利用语言模糊信息的优点, 同时保证了控制器在 Lyapunov 意义上的稳定性。将该控制算法应用于车杆系统的仿真实验结果表明了这种自适应算法不仅使被控系统的控制品质得到了有效改善, 而且增强了控制器的鲁棒性和抗干扰能力。

参考文献 (References):

[1] 王立新. 模糊系统: 挑战与机遇并存——十年研究之感悟[J]. 自动化学报, 2001, 27(4): 585-590.
(Wang L X. Fuzzy system: Challenges and chance——My experiences and perspective[J]. *Acta Automatic Sinica*, 2001, 27(4): 585-590.)

[2] 王立新. 自适应模糊系统与控制——设计与稳定性分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995.

[3] 李洪兴. 模糊控制的插值机理[J]. 中国科学(E 辑), 1998, 28(3): 259-267.
(Li H X. The interpolation principle of fuzzy control[J]. *Chinese Science (E)*, 1998, 28(3): 259-267.)

[4] 李洪兴. Fuzzy 控制的本质与一类高精度 Fuzzy 控制器的设计[J]. 控制理论与应用, 1997, 14(6): 868-872.
(Li H X. The essence of fuzzy control and a fuzzy controller design with high precision[J]. *Control Theory and Application*, 1997, 14(6): 868-872.)

[5] Chen J Y, Wong C C. Implementation of the Takagi-Sugeno model-based fuzzy control using an adaptive gain controller[J]. *IEE Proc Control Theory Application*, 2000, 147(5): 509-514.

[6] 许建新, 徐静, 曹文军. PD 型模糊学习控制极其在可重复轨迹跟踪问题中的应用[J]. 自动化学报, 2001, 27(4): 434-446.
(Xu J X, Xu J, Cao W J. A PD type fuzzy logic learning control approach for repeatable tracking control tasks[J]. *Acta Automatic Sinica*, 2001, 27(4): 434-446.)

[7] Wang L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1993, 1(2): 146-155.