

文章编号: 1001-0920(2003)02-0194-05

状态反馈预测控制干扰解耦的研究

胡品慧, 袁 璞

(石油大学 自动化研究所, 北京 102200)

摘 要: 讨论状态反馈预测控制系统设计中的干扰解耦设计问题, 给出了状态反馈预测控制系统干扰可解耦设计的充分必要条件。基于状态空间模型, 给出了状态反馈预测控制系统设计参数——预测时域按干扰解耦设计的选取方法。它可改善控制系统的性能, 提高控制系统的抗干扰能力。仿真结果表明了状态反馈预测控制系统干扰解耦设计的有效性。

关键词: 预测控制; 干扰解耦; 系统设计; 状态反馈; 状态空间模型

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

Study on disturbance decoupling of state feedback model predictive control

HU Pin-hui, YUAN Pu

(Research Institute of Automation, University of Petroleum, Beijing 102200, China)

Abstract: For the state feedback model predictive control system design, the disturbance decoupling problem is studied. For the undetectable or immeasurable disturbance, necessary and sufficient conditions are given for the disturbance decoupling problem design of the state feedback model predictive control systems. The design procedure is given step by step for choosing the design parameter to improve both the control performance and the disturbance rejection ability. Simulation result shows the disturbance decoupling problem design is effective for the state feedback model predictive control system design.

Key words: Predictive control; Disturbance decoupling problem; System design; State variable feedback control; State space model

1 引 言

在多变量控制系统中, 有关给定值解耦设计方法的研究一直受到人们的关注。一般有反馈形式解耦设计和前置补偿器形式解耦设计等^[1~3]。文献[4]对MAC^[5], DMC^[6]和GPC^[7]算法, 给出了内模控制(MC)^[8]结构的统一形式。干扰给控制系统带来不利的影响, 但它又时时存在。干扰有时可以测量得到, 但在多数情况下是不可测量的。因此, 在控制系统设计过程中, 考虑抑制干扰问题便显得十分重

要^[9~11]。对于可测干扰可按前馈解耦设计方法, 有效地抑制干扰的不利影响; 对于不可测干扰可使用状态观测器方法, 对干扰进行观测^[12, 13]设计。对不可测干扰实现干扰解耦控制, 无论在理论上还是在实际工程应用中都具有重要的意义。

本文针对状态反馈预测控制系统, 对于干扰解耦问题(DDP)进行讨论, 给出了干扰可解耦设计的充分必要条件及预测控制系统预测时域的选取方法。仿真实例表明了系统设计的有效性。

收稿日期: 2001-10-29; 修回日期: 2002-01-30。

基金项目: 国家 863 计划基金资助项目(2001AA 413120, 2001AA 411210)。

作者简介: 胡品慧(1959—), 男, 天津人, 副教授, 博士, 从事预测控制、先进过程控制等研究; 袁璞(1934—), 男, 北京人, 教授, 博士生导师, 从事先进过程控制、建模与优化等研究。

2 主要结果

假设被控过程可由状态空间描述为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Fv(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in R^n, y \in R^r, u \in R^r, v \in R^q$ 是系统的不可测干扰; $F \in R^{n \times q}$ 及 A, B, C 具有相应的维数。不失一般性, 假设矩阵 B 和 F 是列满秩的, 即有 $\text{rank } B = r, \text{rank } F = q$; 矩阵 C 是行满秩的, 即有 $\text{rank } C = r$, 并可表为 $C = [c_1^T \ c_2^T \ \dots \ c_r^T]^T$ 。

使用模型预测被控变量 $y(k)$ 的未来值, 对第 j 个输出在未来 p_j 采样时刻的预测值进行预测, 即

$$\hat{y}_j(k+p_j) = c_j A^{p_j} x(k) + \sum_{i=1}^{p_j} c_j A^{i-1} B u(k+p_j-i) \quad (2)$$

$j = 1, 2, \dots, r$

其中: $r = \text{rank } C$ 是系统输出维数, p_j 是对第 j 个输出 $y_j(k)$ 选取的预测时域。

使用当前输出实测值 y 和当前输出预测值 \hat{y} 的偏差, 对未来 p_j 时刻的预测输出进行反馈修正, 即

$$\hat{y}_{cj}(k+p_j) = \hat{y}_j(k+p_j) + y_j(k) - \hat{y}_j(k) \quad (3)$$

其中

$$\hat{y}_j(k) = c_j A^{p_j} x(k-p_j) + \sum_{i=1}^{p_j} c_j A^{i-1} B u(k-i) \quad (4)$$

是当前输出的预测值。

应用状态反馈单值预测控制算法^[14~16], 控制时域 $L = 1$, 即只在 k 时刻改变控制作用的大小, 在其以后时刻控制作用维持不变, 亦即 $u(k+i) = u(k), i > 0$, 使反馈修正后的输出预测值等于输出给定值。由式(3)和(4)得

$$\hat{y}^s_j(k+p_j) = \hat{y}_{cj}(k+p_j) + c_j A^{p_j} x(k) + y_j(k) - \hat{y}_j(k) + s_j(p_j) u(k) \quad (5)$$

假设多变量系统输入维数与输出维数相等, 由此得到多变量预测控制系统的最优控制律

$$u(k) = S^{-1}(P) [Y^s(k) - \hat{y}(k) - Kx(k) + \hat{y}(k)] \quad (6)$$

其中: $Y^s(k)$ 是输出给定值, $\hat{y}(k)$ 是当前输出的预测值, 而

$$K = CA^P = \begin{bmatrix} c_1 A^{p_1} \\ c_2 A^{p_2} \\ \vdots \\ c_r A^{p_r} \end{bmatrix}$$

$$Y^s(k) = \begin{bmatrix} y^{s_1}(k) \\ y^{s_2}(k) \\ \vdots \\ y^{s_r}(k) \end{bmatrix}$$

$$S(P) = \begin{bmatrix} c_1 A^{p_1-1} B \\ \vdots \\ c_r A^{p_r-1} B \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s_1(p_1) \\ s_2(p_2) \\ \vdots \\ s_r(p_r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 & & & \\ & c_1 A^{p_1-1} B & & \\ & & p_2 & \\ & & & c_2 A^{p_2-1} B \\ & & & & \vdots \\ & & & & & p_r \\ & & & & & & c_r A^{p_r-1} B \end{bmatrix}$$

这里 $P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_r]^T$ 是选定的预测时域。由式(6)知, 选取预测时域的必要条件是使矩阵 $S(P)$ 的逆存在。

定理 1 状态反馈预测控制系统可实现干扰解耦的必要条件为:

- 1) $\text{rank } C < n$ 或 $\ker C = 0$;
- 2) $q = n - \text{rank } C$ 或 $\text{rank } F = n - r_0$ 。

证明 因为假设 F 是列满秩的, 所以只有 $\text{rank } C < n, C$ 存在核空间, $CF = 0$ 才有可能成立。它是从干扰 $v(k)$ 到输出 $y(k)$ 传递函数为 0 的必要条件。

定理 1 说明: 1) 矩阵 C 存在核空间; 2) 独立干扰的个数应小于或等于系统的维数减去输出的维数。

定理 2 对状态反馈预测控制系统, 如果选取预测时域 $P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_r]^T, r = \text{rank } C$, 预测控制系统稳定, 并且满足下列条件:

- 1) $F \in \ker C$;
- 2) $A^i_c F \in \ker C_0$ 。

其中: $A_c = A - BS^{-1}(P)K; i = 1, 2, \dots, n-1, n$ 是系统的维数。则状态反馈预测控制系统是干扰解耦的。

证明 从干扰 $v(k)$ 到输出 $y(k)$ 的传递函数为

$$G_{yv}(z) = C(zI - A_c)^{-1}F = C \frac{R(z)}{\alpha(z)} F \quad (7)$$

其中

$$\alpha(z) = \det(zI - A_c) = z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} z + \alpha_n \quad (8)$$

$$R(z) = \text{adj}(zI - A_c) = R_1 z^{n-1} + \dots + R_{n-1} z + R_n \quad (9)$$

这里

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = I \\ R_2 = R_1 A_c + \alpha_1 I = A_c + \alpha_1 I \\ \vdots \\ R_n = R_{n-1} A_c + \alpha_{n-1} I = \\ A_c^{n-1} + \alpha_1 A_c^{n-2} + \dots + \alpha_{n-1} I \\ R_n A_c + \alpha_n I = 0 \\ \alpha_i = -\text{tr}(R_i A_c) \\ \alpha_n = -\frac{1}{2} \text{tr}(R_n A_c) \\ \vdots \\ \alpha_n = -\frac{1}{n} \text{tr}(R_n A_c) \end{array} \right. \quad (10)$$

根据定理条件, $CA^i F = 0$ 则有 $CR_i F = 0, i = 1, 2, \dots, n$, 恒有 $CR(z)F = 0$ 成立。所以从干扰 $v(k)$ 到输出 $y(k)$ 的传递函数为 0。

定理 3 对于状态反馈预测控制系统, 如果满足下列条件:

- 1) $\text{rank } C < n$;
- 2) $F \in \text{ker } C$;
- 3) $A^i F \in \text{ker } C, i = 1, 2, \dots, N$ 。

并按下列步骤选取预测时域 $P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_r]^T$:

- 1) 当 $N < n$ 时, 选取 $p_i = N$;
- 2) 当 $N = n$ 时, 选取 $p_i > N$ 或 $p_i = N$ 。

其中: $i = 1, 2, \dots, r, r = \text{rank } C$ 。如果状态反馈预测控制系统是稳定的, 则预测控制系统是干扰解耦的。

证明

$$\begin{aligned} CA_c F &= C(A - BS^{-1}(P)K)F = \\ &CA_c F - CBS^{-1}(P)KF = \\ &0 - CBS^{-1}(P)KF \end{aligned} \quad (11)$$

$$KF = \begin{bmatrix} c_1 A^{p_1} \\ c_2 A^{p_2} \\ \vdots \\ c_r A^{p_r} \end{bmatrix} F = \begin{bmatrix} c_1 A^{p_1} F \\ c_2 A^{p_2} F \\ \vdots \\ c_r A^{p_r} F \end{bmatrix} = 0 \quad (12)$$

根据定理 2 的证明, 恒有 $CR(z)F = 0$, 所以从干扰 $v(k)$ 到输出 $y(k)$ 的传递函数为 0。

推论 1 对状态反馈预测控制系统, 当选取预测时域 $p = 1$ 时, 如果预测控制系统是稳定的, 则预测控制系统是干扰解耦的。

由定理 3 的证明即可证得。

推论 2 对状态反馈预测控制系统, 如果 $F = [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_q], i = 1, 2, \dots, q, \text{rank } F = q$, 满足

定理 2 或定理 3 的条件, 则预测控制系统对干扰 v_i 是解耦的。

以上定理给出了选取预测时域的方法, 为状态反馈预测控制系统的分析和设计提供了理论依据。定理 2 的方法是先选取相应的预测时域, 再根据状态反馈预测控制闭环系统矩阵 A_c 检查可解耦条件是否满足; 定理 3 的方法是先根据被控过程开环系统矩阵 A 检查可解耦条件是否满足, 再选取相应的预测时域。

定理 4 系统(1) 经非奇异 T 变换, 可变为如下形式

$$\begin{aligned} x_T(k+1) &= \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & 0 \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} x_T(k) + \\ &\begin{bmatrix} \bar{B}_{11} \\ \bar{B}_{21} \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ I_q \end{bmatrix} v(k) \\ y(k) &= [I_r \ 0] x(k) \end{aligned}$$

如果 \bar{A}_{22} 是稳定的, 则状态反馈预测控制系统可实现干扰解耦设计。

证明 由于 \bar{A}_{22} 是不可观测的, 如果状态反馈预测控制系统是稳定的, 则其充分必要条件是 \bar{A}_{22} 稳定且 $(\bar{A}_{11}, \bar{B}_{11}, I_r)$ 可控可观。

3 实例仿真

考虑如下被控过程

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7 \end{bmatrix} x(k) + \\ &\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} v(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} x(k) \end{aligned}$$

可以看出 $CF = 0$, 但 $CA^i F \neq 0$ 。被控过程的阶跃响应如图 1 和图 2 所示。阶跃响应曲线表明被控过程具有一定的耦合。

做如下非奇异变换

$$T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

则有

$$\begin{aligned} x_T(k+1) &= \\ &\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -0.5 & 1 & -0.3 \\ 0 & 0 & 0.7 \end{bmatrix} x_T(k) + \end{aligned}$$

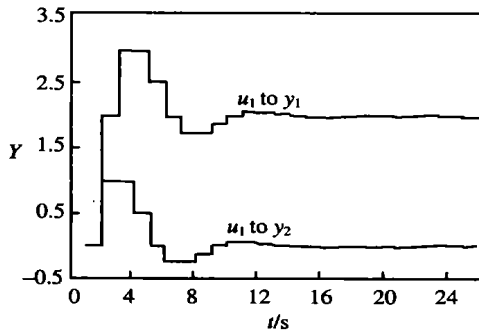


图 1 被控过程的单位阶跃响应(u_1 对 y)

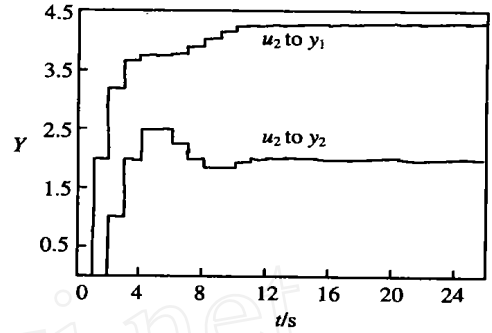


图 2 被控过程的单位阶跃响应(u_2 对 y)

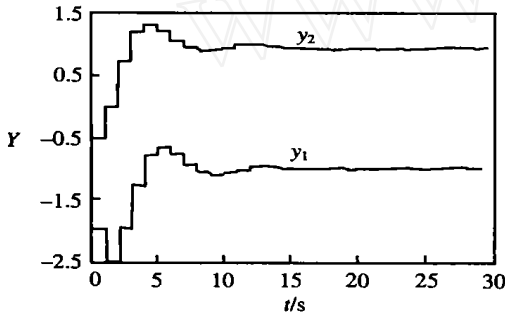


图 3 具有干扰解耦设计的系统($u_1 = -1, u_2 = 1, v = 1$)

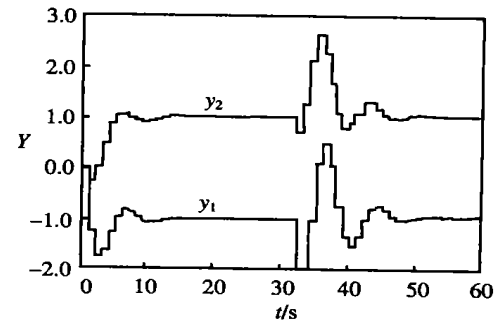


图 4 非干扰解耦设计的系统($u_1 = -1, u_2 = 1, v = 1$)

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x_T(k)$$

设计状态反馈矩阵

$$K_T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.5667 \\ 0 & 0 & 0.1333 \end{bmatrix}$$

$$K = K_T T^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.5667 \\ 0 & 0 & 0.1333 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = A_T - B_T K_T = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & 0 \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0.5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5667 \end{bmatrix}$$

这里 $\bar{A}_{22} = 0.5667$ 是稳定的, 因此对被控过程 ($A - BK, B, C, F$), 可设计状态反馈预测控制系统实现干扰解耦控制, 这里选取预测时域为 $p_1 = 6, p_2 = 9$, 仿真结果如图 3 和图 4 所示。

4 结 论

本文讨论在状态反馈预测控制系统中, 对不可测干扰解耦设计问题, 给出了干扰可解耦设计的充分必要条件, 基于状态空间数学模型, 给出了控制系统设计参数——预测时域按干扰解耦设计的选取方

法, 为状态反馈预测控制系统的分析、设计及实际应用提供了理论依据, 实例仿真结果表明, 状态反馈预测控制系统干扰解耦设计方法是有效的。

参考文献(References):

- [1] 金以慧. 过程控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 1993
- [2] 蒋慰孙, 叶银忠. 多变量控制系统分析与设计[M]. 北京: 中国石化出版社, 1997.
- [3] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990
- [4] 舒迪前. 预测控制系统及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 1998
- [5] Culter C R, Ramaker B L. Dynamic matrix control — A computer control algorithm [A]. *Joint Autom Contr Conf* [C]. San Francisco, 1980 5-13
- [6] Clarke D W, Mohtadi C. Generalized predictive control [J]. *Automatica*, 1987, 23(2): 137-148
- [7] Clarke D W, Mohtadi C. Properties of generalized predictive control [J]. *Automatica*, 1989, 25(6): 859-875
- [8] Garcia C E, Morari M. Internal model control — 1: A unifying review and some new results [J]. *Ind Eng Chem Pro Des Dev*, 1982, 21(2): 308-323
- [9] Dion J M, Commault C. Feedback decoupling of structured systems [J]. *IEEE Trans Autom Contr*, 1993, 38(7): 1132-1135
- [10] Castro Rafael. Nonlinear disturbance decoupling control of a binary distillation column [J]. *Automatica*,

- 1990, 26(3): 567-572
- [11] Symos V assilis L. Disturbance decoupling using constrained sylvester equations[J]. *IEEE Trans Automat Contr*, 1994, 39(4): 797-803
- [12] Hou M, Muller P C. Disturbance decoupled observer design: A unified viewpoint[J]. *IEEE Trans Automat Contr*, 1994, 39(6): 1338-1341
- [13] 胡品慧, 袁璞. 有不可测输入时的变结构观测器[A]. 1997 中国控制与决策学术年会论文集[C]. 沈阳: 东北大学出版社, 1997. 274-276
- [14] 袁璞, 左信, 郑海涛. 状态反馈预估控制[J]. *自动化学报*, 1993, 19(5): 569-577.
- (Yuan P, Zuo X, Zheng H T. State feedback predictive control[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1993, 19(5): 569-577.)
- [15] Hu P H, Zuo X, Yuan P. Properties of state feedback model predictive control systems[A]. *3rd World Cong Intell Contr Automat* [C]. Hefei, 2000. 4: 2774-2778
- [16] 胡品慧, 袁璞. 状态反馈预测控制系统的鲁棒稳定性[J]. *控制与决策*, 2001, 16(1): 126-128
- (Hu P H, Yuan P. Robustness of state feedback predictive control systems[J]. *Control and Decision*, 2001, 16(1): 126-128.)

(上接第 193 页)

参考文献(References):

- [1] Yuan L, Achenie L E K, Jiang W. Robust H_∞ control for linear discrete-time systems with norm-bounded time-varying uncertainty[J]. *Systems & Control Letters*, 1996, 27(4): 190-208
- [2] Schapiro N S, Palmor Z J. Output stabilizing robust control for discrete uncertain systems[J]. *Automatica*, 1998, 34(6): 731-739
- [3] Gemain G, Jacques B, Denis A. Robust stabilization of discrete-time linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty [J]. *Systems & Control Letters*, 1994, 22(5): 327-339
- [4] Carlos E S, Minyue F, Xie Lihua. H_∞ analysis and synthesis of discrete-time systems with time-varying uncertainty [J]. *IEEE Transactions on AC*, 1993, 38(3): 459-462
- [5] Fikret C, Mohamed A Z. Design of robust discrete control with desirable quadratic stability [J]. *ISA Trans*, 2000, 39(4): 401-406
- [6] Song S H, Kim J K. H_∞ control of discrete-time linear systems with norm-bounded uncertainties and time-delays in state [J]. *Automatica*, 1998, 34(1): 137-139
- [7] Xu Shengyuan, James Lam, Yang Chengwu. Quadratic stability and stabilization of uncertain linear discrete-time systems with state delay [J]. *Systems & Control Letters*, 2001, 43(2): 77-84
- [8] Magdi S M. Robust H_∞ control of discrete systems with uncertain parameters and unknown delays [J]. *Automatica*, 2000, 36(4): 627-635
- [9] Guan X, Lin Z, Duan G. Robust guaranteed cost control for discrete-time uncertain systems with delay [J]. *IEE Proc- Control Theory Applications*, 1999, 146(6): 598-602
- [10] Peng Shi. H_∞ control of discrete-time linear uncertain systems with delayed-state [A]. *Proc of the 37th IEEE Conf on Decision & Control* [C]. Tampa, 1998. 4551-4552
- [11] Xie Lihua. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty [J]. *Int J Control*, 1996, 63(4): 741-750
- [12] Verriest E I, Ivanov A F. Robust stability for delay-difference equations [A]. *Proc of the 34th Conf on Decision & Control* [C]. New Orleans, 1995. 386-391.
- [13] Halevi Yoram, Ray A. Integrated communication and control systems: Part I—Analysis [J]. *J of Dynamic Systems Measurement and Control*, 1988, 110(4): 367-373
- [14] Ray A, Halevi Yoram. Integrated communication and control systems: Part II—Design considerations [J]. *J of Dynamic Systems Measurement and Control*, 1988, 110(4): 374-381