

文章编号: 1001-0920(2003)02-0199-04

冗余机器人系统的自运动控制

王连圭¹, 马保离²

(1. 中山学院 电子系, 广东 中山 528403; 2 北京航空航天大学 第七研究室, 北京 100083)

摘 要: 研究冗余机器人系统的自运动控制问题, 给出一种非连续切换控制算法。该算法可以在保持机器人手端任务向量不变的情况下, 使关节构形收敛到期望位置。与以往的算法相比, 所提出的算法可以跳出局部最小点, 并使关节收敛到期望构形。对三杆平面机器人系统进行的计算机仿真证实了算法的有效性。

关键词: 冗余机器人; 自运动控制; 非连续切换算法

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Self-motion control of redundant manipulators

WANG Lian-gui¹, MA Bao-li²

(1. Electronic Department, Zhongshan College, Zhongshan 528403, China; 2 Seventh Research Division, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Self-motion control problem of redundant manipulator is investigated. A discontinuous switching control scheme is proposed to stabilize all the joints to the desired positions while keeping the end-effector task variables unchanged. Compared with the past schemes, the proposed one can escape from local minimum points and guarantee the convergence of joint angles to desired configuration. Computer simulation on a three-link planar manipulator is given to show the verify of proposed scheme.

Key words: Redundant manipulators; Self-motion control; Discontinuous switching scheme

1 引 言

冗余机器人是指关节个数大于手端任务向量维数的机器人系统。对于给定的手端任务向量, 冗余机器人的关节构形存在无穷多种组合^[1]。使用冗余机器人可以在保证机器人完成给定手端任务的同时, 对系统的其他性能指标进行优化。有关这方面的研究已有很多^[2~5], 在此不再赘述。本文研究冗余机器人的自运动控制问题, 即在保持手端任务向量不变的情况下, 使机器人从一种关节构形改变为期望关节构型的控制问题。

对于具有 n 个关节的串联型机器人, 在执行具有 m 维的手端任务时, 其冗余度为 $d = n - m$ 。记 q

R^n 为关节角变量, $x = f(q)$ 为手端任务向量。对于给定的 x , 所有满足 $x = f(q)$ 的关节向量是一族 d 维的光滑子流形, 这些子流形又称为自运动子流形^[6]。它们可能是连通的, 也可能是彼此分离的。每个自运动子流形都可通过 d 个独立的坐标进行参数化。一般而言, 并不存在对所有工作空间都有效的参数化表示^[6]。对于全部由转动关节组成的冗余机器人系统, Burdick^[6] 证明了彼此分离的自运动子流形的个数不可能超过同样类型的非冗余机器人逆运动学解的个数。例如, 平面冗余机器人至多具有两个分离的自运动子流形。

假定冗余机器人的初始关节构形为 q_0 , 本文希

收稿日期: 2001-12-17; 修回日期: 2002-05-20。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60274005)。

作者简介: 王连圭(1953—), 男(土家族), 湖南永顺人, 副教授, 从事非线性控制系统镇定、 H_∞ 控制和鲁棒控制等研究; 马保离(1965—), 男, 河南新密人, 副教授, 博士, 从事机器人动力学与控制的研究。

望寻找起始于 q_0 的关节角轨迹 $q(t)$, 使 $q(t)$ 收敛到期望构形 q_r , 并在运动过程中始终满足手端约束条件 $f(q(t)) = f(q_0) = f(q_r), \forall t \geq 0$ 。显然, 为了保证解 $q(t)$ 的存在, q_0 和 q_r 必须处于同一个自运动子流形上。由于系统的动态非线性可以通过计算力矩法预先补偿, 因而不失一般性, 本文的讨论只在运动学范围内进行, 并以关节角速度作为控制输入变量。对于关节角加速度, 可利用文献[7]提供的方法得到等价的加速度算法。

考虑如下机器人运动学系统

$$\dot{q} = u, \quad x = f(q) \quad (1)$$

其中: q 和 \dot{q} 分别为关节角和关节角速度向量, $f(q)$ 为表示机器人正运动学关系的非线性函数。

式(1)是由积分器和非线性输出映射组成的系统。控制的目标是在保持输出函数 $x = f(q)$ 不变的条件下, 使状态变量 $q(t)$ 从初始状态 q_0 出发趋近于期望状态 q_r 。

在满足约束条件 $x(t) = f(q(t)) = f(q_0) = f(q_r) = \text{常数}$ (即 $\dot{x}(t) = 0$) 的条件下, 控制系统(1)进行自运动的最直接的方法是利用控制律

$$u = P(q)U \quad (2)$$

其中: $n \times n$ 矩阵 $P(q)$ 为雅可比阵 $J(q) = \partial f(q)/\partial q$ 的零空间正交投影算子, $P(q)$ 为对称幂等阵 (也是半正定的), 而且当 $J(q)$ 为行满秩时, $P(q)$ 的秩为 $d = n - m$ 。由于 $J(q)P(q) = 0$, 所以由式(2)确定的关节角速度 $\dot{q} = u = P(q)v$ 不产生任何手端速度。

实质上, 自运动控制可看作是利用控制输入 U 将系统

$$\dot{q} = P(q)U \quad (3)$$

镇定至期望构形 q_r 的控制问题。 U 可取为误差比例反馈形式^[8], 即

$$U = Ke \quad (4)$$

其中: $e = q_r - q$, K 为正定矩阵。

控制(4)仅能保证系统(3)在构形 q_r 处是简单稳定的^[9], 此时系统将收敛至 $Ke \in N(P)$, $N(P)$ 为 P 的零空间, 且 $\dot{q} = 0$ 。因此, 如果在自运动过程中 Ke 正交于 $N(P)$ 且 e 不为零, 则 $q(t)$ 将收敛至不同于 q_r 的常值。

由于控制(4)只能保证系统的简单稳定性, 为了使系统渐近稳定, 必须重新设计控制器, 使关节误差陷入投影矩阵 $P(q)$ 的零空间。这可通过动态状态反馈实现, 例如利用时变增益阵 $K(t)$ 来旋转关节误差向量, 使其跳出 $P(q)$ 的零空间。该方法的缺点是控制器的设计不存在一般性, 而且, 即使对简单

机器人系统, 时变反馈增益阵的选取也需要很高的技巧。为此, 文献[9]提出自运动镇定的降维自运动算法, 该方法的基本思想是首先确定一组 $n - m$ 维冗余关节向量, 然后设计控制器在保证满足手端约束的情况下, 将该组 $n - m$ 维冗余关节向量收敛至期望值, 而其他关节角收敛至相应的有限的几个位置之一。由于期望的关节角属于有限个位置, 因而相对于前一算法, 关节角收敛于期望位置的可能性较大。

由运动学关系得

$$\dot{x} = J\dot{q} \quad (5)$$

将 J 和 q 分解为 $J = [J_a, J_b]$, $q = [q_a^T, q_b^T]^T$, 其中 J_a 为方阵且假定非奇异, 则有

$$\dot{x} = J_a\dot{q}_a + J_b\dot{q}_b \quad (6)$$

因手端保持不动, 所以 $\dot{x} = 0$, 从式(6)可解出 \dot{q}_a 为

$$\dot{q}_a = -J_a^{-1}J_b\dot{q}_b \quad (7)$$

从而有

$$\dot{q} = [q_a^T, q_b^T]^T = H(q)\dot{q}_b \quad (8)$$

其中

$$H(q) = \begin{bmatrix} -J_a^{-1}J_b \\ I \end{bmatrix} \quad (9)$$

I 为 $(n - m) \times (n - m)$ 维单位阵。

取 $\dot{q}_b = K_b e_b$, K_b 为对称正定阵, $e_b = q_{b,r} - q_b$ 。只要 J_a 保持非奇, 上述算法便可保证 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_b = 0$, 相应的 q_a 也将收敛到有限个满足手端约束条件的可行解集合 $\{q_a: f(q_a, q_b, r) = f(q_0)\}$ 中的一个。

上述算法存在如下缺陷:

1) J_a 保持非奇意味着 $\det(J_a(q))$ 不变号, 若 $\det(J_a(q_0))\det(J_a(q_r)) < 0$, 则利用上述算法不可能使关节构形从 q_0 到达 q_r ;

2) 无法保证 q_a 恰好收敛到 $q_{a,r}$, 仅在一些特殊情况下 (如由两个移动关节和一个转动关节组成的平面机器人系统), 才可证明在一定的条件下, q_a 一定收敛到期望值 $q_{a,r}$ ^[9]。

2 非连续切换自运动控制算法

为克服上述降维自运动控制算法的缺陷, 下面给出一种改进的降维自运动控制算法。

算法的基本思想如下: 注意到在降维自运动算法中, 冗余关节 q_b 的选择并不是唯一的。对应每一种 q_b 的选择 $q_b^i (i = 1, 2, \dots, n_c; n_c = C_n^{n-m})$ 为从 n 个关节角中选出 $n - m$ 个冗余关节角的所有不同选法的个数, 都可得到一种自运动算法 $A_i, i = 1, 2, \dots, n_c$ 。

当使用某个算法 A_i 不能使关节角收敛到期望构形或 J_a 奇异时, 可切换到算法 $A_j, j \neq i$, 直至关节角收敛到期望构形。

本文提出的自运动控制算法如下:

1) 选择一组冗余关节角向量 q_i^1 , 应用相应的自运动算法 A_1 ;

2) 若 $q = q_r$, 则停止; 若 J_a^1 奇异, 或 $q_i^1 = q_{b,r}^1$ 但 $q_a^1 \neq q_{a,r}^1$, 则重新选择一组新的冗余关节角向量 q_i^2 , 并应用相应的自运动算法 A_2 ;

3) 重复 2), 直到 $q = q_r$ 。

目前尚无法严格证明上述算法的收敛性, 下面仅就算法的收敛性给出原理性说明。

应用算法 A_i 的必要前提是 $J_a^i(q)$ 非奇异, 因此应用算法 A_i 时, 初始和期望构形 q_0 和 q_r 相互可达的必要条件是 $\det(J_a^i(q_0))\det(J_a^i(q_r)) > 0$ 。如果 $\det(J_a^i(q_0))\det(J_a^i(q_r)) < 0$, 则应用算法 A_i 时, q_0 和 q_r 是相互不可达的。如果对所有算法 $A_i (i = 1, 2, \dots, n_c)$ 均有 $\det(J_a^i(q_0))\det(J_a^i(q_r)) < 0$, 则单独应用任何算法都不可能使关节角从 q_0 到达 q_r , 但可首先应用算法 A_i 将 q_0 调整到某个中间构形 q_m 。如果该中间构形对某个算法 $A_j (j \neq i)$ 满足可达的必要条件 $\det(J_a^j(q_m))\det(J_a^j(q_r)) > 0$, 则可在机器人到达中间构形 q_m 时切换到算法 A_j , 即可通过使用组合算法 $A_i \rightarrow A_j$ 使机器人从初始构形 q_0 经中间构形 q_m 到达期望构形 q_r 。

下面以单位杆组成的 3R 平面机器人为例具体说明上述算法。

当任务向量为手端位置时, 3R 平面机器人为一冗余机器人系统且其冗余度为 1。机器人的运动学方程可写为

$$\dot{x} = J \dot{q}$$

其中

$$J = [J_1, J_2, J_3] = \begin{bmatrix} -s_1 & -s_2 & -s_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

$$c_1 = \cos(q_1), \quad c_2 = \cos(q_2), \quad c_3 = \cos(q_3)$$

$$s_1 = \sin(q_1), \quad s_2 = \sin(q_2), \quad s_3 = \sin(q_3)$$

$q = [q_1, q_2, q_3]^T$ 为绝对关节角向量, $x = [x_1, x_2]^T$ 为手端位置向量。

分别选择 q_1, q_2 和 q_3 为冗余关节变量, 可得到如下 3 种降维自运动控制算法:

$$A_1 \quad \dot{q}_1 = k_1 e_1, \quad \dot{q}_{23} = -J_{23}^{-1} J_1 \dot{q}_1 \quad (10)$$

$$A_2 \quad \dot{q}_2 = k_2 e_2, \quad \dot{q}_{13} = -J_{13}^{-1} J_2 \dot{q}_2 \quad (11)$$

$$A_3 \quad \dot{q}_2 = k_3 e_3, \quad \dot{q}_{12} = -J_{12}^{-1} J_3 \dot{q}_3$$

式中

$$\begin{cases} q_{ij} = [q_i, q_j]^T, \\ J_{ij} = [J_i, J_j], \end{cases} \quad i = 1, 2; j = 2, 3$$

$$e_i = q_{i,r} - q_i, \quad i = 1, 2, 3$$

k_1, k_2 和 k_3 为正常数。

3 仿真结果

下面以单位杆 3R 平面机器人系统为例, 采用上述算法进行仿真。

机器人的初始和期望构形为 $q_0 = [0, \pi/4, \pi/2]^T, q_r = [\pi/2, \pi/4, 0]^T$ 。因 $ke (k$ 取为对角阵, 且其对角线元素相等, $e = q - q_r = (e_1, e_2, e_3)^T$) 正好位于 $P(q)$ 的零空间内, 所以无法应用基于正交投影的比例误差反馈法。对基于控制降维的自运动算法, 因 $q_{2,0} = q_{2,r}$, 所以 A_2 无意义。分别单独应用 A_1 和 A_3 进行仿真, 所得仿真结果如图 1 和图 2 所示, 显然均不能使 q 收敛至期望值 q_r 。

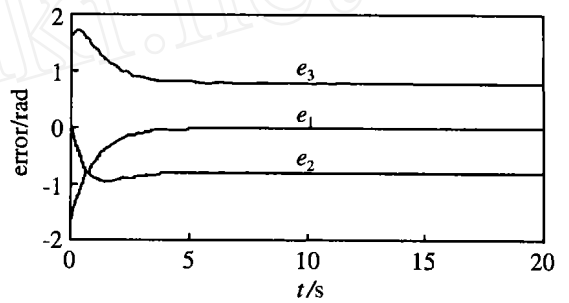


图 1 应用算法 A_1 时的关节角误差

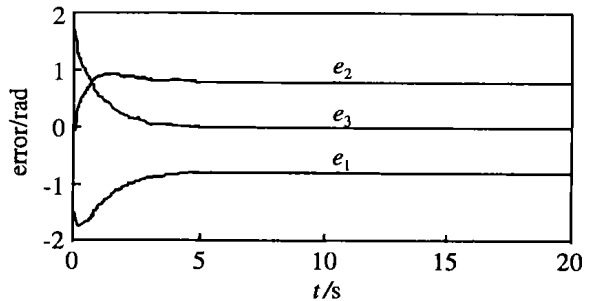


图 2 应用算法 A_3 时的关节角误差

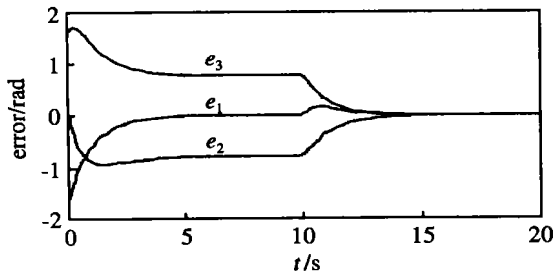
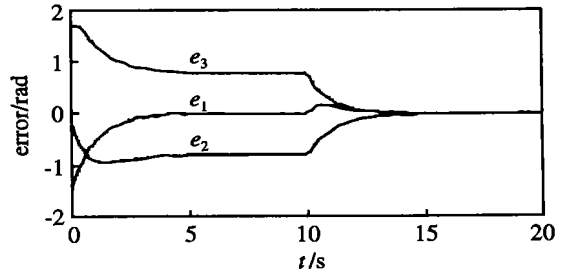
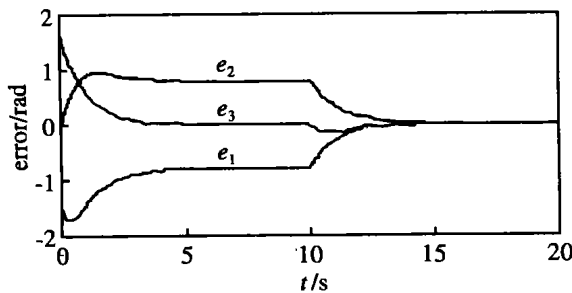
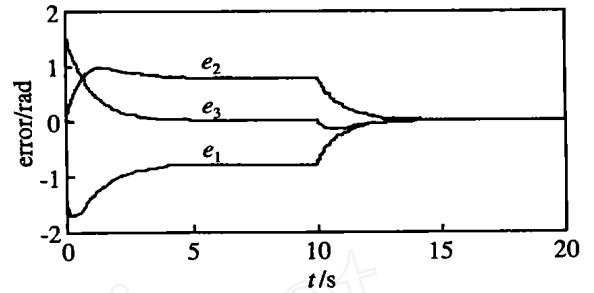
应用本文非连续切换控制算法, 并选择以下 4 种算法组合进行仿真, 所得结果如图 3 至图 6 所示。

算法组合 1 $A_1 \rightarrow A_2$, 即先利用 A_1 ; 然后 A_2 ;

算法组合 2 $A_1 \rightarrow A_3$, 即先利用 A_1 , 然后 A_3 ;

算法组合 3 $A_3 \rightarrow A_1$, 即先利用 A_3 , 然后 A_1 ;

算法组合 4 $A_3 \rightarrow A_2$, 即先利用 A_3 , 然后 A_2 。

图3 应用算法A₁ A₃时的关节角误差图4 应用算法A₁ A₂时的关节角误差图5 应用算法A₃ A₁时的关节角误差图6 应用算法A₃ A₂时的关节角误差

可以看出,以上4种算法组合都可以使关节角轨迹收敛到期望值 q_0 。

4 结 论

本文针对冗余机器人系统的自运动控制问题,提出一种非连续切换自运动控制算法。该算法通过选择不同的冗余关节角变量,得到不同的降维自运动算法;然后轮流切换应用这些不同的自运动算法对机器人进行自运动控制。仿真结果表明,所提出的切换算法可以有效地克服以往控制算法容易陷入局部最小点和不能收敛到期望关节位置的缺陷。

参考文献(References):

- [1] Baker D R, Wampler C W. On the inverse kinematic of redundant manipulator [J]. *Int J Robotics Research*, 1988, 7(2): 3-21.
- [2] Luca A De, Lanari L, Oriolo G. Control of redundant robot on cyclic trajectories[A]. *IEEE Int Conf Robotics Automation* [C]. Nice, 1992: 500-506.
- [3] Chiu S. Task compatibility of manipulator postures[J]. *Int J Robotics Research*, 1988, 7(5): 13-21.
- [4] Bedrossian N S. Classification of singular configuration for redundant robot [A]. *IEEE Int Conf on Robotics and Automation* [C]. Cincinnati OH, 1990: 818-823.
- [5] Shimir T, Yomdin Y. Repeatability of redundant manipulators: Mathematic solution of the problem [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1988, 33(11): 1004-1009.
- [6] Burdick J W. On the inverse kinematics of redundant manipulators: Characterization of the self-motion manifolds [A]. *IEEE Int Conf Robotics Automation* [C]. Scottsdale AZ, 1989: 264-270.
- [7] Luca A De, Oriolo G. Issues in acceleration resolution of robot redundancy [A]. *IFAC Symp on Robot Control* [C]. Vienna, 1991: 665-670.
- [8] Oriolo G. The self-motion stabilization problem in redundant manipulators [A]. *Int Symp Intell Robotics* [C]. Bangalore, 1993: 55-64.
- [9] Giuseppe Oriolo. Stabilization of selfmotions in redundant robots [A]. *IEEE Int Conf on Robotics and Automation* [C]. California, 1994: 704-709.