

文章编号: 1001-0920(2003) 02-0240-03

混合 Petri 网及其在混合系统中的应用探讨

王寿光, 颜钢锋, 蒋静坪
(浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027)

摘要: 针对混合系统的建模, 提出一种混合 Petri 网 (HPN) 模型, 并用数学语言严格地定义和描述与此 Petri 网有关的基本概念和一些性质。以一个生产系统为例, 用 Petri 网来描述并分析此生产系统, 并用 VisObjNet 软件包仿真此生产系统。

关键词: 混合系统; 混合 Petri 网; 生产系统

中图分类号: TP391.9 **文献标识码:** A

Hybrid Petri nets and exploration of its application

WANG Shou-guang, YAN Gang-feng, JIANG Jing-ping
(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: The hybrid Petri nets (HPN) model for hybrid system is proposed. The basic conception and some characters associated with hybrid Petri nets are strictly defined and described in mathematical language. A production system is modeled using the HPN model as an example which is described and analyzed with the Petri nets. The HPN model can be used to simulate the production process with VisObjNet package.

Key words: Hybrid system; Hybrid Petri nets; Production system

1 引言

混合系统是指既包含连续状态变量又包含离散状态变量的系统。在现实生活中, 许多系统都属于混合系统的范畴, 如: 运输系统^[1], 城市交通系统^[2], 电子元件制造系统^[3]等。随着计算机技术的发展, 混合系统的应用范围越来越广泛, 因此国内外学者对此进行了深入研究, 并提出一系列的混合系统建模方法, 如: 混合自动机^[4,5], 混合系统界面模型^[6], 混合 Petri 网^[1-3,7,8]等。

Petri 网^[7]是以图形方式描述系统, 能使复杂的系统形象化, 有利于理解系统。同时, Petri 网又是严格定义的数学对象, 借助数学开发的 Petri 网分析方法和技术既可用于静态的结构分析, 又可用于动态的行为分析。混合 Petri 是传统 Petri 网的扩展, 采用它为混合系统建模具有独特的优点。

2 混合 Petri 网

定义 1 三元组 $N = (P, T; F)$ 为有向网 (简称网) 的充分必要条件是:

- 1) $P \cap T = \emptyset$;
- 2) $P \cap T = \emptyset$;
- 3) $F \subseteq P \times T \cup T \times P$, “ \times ”为笛卡尔积;
- 4) $\text{dom}(F) \cap \text{cod}(F) = P \cap T$, 其中

$$\text{dom}(F) = \{x \mid \exists y: (x, y) \in F\}$$
$$\text{cod}(F) = \{y \mid \exists x: (x, y) \in F\}$$

定义 2 (输入集, 输出集) 设 $x \in X$ 为 N 的任一元素, $x = \{y \mid (y, x) \in F\}$ 称为 x 的前集或输入集, $x = \{y \mid (x, y) \in F\}$ 称为 x 的后集或输出集。

定义 3 定义八元组

收稿日期: 2001-12-14; 修回日期: 2002-06-20。

作者简介: 王寿光 (1977—), 男, 浙江乐清人, 博士生, 从事 Petri 网及其应用等研究; 蒋静坪 (1935—), 男, 浙江杭州人,

教授, 博士生导师, 从事计算机实时控制、智能控制等研究。

$$HPN = (P, T; F, W, H, V, De, M_0) \quad (1)$$

为混合 Petri 网系统, 其中:

1) $N = (P, T; F)$ 为有向网, 称为 HPN 的基网。

2) 将变迁集 T 划分为两个子集: 连续变迁子集 T_c 和离散变迁子集 T_D 。

$$T = T_c \cup T_D, \quad T_c \cap T_D = \emptyset$$

$$T_D = \{t_1, t_2, \dots, t_k\}, \quad T_c = \{t_{k+1}, t_{k+2}, \dots, t_{k+n}\}$$

与离散变迁子集 T_D 相关联的延迟时间集合

$$De = \{d_1, d_2, \dots, d_k\}$$

与连续变迁子集 T_c 相关联的实施速度集

$$V = \{(v_{\max 1}, v_{\min 1}), (v_{\max 2}, v_{\min 2}), \dots, (v_{\max n}, v_{\min n})\}$$

这里, v_{\max} 表示变迁最大实施速度; v_{\min} 表示变迁最小实施速度; $v_{\max} \in R^+$, $v_{\min} \in R_0^+$, 且 $R_0^+ = R^+ \cup \{0\}$ 。

3) 将位置集 P 划分为两个子集: 连续位置子集 P_c 和离散位置子集 P_D

$$P = P_c \cup P_D, \quad P_c \cap P_D = \emptyset$$

$$P_D = \{p_1, p_2, \dots, p_j\}$$

$$P_c = \{p_{j+1}, p_{j+2}, \dots, p_{j+m}\}$$

4) $W: P \times T \rightarrow R_0^+, T \times P \rightarrow R_0^+$ 为混合 Petri 网 HPN 有向弧的广义权函数。对任意 $(x, y) \in F$ 时, 有 $W(x, y) = 0$; 对任意 $(x, y) \notin F$ 时, 有 $W(x, y) = 0$ 。

5) $H: P \rightarrow \{C, D\}$ 为混合函数, 用它指示一个节点是连续的还是离散的。若一个节点 $x \in P$ 是连续的, 则 $H(x) = C$ 或 $H(x) = D$ 。

6) $M_0: \{P_D \cup N; P_c \cup R_0^+\}$ 为一个初始标识。 M_p 表示在位置 p 上的标识; $M(t)$ 表示标识在 t 时刻的值; M_D 和 M_c 分别表示在离散位置和连续位置上的标识。

定义 4 对任意 $t \in T$ 有

$$t^D = t \in P_D, \quad t^D = t \in P_D$$

$$t^C = t \in P_c, \quad t^C = t \in P_c$$

对任意 $p \in P$ 有

$$p^D = p \in T_D, \quad p^D = p \in T_D$$

$$p^C = p \in T_c, \quad p^C = p \in T_c$$

定义 5(连续变迁可实施) 连续变迁可实施与否取决于离散位置的标识。连续变迁 $t \in T_c$ 在标识 M 下可实施的条件是

$$\forall p \in t^D: M_p \geq W(p, t)$$

定义 6(强可实施) 对任意一个可实施连续变迁 $t \in T_c$ 是强可实施变迁的条件是

$$\forall p \in t^D: M_p > 0$$

定义 7(弱可实施) 对任意一个可实施连续变迁 $t \in T_c$ 是弱可实施变迁的条件是

$$\exists p \in t^D: M_p = 0$$

定义 8(关联矩阵和不变量) 令八元组 $HPN = (P, T; F, W, H, V, De, M_0)$ 为混合 Petri 网系统, 且 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ 。

1) 矩阵 $C = [c_{ij}] (1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m)$ 是 HPN 的关联矩阵条件是

$$c_{ij} = W(t_j, p_i) - W(p_i, t_j)$$

2) 一个 n 元整数列向量 x 称作 HPN 的一个 P 不变量的条件是 $C^T \times x = 0$, 其中 C^T 为 C 的转置矩阵。

下面讨论混合 Petri 网的动态性。设 $v_j(\tau)$ 为连续变迁 t_j 在 τ 时刻的瞬时速度, 可得差分方程

$$\dot{M}_p(\tau) = \sum_{t_j \in T_c} C(p, t_j) v_j(\tau) \quad (1)$$

定义 9(许可瞬时实施速度) 设 $T_E(M) \subseteq T_c$ 是在标识 M 下可实施的连续变迁子集, $T_N(M) \subseteq T_c$ 是在标识 M 下不可实施的连续变迁子集, $P_N = \{p \in P_c | M_p = 0\}$ 是一个标识为 0 的连续位置子集。则在标识 M 下, 任何允许的瞬时实施速度 v_j 都要满足线性方程组

$$v_{\max} - v_j \leq 0, \quad \forall t_j \in T_E(M) \quad (2.a)$$

$$v_j - v_{\min} \leq 0, \quad \forall t_j \in T_E(M) \quad (2.b)$$

$$v_j = 0, \quad \forall t_j \in T_N(M) \quad (2.c)$$

$$\sum_{t_j \in T_E} C(p, t_j) v_j \leq 0, \quad \forall p \in P_N \quad (2.d)$$

用 $S(HPN)$ 表示所有可行解集, 显然 $S(HPN)$ 是标识 M 的函数, 因此当 M 发生变化时, S 也随之改变。

定义 10(连续变迁实施后果) 令 $t \in T_c$, 在标识 $M(\tau_0)$ 下可以实施, 在一段时间 τ 后, 将 $M(\tau_0)$ 变为 $M(\tau_0)$ 的后继 $M(\tau_0 + \tau)$, 则

$$M_D(\tau_0) = M_D(\tau_0 + \tau)$$

$$M_c(\tau_0 + \tau) = \sum_{\tau_0}^{\tau_0 + \tau} C_{cc} V(\tau) d\tau + M_c \quad 0$$

其中: $C_{cc} = \{c_{i,j} | p_i \in P_c, t_j \in T_c\}$, $V(\tau)$ $S(HPN)$ 。

下面举例说明混合 Petri 网有关定义和性质。

例 1 混合 Petri 网 $HPN = (P, T; F, W, H, V, De, M_0)$, 设

$$P_D = \{p_1, p_2\}, \quad P_c = \{p_3, p_4\}$$

$$T_D = \{t_1, t_2\}, \quad T_c = \{t_3, t_4\}$$

$$F = \{(p_1, t_1), (t_1, p_2), (p_2, t_2), (t_2, p_1), (p_1, t_3),$$

$$(t_3, p_1), (p_3, t_3), (t_3, p_4), (p_4, t_4), (t_4, p_3)\}$$

$$V = \{(1, 0), (2, 0)\}, \quad De = \{0.5, 0.5\}$$

$$M_0 = \{2, 0, 1, 0, 0\}$$

例 1 中的 HPN 的图形如图 1 所示。其中“ \square ”表示连续变迁，“ \square ”表示离散变迁，双圆和单圆分别表示连续位置和离散位置，从 $x \sim y$ 的箭头表示流关系中的 (x, y) ，黑点表示托肯。

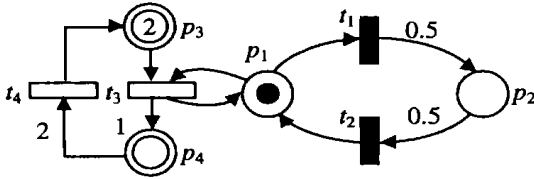


图 1 HPN 的例子

该系统中有两个 P 不变量: $[p^1, p^2], M_{p_1} + M_{p_2} = 1; [p^3, p^4], M_{p_3} + M_{p_4} = 2$ 。所以可用 (M_{p_1}, M_{p_3}) 替代 $(M_{p_1}, M_{p_2}, M_{p_3}, M_{p_4})$ 表示该系统的状态。

当 $M = M_0$ 时, 系统的状态 $(M_{p_1}, M_{p_3}) = (1, 2)$, 即 $M_{p_1} = 1, M_{p_3} = 2, M_{p_2} = 0, M_{p_4} = 0$ 。

由可实施定义知, t_1, t_3, t_4 可实施, t_2 不可实施; 由强实施定义可知, 连续变迁 t_3 是强可实施的, 其实施速度为 $v_3 = v_{\max 3} = 1$ 单位速度; 由弱实施定义可知, 连续变迁 t_4 是弱可实施的, 其实施速度为 $v_4 = v_3 = 1$ 单位速度。经 0.5 单位时间后, t_1 实施, 实施后系统状态变为 $(0, 2, 0)$, 此时, t_2 可实施, t_4 弱可实施, 其实施速度为 0, t_1 和 t_3 不可实施。再经 0.5 单位时间, t_2 实施, 实施后系统的状态又回到初始状态。

经以上分析, 可用

$$(M_{p_1}(\tau), M_{p_3}(\tau)) = (1, 2.0)$$

$$k \quad \tau < k + 0.5$$

$$(M_{p_1}(\tau), M_{p_3}(\tau)) = (0, 2.0)$$

$$k + 0.5 \quad \tau < k + 1$$

表示该混合系统的状态变化, 其中 $k = 0, 1, 2, \dots$ 。

3 应用举例

应用例子选于文献[10]。图 2 为一生产系统的混合 Petri 网模型, 该生产系统有两类零件: 图 2 中左部分为左类零件, 右部分为右类零件。由于该系统左右两部分具有对称性, 因此只需分析该图左部分。开始时, 位置 p_6 有托肯, 表明该系统处于空闲状态, 位置 p_1 有托肯, 表示该系统中有一批零件, 这批零件立即被转变成 30 000 个零件存放在连续位置 p_2 中(注: 这 30 000 个零件可以象流一样被处理), p_2 中的零件以 1 个零件 / 单位时间的速度流入到上游缓冲区 p_3 中, 当 p_3 有 500 个零件时, t_4 可实施, 经过

300 个单位时间后实施, 实施后, p_4 中有托肯, t_3 强可实施, 即该系统以 0.5 个零件 / 单位时间的速度处理零件, 经过一段时间后, 此批零件处理完, 即 $M_{p_5} = 30\ 000, t_5$ 立即实施使系统又回到空闲状态, 等待下一批零件的处理。图 3 表示连续位置 p_3 标识的演变仿真。

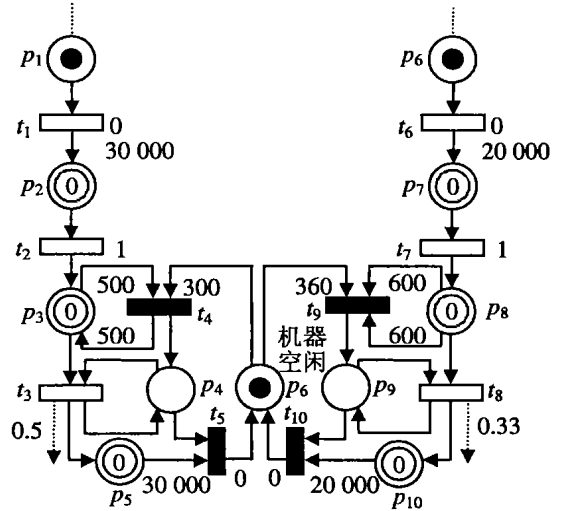


图 2 一个生产系统的 HPN 模型

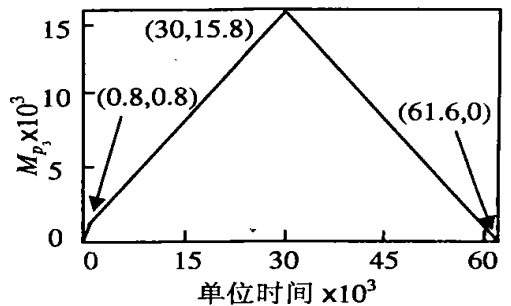


图 3 p_3 标识演变

本文采用 VisObjNet 软件包对此模型进行仿真。系统运行时, 屏幕上动态显示该系统中托肯和零件的移动, 并无冲突和死锁, 仿真观察到的动态行为与上述分析一致。由于该系统规模较小, 因此可手工分析。若为一个规模很大的混合系统, 则可利用计算机及与之相关的软件包来分析系统的行为。

该生产系统如果完全采用离散 Petri 网对该生产系统建模, 加工一批左类零件时, 将多于 60 000 个事件(t_2, t_3 各被激发 30 000) 发生。而用混合 Petri 网建模, 则不到 10 个事件。对于涉及大量标识的系统(如本例), 混合 Petri 网模型与离散 Petri 网模型运行时间相比, 有较大优势。

(下转第 246 页)

$$\Omega = \{ \tilde{\vartheta} : |\tilde{\vartheta}| \leq \lambda \} \quad (23)$$

类似于文献[2], 只要适当地选取 $x(0)$ 的初值, 则对于任意的 $k \geq 0$, 都有 $e(k) \in \Omega$ 。进一步说, 如果 ϵ 和 λ 取得适当小, 则 Ω 是正不变集。

由式(23)和引理1知, 存在常数 c_1 和 c_2 使得

$$\begin{aligned} & |g_{\hat{\vartheta}}^{d-1}(x(k), v(k)) - g_{\tilde{\vartheta}}^{d-1}(x(k))| \\ & |g_{\hat{\vartheta}}^{d-1}(x(k), v(k)) - g_{d-1}(x(k), v)| + \\ & |g_{d-1}(x(k), v) - g_{d-1}(x(k))| \\ & c_1 |\tilde{v}(k)| + c_2 \epsilon - c_1 \lambda + c_2 \epsilon \end{aligned} \quad (24)$$

由于 $|g_{d-1}| \leq b > 0$, 取 ϵ, λ 充分小使得 $c_1 \lambda + c_2 \epsilon < b/2$, 由式(24)知 $g_{\hat{\vartheta}}^{d-1}(x(k), v(k))$ 与 $g_{d-1}(x(k))$ 同号, 由假设1知控制律(12)避免了零除。

类似于文献[2]可证明定理1成立。

5 结 论

本文的收敛性结果关于系统的初始状态是全局

的, 而关于系统的初始参数是局部的, 只有当神经网络的加权估计的初值落入期望权值的某一集合时, 这一结论才成立, 因此如何把这一约束条件去掉是进一步需要研究的问题。

参考文献(References):

- [1] 解学军, 张大雷. 基于径向基函数网络的非线性离散系统的自适应控制[J]. 自动化学报, 2000, 26(3): 414-418.
- [2] 解学军, 王远. 基于神经网络和带死区的最小二乘算法的非线性离散时间系统的自适应控制[J]. 控制理论与应用, 1999, 16(3): 355-360.
- [3] Haykin S. *Neural Networks*[M]. New York: Macmillan College Publishing Company, 1994.
- [1] Ioannou P A, Sun J. *Robust Adaptive Control*[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.

(上接第242页)

4 结 论

本文用数学语言严格定义了混合Petri网, 它为混合Petri网的有关研究提供了一个框架, 但对此的研究还有待于深入。用混合Petri网对涉及大量标识的系统建模与离散Petri网相比, 具有明显的优越性, 其运行时间比离散Petri网短。通过对本文生产系统进行建模和仿真表明: 如果完全用离散Petri网对该生产系统建模, 加工一批左类零件时, 将多于60 000个事件(t_2, t_3 各被激发30 000)发生; 而用混合Petri网建模, 则不到10个事件。由此可看出混合Petri网的应用思想。

参考文献(References):

- [1] Di Febbraro A, Saccone S. Hybrid Petri nets for the performance analysis of transportation systems[A]. *Proc of the 37th IEEE Conf on Decision and Control* [C]. Florida, 1998, 3(3): 3232-3237.
- [2] Di Febbraro A, Giglio D, Sacco N. Modular representation of urban traffic systems based on hybrid Petri nets[A]. *2001 IEEE Intelligent Transportation Systems Conf Proc*[C]. Lakland, 2001. 25-29.
- [3] Allam M, Alla H. Modeling and simulation of an electronic component manufacturing system using hybrid Petri nets[J]. *IEEE Trans Semiconductor Manufacturing*

ing, 1998, 11(3): 374-383.

- [4] Alur R, Courcouberties C, Henzinger T A. Hybrid automata: Algorithm approach to the specification and verification of hybrid systems[A]. *Hybrid Systems—Lecture Notes in Computer Science* [C]. New York: Springer-Verlag, 1993. 209-229.
- [5] Alur R, Dill DL. A theory of timed automata[J]. *Theoretical Computer Science*, 1994, (126): 183-235.
- [6] Nerode A, Kohn W. Models for hybrid systems: Automata, topologies, controllability, observability [A]. *Hybrid Systems—Lecture Notes in Computer Science*[C]. New York: Springer-Verlag, 1993. 317-356.
- [7] Bail F L, Alla H, David R. Hybrid Petri nets[A]. *Proc of 1st European Control Conf* [C]. Grenoble, 1991. 1472-1447.
- [8] David R. Modeling of hybrid systems using continuous and hybrid Petri nets [A]. *Proc of the Seventh Int Workshop on Petri Nets and Performance Models* [C]. 1997. 47-58.
- [9] Murata T. Petri nets: Properties, analysis and applications[J]. *Proc of the IEEE*, 1998, 7(4): 541-580.
- [10] Aua H, Bail L, Bel G. The production systems is described by a discrete-continuous approach: Hybrid Petri net[A]. *Symposium ADPM 92*[C]. Paris, 1992. 876-881.