

文章编号: 1001-0920(2003)02-0243-04

基于最小二乘算法及神经网络的 非线性离散系统的自适应控制

解学军^{1,2}, 禹梅¹, 张嗣瀛²

(1. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165;

2. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 针对有关文献所设计的控制律, 在一较弱的条件下, 去掉了符号运算部分, 证明该控制律可避免“零除”问题, 提高了运算速度。对于这种基于神经网络和 LS 算法的自适应控制问题, 证明了系统状态落入一紧集中, 闭环系统的所有信号都是有界的, 且系统输出和参考输出之间的跟踪误差收敛于以零为原点的某一有界球中。

关键词: 神经网络; 最小二乘算法; 自适应控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Adaptive control of nonlinear discrete-time systems based on least-squares algorithm and neural networks

XIE Xue-jun^{1,2}, YU Mei¹, ZHANG Si-ying²

(1. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu 273165, China; 2 Department of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: Under weaker assumption, the part of signal operation is removed from the control law designed in earlier research proved that the problem of zero divider can be avoided and the rate of operation is improved. For the problem of adaptive control based neural networks and LS algorithm, it is proved that the system state lies in a bounded set. All signals of the closed-loop systems are bounded, and the tracking error between the plant output and the reference output converges to a bounded ball centered at origin.

Key words: Neural networks; Least-squares algorithm; Adaptive control

1 引言

神经网络用于非线性系统自适应控制的主要理论依据在于它们可在紧集上以任意精度逼近非线性函数 $f(x)$ 。值得注意的是, 该结论的一个关键性假设条件就是系统的状态 x 必须落入一紧集 S 中。当 $x \in S$ 时, 由于不能保证建模误差 $\epsilon(x)$ 满足 $\sup_{x \in S} |\epsilon(x)| < \delta$, 而 $\epsilon(x)$ 的值越大, 现有的鲁棒自适

应控制算法就越不能保证闭环系统的稳定性。如何解决这一问题呢? 目前这方面的文献大多假设 $\{x(k)\}$ 落入一紧集中, 然后通过用神经网络逼近非线性系统去证明系统的状态有界, 从严格的数学角度说这是不对的。文献[1]提出的离散系统自适应控制算法, 首先证明了 $\{x(k)\} \subset S$, 其不足是要求 $f(x(k))$ 满足线性增长条件。文献[2]证明在神经

收稿日期: 2001-11-08; 修回日期: 2002-01-28。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60174042, 79970114); 中国博士后科学研究基金资助课题。

作者简介: 解学军(1968—), 男, 博士后, 从事复杂系统和自适应控制的研究; 张嗣瀛(1925—), 男, 山东章丘人, 中国科学院院士, 教授, 博士生导师, 主要从事微分对策、复杂系统的结构和控制等研究。

网络的加权估计初值落入一期望权值的某一集合时,即可保证 $\{x(k)\}$ 落入一紧集 S 中。

本文针对文献[2]主要考虑如下两个问题:1)对于[2]设计的控制律,在一很弱的条件下,去掉控制律的符号运算部分,证明了本文设计的控制律可避免“零除”问题,从而在实现过程中不需要反复判断 $g_{d-1}(x(k),v(k))$ 的符号,提高了运算速度;2)在神经网络的加权估计初值落入一期望权值的某一集合的假设下,证明了 $\{x(k)\} \subset S$,闭环系统的所有信号都是有界的,且系统输出和参考输出之间的跟踪误差收敛于零的某一邻域内。

2 问题的提出

考虑非线性离散时间系统

$$\begin{cases} x_i(k+1) = x_{i+1}(k) \\ i = 1, 2, \dots, n-1 \\ x_n(k+1) = \\ f_0(x(k)) + g_0(x(k))x_{n+m-1}(k) \\ x_{n+i}(k+1) = x_{n+i+1}(k) \\ i = 1, 2, \dots, m+d-2 \\ x_{n+m+d-1}(k) = u(k) \\ y(k) = x_n(k) \end{cases} \quad (1)$$

这里 $x(k) = (x_1(k), \dots, x_n(k), \dots, x_{n+m+d-1}(k))^T$ 。对 $d > 1$ 的情况,由 $x_n(k+1) = y(k+1)$ 得

$$\begin{aligned} x_n(k+2) &= f_0(x(k+1)) + \\ &g_0(x(k+1))x_{n+m+1}(k+1) \end{aligned} \quad (2)$$

递推得

$$\begin{aligned} x_n(k+i) &= \\ f_{i-1}(x(k)) + g_{i-1}(x(k))x_{n+m+i}(k) \\ i &= 3, 4, \dots, d-1 \end{aligned} \quad (3)$$

考虑状态变换

$$z(k) = \begin{bmatrix} z_{11}(k) \\ \vdots \\ z_{1,n+d-1}(k) \\ z_{21}(k) \\ \vdots \\ z_{2m}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ \vdots \\ x_n(k+d-1) \\ x_{n+1}(k) \\ \vdots \\ x_{n+m}(k) \end{bmatrix} = T(x(k)) \quad (4)$$

若 $g_0(x), \dots, g_{d-2}(x) \neq 0$,则式(4)的逆,即 $x = T^{-1}(z)$ 存在。利用式(4),式(1)可变为

$$z_{1i}(k+1) = z_{1,i+1}(k), \quad i = 1, 2, \dots, n+d-2 \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} z_{1,n+d-1}(k+1) &= \\ f_{d-1}(T^{-1}(z(k))) + g_{d-1}(T^{-1}(z(k)))u(k) &= \end{aligned}$$

$$F(z(k)) + G(z(k))u(k) \quad (5b)$$

$$z_{2i}(k+1) = z_{2,i+1}(k), \quad i = 1, 2, \dots, m-1 \quad (5c)$$

$$z_{2m}(k+1) = \frac{z_{1,n+1}(k) - f_0(T^{-1}(z(k)))}{g_0(T^{-1}(z(k)))} \quad (5d)$$

$$y(k) = z_{1n}(k) \quad (5e)$$

如果定义反馈控制为 $u(k) = \frac{-F(z(k)) + r(k)}{G(z(k))}$,

则系统变为

$$\begin{cases} z_{1i}(k+1) = z_{1,i+1}(k) \\ i = 1, 2, \dots, n-2 \\ z_{1,n-1}(k+1) = 0 \\ z_{2i}(k+1) = z_{2,i+1}(k) \\ i = 1, 2, \dots, m-1 \\ z_{2m}(k+1) = \frac{-f_0(T^{-1}(z(k)))}{g_0(T^{-1}(z(k)))} \Big|_{z_{1i}=0} \\ i = n, n+1, \dots, n+d-1 \end{cases} \quad (6)$$

由于与 $z_{1i}(i = 1, 2, \dots, n-1)$ 相关的动态总是稳定的,如果系统

$$z_{2i}(k+1) = z_{2,i+1}(k), \quad i = 1, 2, \dots, m-1$$

$$z_{2m}(k+1) = \frac{-f_0(T^{-1}(0, z_2(k)))}{g_0(T^{-1}(0, z_2(k)))}$$

有一个渐近稳定的平衡点 $C = [c, \dots, c]^T$,则称系统(6)是最小相位的。

控制目标为确定一反馈控制 u 和调节参数 θ (θ 为多层神经网络的权值)使得:

- 1) 闭环系统的所有信号是一致有界的;
- 2) 系统输出与一有界参考信号之间的跟踪误差收敛于零的某一邻域内。

引理1建立了多层神经网络可利用非线性系统建模的理论基础。

引理1^[3] 设 $H(x)$ 是一有界的、非常量的单调增加的连续函数, S 是 R^n 空间的一紧集, $f(x)$ 是 S 上的实值连续函数。对于任意的 $\epsilon > 0$,总存在正整数 p 以及实数 ω, ω_j 和 $\hat{\omega}(i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, p)$ 使得网络输出

$$f(x_1, x_2, \dots, x_p) = \sum_{i=1}^M \omega_i H \left(\sum_{j=1}^p \omega_j x_j - \hat{\omega} \right)$$

能以任意精度逼近 $f(x)$,即

$$\max_{x \in S} |f(x, \omega) - f(x)| < \epsilon$$

3 基于神经网络和LS算法的自适应控制器的设计

首先给出本文用到的假设条件,然后给出控制器的设计。

假设 1 存在常数 $b > 0$, 使得

$$|g_i(x)| \geq b > 0 \quad i = 1, 2, \dots, d-1, \quad x \in S \quad (7)$$

其中 $S \subset R^{m+n+d-1}$ 为一紧集. 通过 $e_{2i}(k) = z_{2i}(k) - c$, 系统(6) 变为

$$\begin{cases} e_{2i}(k+1) = e_{2,i+1}(k) \\ i = 1, 2, \dots, m-1 \\ e_{2m}(k+1) = \\ -\frac{f_0(T^{-1}(0, e_2(k) + C))}{g_0(T^{-1}(0, e_2(k) + C))} - c \end{cases} \quad (8)$$

假设 2 存在李亚普诺夫函数 $V_2(e_2)$ 使得

$$\forall e_2(k) \in B \subset R^m (B \text{ 为某一球}), k = 0, 1, \dots, \text{ 有} \begin{cases} m_1 |e_2(k)|^2 - V_2(e_2(k)) - m_2 |e_2(k)|^2 \\ V_2(e_2(k+1)) - V_2(e_2(k)) - a |e_2(k)|^2 \\ \left| \frac{\partial V_2(e_2(k))}{\partial e_2(k)} \right| \leq L |e_2(k)|^2 \end{cases} \quad (9)$$

这里 m_1, m_2, a 和 L 都为大于零的常数.

将系统写为输入-输出的形式

$$\begin{aligned} y(k+d) &= \\ f_{d-1}(x(k)) + g_{d-1}(x(k))u(k) \end{aligned} \quad (10)$$

多层神经网络对系统(10) 建模得

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+d) &= \\ \hat{f}_{d-1}(x(k), \omega) + \hat{g}_{d-1}(x(k), v)u(k) \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $\hat{f}(\cdot, \cdot)$ 和 $\hat{g}(\cdot, \cdot)$ 分别为具有 p 个和 q 个神经元的 3 层神经网络. 不同于文献[2], 本文的控制律直接取为

$$u(k) = \frac{-\hat{f}_{d-1}(x(k), \omega(k)) + r(k)}{\hat{g}_{d-1}(x(k), v(k))} \quad (12)$$

其中: $\omega(k)$ 和 $v(k)$ 表示 k 时刻 ω 和 v 的估计; $f_{d-1}(x) = F(z)$; $g_{d-1}(x) = G(z)$; $r(k)$ 为参考信号, 且存在 $r^* > 0$ 使得 $|r(k)| \leq r^*$. 为更好地定义误差, 重写式(11) 和式(12) 为

$$\begin{aligned} y(k+1) &= \\ f_{d-1}(x(k-d+1)) + \\ g_{d-1}(x(k-d+1))u(k-d+1) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+1) &= \\ \hat{f}_{d-1}(x(k-d+1), \omega) + \\ \hat{g}_{d-1}(x(k-d+1), v)u(k-d+1) \end{aligned} \quad (14)$$

被估计的系统输出为

$$\begin{aligned} y(k+1)^* &= \\ \hat{f}_{d-1}(x(k-d+1), \omega(k)) + \end{aligned}$$

$$\hat{g}_{d-1}(x(k-d+1), v(k))u(k-d+1) \quad (15)$$

定义误差 $e(k+1)^*$ 为

$$e(k+1)^* = y(k+1)^* - y(k+1) \quad (16)$$

通过下面带死区的 LS 算法去调节 $\vartheta = [\omega^T, v^T]^T$ 的估计 $\vartheta(k)$.

$$\begin{aligned} \vartheta(k+1) &= \\ \vartheta(k) + a(k)b(k)P(k)\Phi(k-d+1)(y(k+1) - y(k+1)^*) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} P(k+1) &= \\ P(k) - a(k)b(k)P(k)\Phi(k)\Phi(k)^T P(k) \\ P(0) &= a_0 I \end{aligned} \quad (18)$$

$$a(k) = \frac{1}{1 + b(k)\Phi^T(k-d+1)P(k)\Phi(k-d+1)} \quad (19)$$

$$b(k) = \begin{cases} \beta, & a(k)|e(k+1)^*| \geq \alpha d_0 \\ 0, & a(k)|e(k+1)^*| < \alpha d_0 \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Phi(k-d+1) &= \left[\frac{\partial \hat{y}(k+1)^*}{\partial \vartheta} \right]_{\vartheta(k)}^T = \\ \left[\begin{array}{c} \left[\frac{\hat{f}_{d-1}(x(k-d+1), \omega(k))}{\partial \omega(k)} \right]^T \\ \left[\frac{\hat{g}_{d-1}(x(k-d+1), v(k))}{\partial v(k)} \right]^T \end{array} \right]^T u(k-d+1) \end{aligned} \quad (21)$$

其中 a_0 为一正常数, 正常数 β 根据实际要求适当选取. 由于变量 $y(k+1)^*$ 是一个 3 层神经网络的输出, 因此可用反向传播算法的程序去计算 Jacobian 阵 $\Phi(k-d+1)$.

4 性能分析

下面给出本文的主要结果:

定理 1 对于任给的常数 $\rho > 0$, 总存在正常数 $\rho_1 = \rho_1(\rho, r^*)$, $\rho_2 = \rho_2(\rho, r^*)$, $\epsilon^* = \epsilon^*(\rho, d_0, r^*)$ 和 $\lambda^* = \lambda^*(\rho, d_0, r^*)$, 使得 $\forall \epsilon < \epsilon^*$, 若假设式(7) 和式(8) 分别在 $S \supset B_{\rho_1}, B_{\rho_2}$ 上成立, $|x(0)| \leq \rho$, $|\vartheta(0)| \leq \lambda < \lambda^*$, 则由式(12), (13) 和式(15) ~ (21) 构成的自适应控制器具有下面的性质:

1) $|\vartheta(k)|$ 是一致有界的, 且 $|\vartheta(k+1) - \vartheta(k)|$ 收敛于零, 其中 $\|\cdot\|$ 表示欧氏范数;

2) 对于任给的 $k \geq 0$, $\{y(k)\}$ 和 $\{u(k)\}$ 都是有界的;

3) 系统输出和参考信号 $r(k)$ 之间的跟踪误差将收敛于零的某一邻域中.

证明 考虑集合

$$\Omega = \left\{ \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} : |e_1| \leq \mu_1, |e_2| \leq \mu_2 \right\} \quad (22)$$

$$\Omega_i = \{\bar{\theta} : |\bar{\theta} - \lambda|\} \quad (23)$$

类似于文献[2], 只要适当地选取 $x(0)$ 的初值, 则对于任意的 $k > 0$, 都有 $e(k) \in \Omega_i$. 进一步说, 如果 ϵ 和 λ 取得适当小, 则 Ω_i 是正不变集.

由式(23)和引理1知, 存在常数 c_1 和 c_2 使得

$$\begin{aligned} & |g_{d-1}(x(k), v(k)) - g_{d-1}(x(k))| \\ & |g_{d-1}(x(k), v(k)) - g_{d-1}(x(k), v)| + \\ & |g_{d-1}(x(k), v) - g_{d-1}(x(k))| \\ & c_1 |\tilde{v}(k)| + c_2 \epsilon \leq c_1 \lambda + c_2 \epsilon \quad (24) \end{aligned}$$

由于 $|g_{d-1}| \leq b > 0$, 取 ϵ, λ 充分小使得 $c_1 \lambda + c_2 \epsilon < b/2$, 由式(24)知 $g_{d-1}(x(k), v(k))$ 与 $g_{d-1}(x(k))$ 同号, 由假设1知控制律(12)避免了零除.

类似于文献[2]可证明定理1成立.

5 结论

本文的收敛性结果关于系统的初始状态是全局

的, 而关于系统的初始参数是局部的, 只有当神经网络的加权估计的初值落入期望权值的某一集合时, 这一结论才成立, 因此如何把这一约束条件去掉是进一步需要研究的问题.

参考文献(References):

- [1] 解学军, 张大雷. 基于径向基函数网络的非线性离散系统的自适应控制[J]. 自动化学报, 2000, 26(3): 414-418
- [2] 解学军, 王远. 基于神经元网络和带死区的最小二乘算法的非线性离散时间系统的自适应控制[J]. 控制理论与应用, 1999, 16(3): 355-360
- [3] Haykin S. *Neural Networks* [M]. New York: Macmillan College Publishing Company, 1994
- [4] Bannou P A, Sun J. *Robust Adaptive Control* [M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1996

(上接第242页)

4 结论

本文用数学语言严格定义了混合Petri网, 它为混合Petri网的有关研究提供了一个框架, 但对此的研究还有待于深入. 用混合Petri网对涉及大量标识的系统建模与离散Petri网相比, 具有明显的优越性, 其运行时间比离散Petri网短. 通过对本文生产系统进行建模和仿真表明: 如果完全用离散Petri网对该生产系统建模, 加工一批左类零件时, 将多于60 000个事件(t_2, t_3 各被激发30 000)发生; 而用混合Petri网建模, 则不到10个事件. 由此可看出混合Petri网的应用思想.

参考文献(References):

- [1] Di Febbraro A, Saccone S. Hybrid Petri nets for the performance analysis of transportation systems [A]. *Proc of the 37th IEEE Conf on Decision and Control* [C]. Florida, 1998, 3(3): 3232-3237.
- [2] Di Febbraro A, Giglio D, Sacco N. Modular representation of urban traffic systems based on hybrid Petri nets [A]. *2001 IEEE Intelligent Transportation Systems Conf Proc* [C]. Lakland, 2001. 25-29
- [3] Allam M, Alla H. Modeling and simulation of an electronic component manufacturing system using hybrid Petri nets [J]. *IEEE Trans Semiconductor Manufacturing*

ing, 1998, 11(3): 374-383

- [4] Alur R, Courcouberties C, Henzinger T A. Hybrid automata: A algorithm approach to the specification and verification of hybrid systems [A]. *Hybrid Systems—Lecture Notes in Computer Science* [C]. New York: Springer-Verlag, 1993. 209-229.
- [5] Alur R, Dill DL. A theory of timed automata [J]. *Theoretical Computer Science*, 1994, (126): 183-235
- [6] Nerode A, Kohn W. Models for hybrid systems: Automata, topologies, controllability, observability [A]. *Hybrid Systems—Lecture Notes in Computer Science* [C]. New York: Springer-Verlag, 1993. 317-356
- [7] Bail FL, Alla H, David R. Hybrid Petri nets [A]. *Proc of 1st European Control Conf* [C]. Grenoble, 1991. 1472-1447.
- [8] David R. Modeling of hybrid systems using continuous and hybrid Petri nets [A]. *Proc of the Seventh Int Workshop on Petri Nets and Performance Models* [C]. 1997. 47-58
- [9] Murata T. Petri nets: Properties, analysis and applications [J]. *Proc of the IEEE*, 1998, 7(4): 541-580
- [10] Alla H, Bail L, Bel G. The production systems is described by a discrete-continuous approach: Hybrid Petri net [A]. *Symposium ADPM 92* [C]. Paris, 1992. 876-881.