

文章编号: 1001-0920(2003) 02-0247-03

非线性系统基于 HM 模型的自适应鲁棒跟踪控制

吴忠强¹, 岳东², 许世范²

(1. 燕山大学 电气工程学院, 河北 秦皇岛 066004; 2. 中国矿业大学 信电学院, 江苏 徐州 221008)

摘要: 研究了非线性系统的跟踪控制问题, 基于 HM 模型对非线性系统进行描述, 并将全局模糊模型表示成不确定系统形式。在满足匹配条件下, 针对未知不确定界, 采用自适应鲁棒控制器, 利用自适应变量信息来补偿系统的不确定性信息, 实现了非线性系统的渐近跟踪控制。一级倒立摆仿真实验, 验证了方案的有效性。控制器结构简单, 规则少, 具有应用价值。

关键词: 非线性; 模糊模型; 自适应控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive robust tracking control for nonlinear system based on HM model

WU Zhong-qiang¹, YUE Dong², XU Shi-fan²

(1. College of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 2. College of Information and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, China)

Abstract: The problem of tracking control for nonlinear system is studied. The nonlinear system is described based on HM model, and the global fuzzy model is translated into the system with uncertainties. Under the condition that the uncertainties satisfy matching term, and unknowing the bound of uncertainties, the asymptotical tracking control is realized for nonlinear system by means of adaptive robust controller which utilizes variable information of adaptive compensating the uncertainties information of system. The structure of controller is simple with few fuzzy rules. The validity is tested with the simulation experiment of an inverted pendulum.

Key words: Nonlinearity; Fuzzy model; Adaptive control

1 引言

非线性控制系统作为控制领域研究的热点, 一直缺少系统有效的处理方法。近年来, 基于模糊动态模型的非线性控制系统设计引起了广泛的重视^[1,2]。Cao 等人提出了一种新的模糊模型(HM)^[3,4], 它被看作是非线性控制的一般分段线性近似方法的扩展。该方法的思想是将复杂的非线性系统通过非线性特征基函数表示成局部线性模型的光滑叠加, 并证明了 HM 模型是非线性函数的一致渐近估计器。

本文对 HM 模型作了进一步研究, 采用不确定系统鲁棒控制理论进行设计, 针对未知不确定界, 利用自适应变量信息来补偿系统的不确定性^[5,6], 克服了以往鲁棒跟踪控制方法中需要已知不确定界的缺陷, 得到了全局渐近稳定的 HM 模型。

2 HM 模型简介

一般的非线性系统可用如下的状态空间模型描述

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (1)$$

收稿日期: 2001-11-28; 修回日期: 2002-01-11。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69874042)。

作者简介: 吴忠强(1966—), 男, 上海人, 副教授, 博士生, 从事模糊控制、自适应控制及应用的研究; 岳东(1964—), 男,

© 1994-2003 江苏徐州人, 教授, 从事分布参数系统、大系统的鲁棒控制的研究。All rights reserved. <http://www.cnki.net>

其中: $x(t) \in R^n$ 为状态变量; $u(t) \in R^m$ 为输入变量; $f(t)$ 为非线性函数。

使用如下模糊模型表示式(1)所示的复杂非线性系统

$$R^l: \text{if } x_1 \text{ is } F_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^l \\ \text{then } \dot{x}(t) = A_l x(t) + B_l u(t) \\ l = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

其中: R^l 表示第 l 条近似推理规则; (A_l, B_l) 为第 l 个子系统相应维数的矩阵。使用 Cao 等人给出的模糊推理方法, 即采用单点模糊集, 乘积推理, 中心平均反模糊化, 可得全局模型

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\mu(t))x(t) + B(\mu(t))u(t) \\ A(\mu(t)) = \sum_{l=1}^m \mu_l A_l \\ B(\mu(t)) = \sum_{l=1}^m \mu_l B_l \\ \mu(t) = (\mu_1(t), \mu_2(t), \dots, \mu_m(t)) \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\mu_l(x(t))$ 是模糊集 $F^l = \sum_{i=1}^n F_i^l$ 的标准特征基函数, 并且满足

$$\sum_{l=1}^m \mu_l(t) = 1$$

引入标称系统 (A_0, B_0) , 系统(3)可写为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A_0 + \Delta A(\mu)]x(t) + [B_0 + \Delta B(\mu)]u(t) \\ \Delta A(\mu) = \sum_{l=1}^m \mu_l \Delta A_l \\ \Delta B(\mu) = \sum_{l=1}^m \mu_l \Delta B_l \\ \Delta A_l = A_l - A_0, \quad \Delta B_l = B_l - B_0 \end{cases} \quad (4)$$

3 控制器设计^[6]

取参考模型

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) \quad (5)$$

其中 $x_m(t) \in R^n$, 并假定系统(5)的状态有界。

假设 1(可控条件) 矩阵对 (A_0, B_0) 为可控

对, 则下列 Riccati 方程

$$(A_0 + \alpha I)^T P + P(A_0 + \alpha I) - \beta P B_0 B_0^T P + \gamma I = 0 \quad (6)$$

有正定解 P 。其中 α, β 和 γ 为正常数, 且存在 $H \in R^{m \times n}$ 满足

$$A_0 + B_0 H = A_m \quad (7)$$

假设 2(匹配条件) 存在函数 $D(\mu) \in R^{m \times n}$,

$E(\mu) \in R^{m \times m}$, 使

$$\Delta A(\mu) = B_0 D(\mu), \quad \Delta B(\mu) = B_0 E(\mu)$$

$$D(\mu) = \xi, \quad E(\mu) = \eta, \quad \eta < 1 \quad (8)$$

得到满足。

为书写方便, 以下时间变量 t 均省略。构造自适应鲁棒跟踪控制律

$$u = \begin{cases} -\theta_1 B_0^T P(x - x_m) - \theta_2 \frac{B_0^T P(x - x_m)}{B_0^T P(x - x_m)} + H x_m \\ B_0^T P(x - x_m) = 0 \\ H x_m, \quad B_0^T P(x - x_m) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 = \Gamma_1 B_0^T P(x - x_m)^2, \quad \theta_1(0) = 0 \\ \dot{\theta}_2 = \Gamma_2 B_0^T P(x - x_m), \quad \theta_2(0) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

其中: P 和 H 分别由式(6)和式(7)确定; Γ_1 和 Γ_2 为可调整的设计参数, 且大于零。

引入误差向量 $z = x - x_m$, 并令参考输入 $v = u - H x_m$, 得动态误差方程

$$\dot{z} = (A_0 + \Delta A)z + (B_0 + \Delta B)v + B_0 F \quad (11)$$

其中 $F = (D + EH)x_m$, 且有

$$F = (\xi + \eta H) x_m = f \quad (12)$$

参考输入 v 可表示为

$$v = \begin{cases} -\theta_1 B_0^T P z - \theta_2 \frac{B_0^T P z}{B_0^T P z} \\ B_0^T P z = 0 \\ 0, \quad B_0^T P z = 0 \end{cases} \quad (13)$$

此时, 系统跟踪问题归结为误差系统(11)在参考输入 v 下的渐近稳定问题。在式(9)中, 无需知道不确定性的界, 可利用自适应变量的信息来补偿系统的不确定性信息。

结论 1 若系统(4)和(5)满足假设 1 和假设 2, 采用式(9)的自适应鲁棒跟踪控制律, 则系统(4)的输出将渐近跟踪参考模型(5)的输出。

证明 构造如下 Lyapunov 函数

$$v = v_1 + v_2 + v_3 = z^T P z + (1 - \eta) \Gamma_1^{-1} (\theta_1 - \theta_1^*)^2 + (1 - \eta) \Gamma_2^{-1} (\theta_2 - \theta_2^*)^2 \quad (14)$$

其中 $\theta_1^* = \frac{1}{2(1-\eta)} (\beta + \frac{1}{\gamma} \xi^2)$

$\theta_2^* = \frac{1}{1-\eta} f$

则

$$\dot{v}_1 = -2\alpha z^T P z - \gamma \|z\|^2 + \beta z^T P B_0 B_0^T P z + 2z^T P B_0 (v + E v + D z + F) \quad (15)$$

由式(9)有

$$2z^T P B_0 v = -2\theta_1 B_0^T P z^2 - 2\theta_2 B_0^T P z \quad (16)$$

$$2z^T P B_0 E v \quad 2\eta(\theta_1 \quad B_0^T P z \quad 2 + \theta_2 \quad B_0^T P z \quad) \quad (17)$$

$$2z^T P B_0 (Dz + F) \quad \frac{1}{\gamma} \xi^2 \quad B_0^T P z \quad 2 + \gamma \quad z \quad 2 + 2f \quad B_0^T P z \quad (18)$$

由式(16) ~ (18) 得

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= -2\alpha z^T P z - [2(1 - \eta)\theta - \beta - \frac{1}{\gamma}\xi^2] B_0^T P z \quad 2 - \\ &2[(1 - \eta)\theta_2 - f] B_0^T P z \quad (19) \end{aligned}$$

又有

$$\dot{v}_2 = [2(1 - \eta)\theta - \beta - \frac{1}{\gamma}\xi^2] B_0^T P z \quad 2 \quad (20)$$

$$\dot{v}_3 = 2[(1 - \eta)\theta_2 - f] B_0^T P z \quad (21)$$

由式(19) ~ (21) 得

$$\dot{v} = -2\alpha z^T P z \quad 0 \quad (22)$$

仅当 $z = 0$ 时, $\dot{v} = 0$ 。所以系统全局渐近稳定。

4 仿真研究

考虑一个位于小车上的倒立摆的稳定问题。倒立摆非线性动力学模型为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 - a m l x_2^2 \sin(2x_1) / 2 - a u \cos x_1}{4l/3 - a m l \cos^2 x_1} \end{aligned}$$

式中: $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 为重力加速度; $a = 1/(M + m)$, $M = 1 \text{ kg}$ 为小车重量; $m = 0.2 \text{ kg}$ 为摆杆重量; $l = 0.3 \text{ m}$ 为摆杆的长度; x_1, x_2 分别为摆与垂直方向的夹角和摆杆的角速度; u 为作用在小车上的力。

此系统可表示为如下 HM 模型

$$\begin{aligned} R^1: & \text{ if } x_1 \text{ is about } 0 \text{ then } \dot{x} = A_1 x + b_1 u \\ R^2: & \text{ if } x_1 \text{ is about } \pm \pi/2 \text{ then } \dot{x} = A_2 x + b_2 u \end{aligned}$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{4l/3 - aml} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 17.296 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{a}{4l/3 - aml} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1765 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2g}{\pi(4l/3 - amlb^2)} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 9.365 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{ab}{4l/3 - amlb^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0349 \end{bmatrix}$$

$b = \cos 88^\circ$; 注意到 $x_1 = \pm \pi/2$ 时系统不可控。

$$\mu_2(x_1) = 1 - \mu_1(x_1)$$

全局模型为

$$\dot{x} = (\mu_1 A_1 + \mu_2 A_2)x + (\mu_1 b_1 + \mu_2 b_2)u$$

因 $\mu_1 + \mu_2 = 1$, 上式可写为

$$\dot{x} = (A_1 + \mu_2(A_2 - A_1))x + (b_1 + \mu_2(b_2 - b_1))u$$

上式满足匹配条件

$$\mu_2(A_2 - A_1) = \mu_2 b_1 d, \quad d = [44.95 \quad 0]$$

$$\mu_2(b_2 - b_1) = \mu_2 b_1 e, \quad e = -0.9703$$

$$D = \mu_2 d, \quad E = \mu_2 e$$

且满足 $E = \mu_2 e < 1$ 。

参考模型选为

$$\dot{x}_m = A_m x_m$$

其中

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

取 $\alpha = 1, \beta = 1$ 和 $\gamma = 1$, 解 Riccati 方程(6) 得

$$P = \begin{bmatrix} 5730.4 & 1377.4 \\ 1377.4 & 331.3 \end{bmatrix}$$

取式(9) 的控制律, 式(10) 的自适应律, 且 $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 1$ 。

以初始条件 $x_m(0) = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$ 和 x_0 分别为 $(80^\circ; 0)^\top$ 和 $(60^\circ; 0)^\top$ 进行仿真, 结果如图 1 和图 2 所示。

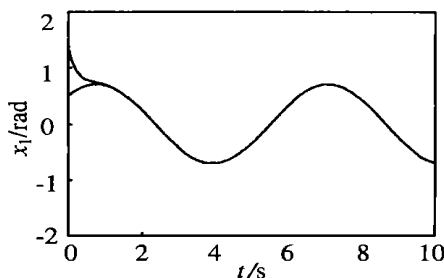


图 1 x_0 为 $(80^\circ; 0)^\top$ 系统响应曲线

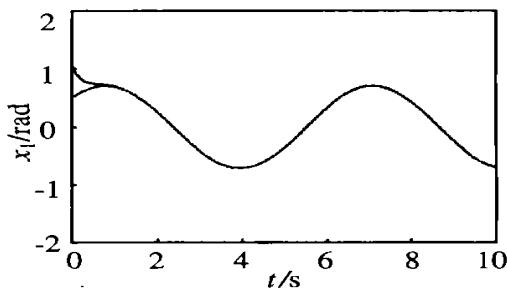


图 2 x_0 为 $(60^\circ; 0)^\top$ 系统响应曲线

(下转第 253 页)

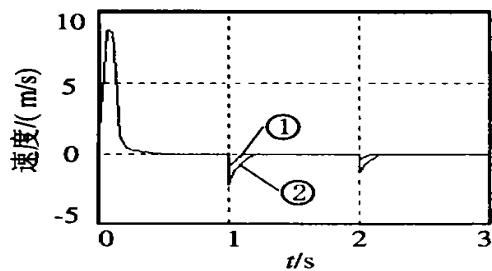


图 4 速度响应曲线

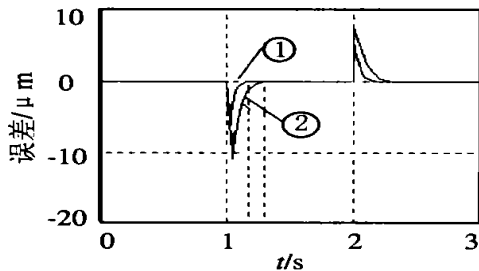


图 5 位置同步误差曲线

5 结 论

本文在分析直线伺服双位置环不同步的主要原因基础上, 提出了位置、速度和加速度三重同步方

(上接第 249 页)

5 结 论

基于 HM 模型解决了一类非线性系统跟踪控制问题。控制器的设计只要求不确定性满足匹配条件, 而无需知道不确定性的界, 且能够处理不确定参数变化范围更广的情况, 减少了系统设计中的保守性。采用自适应鲁棒跟踪控制器确保了系统的稳定性和鲁棒性。倒立摆实验验证了该方案的有效性。

参考文献(References):

- [1] Tanaka K, Sugeno M. Stability analysis and design of fuzzy control system[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, 45(2): 185-199.
- [2] Tanaka K, Sano M. Fuzzy stability criterion of a class of nonlinear systems[J]. *Information Science*, 1993, 70(1): 1-26.

案。设计的 H_∞ 鲁棒控制器, 提高了系统的同步性能。仿真实验结果表明, 三重同步控制系统性能很好, 优于只有位置、速度控制的系统。

参考文献(References):

- [1] 郭庆鼎, 王成元, 周美文, 等. 直线交流伺服系统的精密控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 2000.
- [2] Lee H S. Robust motion controller design for high-accuracy positioning system[J]. *IEEE Trans Industrial Elect*, 1996, 43(1): 48-55.
- [3] 郭庆鼎, 迟林春, 王成元. 基于神经网络给定补偿的永磁同步直线伺服系统 H_∞ 控制[J]. *控制与决策*, 2000, 15(1): 75-78.
(Guo Qingding, Chi Linchun, Wang Chengyuan. H_∞ control for linear permanent magnet synchronous AC servo system with a command-compensator based on artificial neural network [J]. *Control and Decision*, 2000, 15(1): 75-78.)
- [4] Mitchell Osak. Linear motors drive motion control[J]. *Design Engineering*, 1998, 44(10): 17-19.
- [5] 申铁龙. H_∞ 控制理论及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.

- [3] Cao S G, Feng G. Modelling of complex control systems[A]. *Proc of the IFAC Symposium of Nonlinear Control System Design*[C]. California, 1995. 934-939.
- [4] Cao S G, Rees N W, Fend G. Stability analysis and design for a class of continuous time fuzzy control systems[J]. *Int J of Control*, 1996, 64(6): 1069-1087.
- [5] Tian H Q. *Sliding Mode Control Theory and Application*[M]. Wuhan: Wuhan Publishing Company, 1995. 40-50.
- [6] 刘粉林, 刘缓, 黎阳生, 等. 含时变不确定线性系统的自适应鲁棒跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2001, 16(3): 322-325.
(Liu F L, Liu Y, Li Y S, et al. Adaptive robust tracking control for a class of linear systems with time-varying uncertainties[J]. *Control and Decision*, 2001, 16(3): 322-325.)

本刊荣获“百种中国杰出学术期刊”称号

本刊讯 2002年12月10日, 中国科学技术信息研究所 在京召开新闻发布会, 公布了 2001 年度中国科技论文统计结果, 表奖了部分科技期刊。按照该所出版的《2002 年版中国科技期刊引证报告》, 《控制与决策》的总被引频次、他引率、影响因子、即年指标、基金论文比等项指标, 在信息科学与系统科学类期刊中都是较高的, 并被评为“百种中国杰出学术

期刊”。

这一成绩的取得, 是与各方面的大力支持密不可分的。在此, 本刊编委会和编辑部谨向所有关心和支持本刊工作的各方面专家学者和广大读者表示衷心的感谢! 我们将再接再厉, 开拓进取, 与时俱进, 再创佳绩, 为进一步办好《控制与决策》而做出自己的努力。