第 18 卷 第 2 期
Vol 18 No. 2

控 制 与 决 策
Control and Decision

2003 年 3 月
Mar. 2003

文章编号: 1001-0920(2003)02-0135-06

一类不确定模糊动态时滞系统保成本控制

巩长忠, 王 伟, 刘全利
(大连理工大学 信息与控制研究中心, 辽宁 大连 116024)

摘 要: 针对一类不确定非线性动态时滞系统, 利用模糊 T-S 模型, 通过状态反馈对保成本控制问题进行研究。应用线性矩阵不等式给出模糊闭环系统渐近稳定的充分条件, 保证了所有允许的不确定闭环系统是稳定的, 而且对于一个给定的二次型成本函数, 能保证闭环成本不超过某个界。仿真结果表明所提出的控制方法是有效的。

关键词: 非线性时滞不确定系统; 模糊系统; 成本函数; LMI 方法
中图分类号: TP202 **文献标识码**: A

LMI approach to guaranteed cost control for a class of uncertain dynamic time-delay systems

GONG Chang-zhong, WANG Wei, LIU Quan-li
(Research Center of Information and Control, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: The guaranteed cost control problem via memoryless feedback controllers is studied for a class of fuzzy dynamic time-delay systems with norm-bounded time-varying parametric uncertainty. A sufficient condition for the stability of fuzzy closed-loop system is given in terms of linear matrix inequalities (LMIs). All allowable uncertain closed-loop systems are guaranteed to be stable. For a given quadratic cost function, the cost is bounded in a limitation. The simulation results show that the control method is effective.

Key words: Uncertain nonlinear time-delay systems; Fuzzy system; Cost function; LMI approach

1 引 言

自 1972 年 Chang 和 Peng[1] 提出参数不确定系统保成本控制问题以来, 不确定系统的保成本控制取得了很大的进展。最近具有时滞的不确定系统的保成本控制问题又引起了控制界的注意并取得了一些成果[2~6]。文献[2]对具有状态时滞且状态和输入均为范数有界的时变参数不确定系统, 应用线性矩阵不等式的方法研究了保成本控制问题。[3]研究了一类状态和控制滞后的参数不确定连续系统保成本控制器设计问题。[4~6]讨论了不确定离散时滞系统的保成本控制问题。以上这些研究都是针对线性系统进行的, 对于非线性时滞不确定系统的保成本控制问题还没有得到应有的重视。然而, 非线性系统是在实际中广泛存在的, 模糊控制是研究非线性系统的有效方法之一。

本文针对一类具有范数有界不确定时滞模糊系统的保成本控制问题进行了研究, 推广了文献[2]的结果, 导出了状态反馈保成本控制律存在的一个充分条件, 保证了所有允许的不确定闭环系统是稳定的, 而且对于一个给定的二次型成本函数, 能保证闭

收稿日期: 2001-11-15; **修回日期**: 2002-03-04。
基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(69825106); 教育部高等学校骨干教师计划资助项目。
作者简介: 巩长忠(1959—), 男, 山东蓬莱人, 副教授, 博士生, 从事非线性控制和模糊控制研究; 王伟(1955—), 男(满族), 辽宁鞍山人, 教授, 博士生导师, 从事自适应控制、模型预测控制和计算机控制等研究。

环成本值不超过某个界。

2 问题描述与假设

考虑由模糊 T-S 模型描述的不确定非线性时滞系统

R^i:

$$\begin{cases} \text{If } z_1(t) \text{ is } M_{1} \text{ and } \cdots \text{ and } z_p(t) \text{ is } M_{pi} \\ \text{Then} \\ \quad \dot{X}(t) = [A_i + \Delta A_i(t)]X(t) + \\ \qquad [A_{di} + \Delta A_{di}(t)]X(t-d) + \\ \qquad [B_i + \Delta B_i(t)]u(t) \\ \quad X(t) = \varphi(t), \quad t \in [-d, 0], \quad i = 1, 2, \cdots, r \end{cases} \tag{2.1}$$

式中:M_{ij} 是模糊集合;$X(t) \in R^n$ 是状态向量;$u(t) \in R^m$ 是控制输入向量;r 是模糊推理规则的个数;A_i,A_{di}和B_i是已知的有适当维数的实矩阵;$\Delta A_i(t)$,ΔA_{di} 和 $\Delta B_i(t)$ 是矩阵函数,代表系统中时变不确定参数;$d > 0$ 是滞后常量;$\varphi(t)$ 是已知的连续向量函数。

本文所考虑的不确定参数假定是范数有界且具有

$$[\Delta A_i(t) \quad \Delta B_i(t) \quad \Delta A_{di}(t)] = D_i F_i [E_{1i} \quad E_{2i} \quad E_{di}] \tag{2.2}$$

其中:D_i, E_{1i}, E_{2i} 和 E_{di} 是具有适当维数的已知常数实矩阵,$F_i(t) \in R^{l \times j}$ 满足

$$F_i^{\mathrm{T}}(t) F_i(t) \leq I \tag{2.3}$$

应用单点模糊化、乘积推理和中心加权反模糊化推理方法[7],可得全局模糊系统模型为

$$\dot{X}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(Z(t)) \{ [A_i + \Delta A_i(t)]X(t) + [A_{di} + \Delta A_{di}(t)]X(t-d) + [B_i + \Delta B_i(t)]u(t) \} \tag{2.4}$$

其中

$$\begin{cases} \omega_i(t) = \prod_{j=1}^{r} M_{ij}(z_j(t)) \\ \sum_{j=1}^{r} \omega_j(Z(t)) > 0, \quad \omega_i(t) \geq 0, \quad i = 1, 2, \cdots, r \\ Z(t) = [z_1(t) \quad z_2(t) \quad \cdots \quad z_p(t)] \\ h_i(Z(t)) = \dfrac{\omega_i(Z(t))}{\sum_{j=1}^{r} \omega_j(Z(t))}, \quad \sum_{i=1}^{r} h_i(Z(t)) = 1 \end{cases} \tag{2.5}$$

对系统 (2.1) 定义成本函数为

$$J = \int_0^\infty [X^{\mathrm{T}}(t) Q X(t) + u^{\mathrm{T}}(t) R u(t)] \mathrm{d}t \tag{2.6}$$

其中Q 和R 是已知的正定对称矩阵。

定义1 对于不确定系统(2.4),如果存在一个控制律 $u^*(t)$ 和一个正数J^*,使得对所有可允许的不确定量,闭环系统稳定且成本函数(2.6) 的值J 满足$J \leq J^*$,则称J^* 是保成本的,$u^*(t)$ 是一个关于不确定系统(2.4) 的保成本控制律。

3 状态反馈控制

基于平行分布补偿(PDC),考虑如下关于模糊模型(2.4) 的模糊控制律

$$\begin{cases} \text{If } z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \cdots \text{ and } z_p(t) \text{ is } M_{ip} \\ \text{Then } u(t) = K_i X(t), \quad i = 1, 2, \cdots, r \end{cases} \tag{3.1}$$

总的模糊状态反馈控制律表示为

$$u(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(Z(t)) K_i X(t) \tag{3.2}$$

则闭环系统为

$$\dot{X}(t) = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{r} h_i(Z(t)) h_j(Z(t)) \{ [A_i + B_i K_j + D_i F_i (E_{1i} + E_{2i} K_j)] X(t) + [A_{di} + D_i F_i E_{di}] X(t-d) \} \tag{3.3}$$

首先,给出关于不确定系统(2.4) 保成本控制律存在的一个充分条件:

定理1 对于不确定系统(2.4),如果存在公共的对称正定矩阵$P, S \in R^{n \times n}$,使得对所有满足(2.3) 的不确定矩阵$F_i(t)$,下列矩阵不等式成立。

$$\begin{bmatrix} \Sigma_1 & P(A_{di} + D_i F_i E_{di}) \\ (A_{di} + D_i F_i E_{di})^{\mathrm{T}} P & -S \end{bmatrix} < 0 \tag{3.4}$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma_2 & P(A_{di} + A_{dj} + D_i F_i E_{di} + D_j F_j E_{dj}) \\ (A_{di} + A_{dj} + D_i F_i E_{di} + D_j F_j E_{dj})^{\mathrm{T}} P & -2S \end{bmatrix} \leq 0 \tag{3.5}$$

$$\Sigma_1 = P[A_i + B_i K_i + D_i F_i (E_{1i} + E_{2i} K_i)] + [A_i + B_i K_i + D_i F_i (E_{1i} + E_{2i} K_i)]^{\mathrm{T}} P + K_i R K_i + Q + S \tag{3.6}$$

$$\begin{aligned} \Sigma_2 = {} & P[A_i + B_i K_j + D_i F_i (E_{1i} + E_{2i} K_j) + A_j + B_j K_i + D_j F_j (E_{1j} + E_{2j} K_i)] + \\ & [A_i + B_i K_j + D_i F_i (E_{1i} + E_{2i} K_j + A_j + B_j K_i + E_{1j} + E_{2j} K_i)]^{\mathrm{T}} P + \\ & 2Q + 2S + K_i^{\mathrm{T}} R K_i + K_j^{\mathrm{T}} R K_j \end{aligned} \tag{3.7}$$

则 $u(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(Z(t)) K_i X(t)$ 是保成本控制律,且

$$J \le \varphi^T(0)P\varphi(0) + \int_{-d}^{0}\varphi^T(\tau)S\varphi(\tau)\mathrm{d}\tau$$

证明　假设存在公共的对称正定矩阵 $P>0$, $S>0$, 使得对所有可允许的不确定量, 矩阵不等式(3.4)和(3.5)成立, 取Lyapunov函数为

$$V(X(t),t) = X^T(t)PX(t) + \int_{t-d}^{t}X^T(\tau)SX(\tau)\mathrm{d}\tau \quad (3.8)$$

则 $V(X(t),t)$ 沿式(3.3)对时间的导数为

$$\begin{aligned}&\dot V(X(t),t) = \\ &\dot X^T(t)PX(t) + X^T(t)P\dot X(t) + \\ &X^T(t)SX(t) - X^T(t-d)SX(t-d) = \\ &\sum_{i=1}^{r}h_i^2(Z(t))\begin{bmatrix}X(t)\\X(t-d)\end{bmatrix}^T\times \\ &\begin{bmatrix}\Sigma_1 - Q - K_i^TRK_i & P(A_{di}+D_iF_iE_{di})\\ (A_{di}+D_iF_iE_{di})^TP & -S\end{bmatrix}\times \\ &\begin{bmatrix}X(t)\\X(t-d)\end{bmatrix}+ \\ &\sum_{i<j}h_i(Z(t))h_j(Z(t))\begin{bmatrix}X(t)\\X(t-d)\end{bmatrix}^T\times \\ &\begin{bmatrix}\Sigma_2 - 2Q - K_i^TRK_j - K_j^TRK_i & \Xi\\ \Xi^T & -2S\end{bmatrix}\times \\ &\begin{bmatrix}X(t)\\X(t-d)\end{bmatrix}\end{aligned}$$

其中 $\Xi = P[(A_{di}+D_iF_iE_{di}) + (A_{dj}+D_jF_jE_{dj})]$。由式(3.4)和(3.5)推出

$$\begin{aligned}&\dot V(X(t),t) < \\ &\sum_{i=1}^{r}h_i^2(Z(t))\begin{bmatrix}X(t)\\X(t-d)\end{bmatrix}^T\begin{bmatrix}-Q-K_i^TRK_i & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\times \\ &\begin{bmatrix}X(t)\\X(t-d)\end{bmatrix} + \sum_{i<j}h_i(Z(t))h_j(Z(t))\begin{bmatrix}X(t)\\X(t-d)\end{bmatrix}^T\times \\ &\begin{bmatrix}-2Q-K_i^TRK_j-K_j^TRK_i & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X(t)\\X(t-d)\end{bmatrix} = \\ &-X^T(t)QX(t) - u(t)^TRu(t) < 0 \end{aligned}\quad (3.9)$$

因此, 闭环系统(3.3)是渐近稳定的。

进而对不等式(3.9)两边从0到 T 积分, 利用初始条件有

$$\begin{aligned}&-\int_0^T[X^T(t)QX(t) - u^T(t)Ru(t)]\mathrm{d}t > \\ &X^T(T)PX(T) - X^T(0)PX(0) + \\ &\int_{T-d}^{T}X^T(\tau)SX(\tau)\mathrm{d}\tau - \int_{-d}^{0}X^T(\tau)SX(\tau)\mathrm{d}\tau\end{aligned}$$

由于闭环系统(3.3)是渐近稳定的, 因此当 $T\to\infty$ 时, 有 $X^T(T)PX(T)\to 0$, $\int_{T-d}^{T}X^T(\tau)SX(\tau)\mathrm{d}\tau\to 0$。因此有

$$\begin{aligned}&\int_0^\infty[X^T(t)QX(t) + u^T(t)Ru(t)]\mathrm{d}t \le \\ &\varphi^T(0)P\varphi(0) + \int_{-d}^{0}\varphi^T(\tau)S\varphi(\tau)\mathrm{d}\tau\end{aligned}\qquad\square$$

引理 1[8]　对于具有适当维数的矩阵 Q,H,E 和 R, 其中 Q 和 R 对称且 $R>0$, 则对所有满足 $F^TF\le R$ 的矩阵 F, 有

$$Q + HFE + E^TF^TH^T < 0$$

当且仅当存在某个 $\epsilon>0$, 使得

$$Q + \epsilon^2HH^T + \epsilon^{-2}E^TRE < 0$$

定理 2　1) 对于系统(3.3), 存在公共的对称正定矩阵 P,S, 使得矩阵不等式(3.4)和(3.5)成立, 当且仅当存在正数 $\epsilon_i,\epsilon_{ij}(i<j)$, 矩阵 W_i 和公共的正定矩阵 X,V, 使得如下线性矩阵不等式成立。

$$\begin{bmatrix}\Omega_1 & A_{di}V & (E_{1i}X+E_{2i}W_i)^T & X & W_i^T & X\\ VA_{di}^T & -V & VE_{di}^T & 0 & 0 & 0\\ (E_{1i}X+E_{2i}W_i) & E_{di}V & -\epsilon_iI & 0 & 0 & 0\\ X & 0 & 0 & -Q^{-1} & 0 & 0\\ W_i & 0 & 0 & 0 & -R^{-1} & 0\\ X & 0 & 0 & 0 & 0 & -V\end{bmatrix} < 0 \quad (3.10)$$

$$\begin{bmatrix}\Omega_2 & (A_{di}+A_{dj})V & (E_{1i}X+E_{2i}W_j)^T & (E_{1j}X+E_{2j}W_i)^T & X & W_i^T & W_j^T & X\\ V(A_{di}+A_{dj})^T & -2V & VE_{di} & VE_{dj} & 0 & 0 & 0 & 0\\ (E_{1i}X+E_{2i}W_j) & E_{di}^TV & -\epsilon_{ij}I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ (E_{1j}X+E_{2j}W_i) & E_{dj}^TV & 0 & -\epsilon_{ji}I & 0 & 0 & 0 & 0\\ X & 0 & 0 & 0 & -Q^{-1} & 0 & 0 & 0\\ W_i & 0 & 0 & 0 & 0 & -R^{-1} & 0 & 0\\ W_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R^{-1} & 0\\ X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -V\end{bmatrix} \le 0$$

(3.11)

其中

$$\Omega_1 = A_iX + B_iW_i + (A_iX + B_iW_i)^{\mathrm T} + \varepsilon_i D_iD_i^{\mathrm T}$$

$$\begin{aligned}\Omega_2 = {} & A_iX + B_iW_j + A_jX + B_jW_i + \\ & (A_iX + B_iW_j)^{\mathrm T} + (A_jX + B_jW_i)^{\mathrm T} + \\ & \varepsilon_{ij}D_iD_i^{\mathrm T} + \varepsilon_{ji}D_jD_j^{\mathrm T}\end{aligned}$$

2) 如果不等式(3.4)和(3.5)有可行解 $\varepsilon_i > 0$, $\varepsilon_{ij} > 0\,(i < j)$, $W_i, X > 0, V > 0$, 则状态反馈控制律

$$u^*(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))W_iX^{-1}X(t)$$

是一个保成本控制律,且

$$J^* = \varphi^{\mathrm T}(0)X^{-1}\varphi(0) + \int_{-d}^{0}\varphi^{\mathrm T}(\tau)V^{-1}\varphi(\tau)\mathrm d\tau$$

对不确定系统(2.4)是成本上界。

证明 1) 定义

$$Y_1 = \begin{bmatrix} P(A_i + B_iK_i) + (A_i + B_iK_i)^{\mathrm T}P + Q + S & PA_{di} \\ A_{di}^{\mathrm T}P & -S \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} \begin{matrix} P(A_i + B_iK_j + A_j + \\ B_jK_i) + [(A_i + B_iK_j)^{\mathrm T} + \\ (A_j + B_jK_i)^{\mathrm T} + K_i^{\mathrm T}RK_j + \\ K_j^{\mathrm T}RK_i + 2Q + 2S \end{matrix} & PA_{di} + PA_{dj} \\ A_{di}^{\mathrm T}P + A_{dj}^{\mathrm T}P & -2S \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

则不等式(3.4)和(3.5)分别等价于

$$Y_1 + \begin{bmatrix} PD_i \\ 0 \end{bmatrix} F_i[E_{1i} + E_{2i}K_i \quad E_{di}] + [E_{1i} + E_{2i}K_i \quad E_{di}]^{\mathrm T}F_i^{\mathrm T}\begin{bmatrix} PD_i \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm T} < 0 \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} & Y_2 + \begin{bmatrix} PD_i \\ 0 \end{bmatrix} F_i[E_{1i} + E_{2i}K_j \quad E_{di}] + \\ & [E_{1i} + E_{2i}K_j \quad E_{di}]^{\mathrm T}F_i^{\mathrm T}\begin{bmatrix} PD_i \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm T} + \\ & \begin{bmatrix} PD_j \\ 0 \end{bmatrix} F_j[E_{1j} + E_{2j}K_i \quad E_{dj}] + \\ & [E_{1j} + E_{2j}K_i \quad E_{dj}]^{\mathrm T}F_j^{\mathrm T}\begin{bmatrix} PD_j \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm T} \leq 0 \quad (3.15) \end{aligned}$$

由引理1,对所有满足 $F_i^{\mathrm T}(t)F_i(t) \leq I$ 的 $F_i^{\mathrm T}(t)$, 上面两个不等式成立,当且仅当存在正数 $\varepsilon_i, \varepsilon_{ij}\,(i < j)$, 使得如下两个不等式成立。

$$\begin{aligned} & Y_1 + \varepsilon_i\begin{bmatrix} PD_i \\ 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} PD_i \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm T} + \\ & \varepsilon_i^{-1}[E_{1i} + E_{2i}K_i \quad E_{di}]^{\mathrm T}[E_{1i} + E_{2i}K_i \quad E_{di}] < 0 \end{aligned}$$

(3.16)

$$\begin{aligned} & Y_2 + \varepsilon_{ij}\begin{bmatrix} PD_i \\ 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} PD_i \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm T} + \\ & \varepsilon_{ij}^{-1}[E_{1i} + E_{2i}K_j \quad E_{di}]^{\mathrm T}[E_{1i} + E_{2i}K_j \quad E_{di}] + \\ & \varepsilon_{ji}\begin{bmatrix} PD_j \\ 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} PD_j \\ 0 \end{bmatrix} + \\ & \varepsilon_{ji}^{-1}[E_{1j} + E_{2j}K_i \quad E_{dj}]^{\mathrm T}[E_{1j} + E_{2j}K_i \quad E_{dj}] \leq 0 \end{aligned}$$

(3.17)

式(3.14)等价于

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 & \begin{matrix} PA_{di} + \\ (E_{1i} + E_{2i}K_i)^{\mathrm T}E_{di} \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_{di}^{\mathrm T}P + \\ E_{di}^{\mathrm T}(E_{1i} + E_{2i}K_i) \end{matrix} & -S + \varepsilon_i^{-1}E_{di}^{\mathrm T}E_{di} \end{bmatrix} < 0$$

(3.18)

由 Schur 引理,式(3.18)等价于

$$\begin{bmatrix} \tilde\Gamma_1 & PA_{di} & (E_{1i} + E_{2i}K_i)^{\mathrm T} & I & K_i^{\mathrm T} & I \\ A_{di}^{\mathrm T}P & -S & E_{di}^{\mathrm T} & 0 & 0 & 0 \\ (E_{1i} + E_{2i}K_i) & E_{di} & -\varepsilon_i & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & -Q^{-1} & 0 & 0 \\ K_i & 0 & 0 & 0 & -R^{-1} & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & -S^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.19)$$

其中

$$\tilde\Gamma_1 = P(A_i + B_iK_i) + (A_i + B_iK_i)^{\mathrm T}P + \varepsilon_iPD_iD_i^{\mathrm T}P$$

用 $\mathrm{diag}(P^{-1} \quad S^{-1} \quad I \quad I \quad I \quad I)$ 左乘、右乘式(3.19),记 $X = P^{-1}, W_i = K_iP^{-1}, V = S^{-1}$,得到不等式(3.10)。式(3.15)等价于

$$\begin{bmatrix} \Gamma_2 & \begin{matrix} P(A_{di} + A_{dj}) + \\ \varepsilon_{ij}^{-1}(E_{1i} + \\ E_{2i}K_j)^{\mathrm T}E_{di} + \\ \varepsilon_{ji}^{-1}(E_{1j} + E_{2j}K_i)^{\mathrm T} \end{matrix} \\ \begin{matrix} (A_{di} + A_{dj})^{\mathrm T}P + \\ \varepsilon_{ij}^{-1}E_{di}^{\mathrm T}(E_{1i} + \\ E_{2i}K_j) + \\ \varepsilon_{ji}^{-1}E_{dj}^{\mathrm T}(E_{1j} + E_{2j}K_i) \end{matrix} & \begin{matrix} -2S + \varepsilon_{ij}^{-1}E_{di}^{\mathrm T}E_{di} + \\ \varepsilon_{ji}^{-1}E_{dj}^{\mathrm T}E_{dj} \end{matrix} \end{bmatrix} \leq 0$$

$$\begin{aligned}\Gamma_2 = {} & 2Q + 2S + K_i^{\mathrm T}RK_i + K_j^{\mathrm T}RK_j + \\ & P(A_i + B_iK_j + A_j + B_jK_i) + \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&(A_i + B_iK_j + A_j + B_jK_i)^{\mathrm T}P + \\
&\epsilon_j PD_iD_i^{\mathrm T}P + \epsilon_i PD_jD_j^{\mathrm T}P + \\
&\epsilon_j^{1}(E_{1i} + E_{2i}K_j)^{\mathrm T}(E_{1i} + E_{2i}K_j) + \\
&\epsilon_i^{1}(E_{1j} + E_{2j}K_i)^{\mathrm T}(E_{1j} + E_{2j}K_i)
\end{aligned}
\tag{3.20}
$$

由 Schur 引理, 有

$$
\begin{bmatrix}
\Gamma_2 & P(A_{di} + A_{dj}) + \epsilon_j^{1}(E_{1i} + E_{2i}K_j)^{\mathrm T}E_{di} + \epsilon_i^{1}(E_{1j} + E_{2j}K_i)^{\mathrm T}E_{dj} \\
(A_{di} + A_{dj})^{\mathrm T}P + \epsilon_j^{1}E_{di}^{\mathrm T}(E_{1i} + E_{2i}K_j) + \epsilon_i^{1}E_{dj}^{\mathrm T}(E_{1j} + E_{2j}K_i) & -2S + \epsilon_j^{1}E_{di}^{\mathrm T}E_{di} + \epsilon_i^{1}E_{dj}^{\mathrm T}E_{dj}
\end{bmatrix} \le 0
$$

等价于

$$
\begin{bmatrix}
\tilde\Gamma_2 & P(A_{di} + A_{dj}) & (E_{1i} + E_{2i}K_j)^{\mathrm T} & (E_{1j} + E_{2j}K_i)^{\mathrm T} & I & K_i^{\mathrm T} & K_j^{\mathrm T} & I \\
(A_{di} + A_{dj})^{\mathrm T}P & -2S & E_{di}^{\mathrm T} & E_{dj}^{\mathrm T} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
(E_{1i} + E_{2i}K_j) & E_{di} & -\epsilon_jI & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
(E_{1j} + E_{2j}K_i & E_{dj} & 0 & -\epsilon_iI & 0 & 0 & 0 & 0 \\
I & 0 & 0 & 0 & (-2Q)^{-1} & 0 & 0 & 0 \\
K_i & 0 & 0 & 0 & 0 & -R^{-1} & 0 & 0 \\
K_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R^{-1} & 0 \\
I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(2S)^{-1}
\end{bmatrix} \le 0
$$

$$
\begin{aligned}
\tilde\Gamma_2 = {} & P(A_i + B_iK_j + A_j + B_jK_i) + \\
&(A_i + B_iK_j + A_j + B_jK_i)^{\mathrm T}P + \\
&\epsilon_j^{1}PD_iD_i^{\mathrm T}P + \epsilon_i^{1}PD_jD_j^{\mathrm T}P
\end{aligned}
$$

用 $\mathrm{diag}(P^{-1}S^{-1}\ I\ I\ I\ I\ I\ I)$ 左乘、右乘上式, 便得到矩阵不等式(3.11)。

2) 由定理 1 的证明可得。□

注 1 当 $r = 1$ 时, 定理 2 即为文献[2]中的定理 2。

当式(2.4)中的 B_i 都相等, ΔB_i 也都相等时, 即

$$
\begin{aligned}
\mathring{X}(t) = {} & \sum_{i=1}^{r} h_i(Z(t))[(A_i + \Delta A_i(t))X(t) + (A_{di} + \\
&\Delta A_{di}(t))X(t-d) + (B + \Delta B(t))u(t)]
\end{aligned}
\tag{3.21}
$$

则闭环系统为

$$
\begin{aligned}
\mathring{X}(t) = {} & \sum_{i=1}^{r} h_i(Z(t))[(A_i + BK_i + \Delta A_i(t) + \\
&\Delta BK_i)X(t) + (A_{di} + \Delta A_{di}(t))X(t-d)]
\end{aligned}
\tag{3.22}
$$

由上述定理的证明, 易得如下推论:

推论 1 对于模糊系统(3.21), 如果存在公共的正定矩阵 $X > 0, V > 0$ 及正数 ϵ, 使得如下线性矩阵不等式成立

$$
\begin{bmatrix}
\Lambda & A_{di}V & (E_{1i}X + E_{2i}W_i)^{\mathrm T} & X & W_i^{\mathrm T} & X \\
VA_{di}^{\mathrm T} & -V & VE_{di}^{\mathrm T} & 0 & 0 & 0 \\
E_{1i}X + E_{2i}W_i & E_{di}V & -\epsilon I & 0 & 0 & 0 \\
X & 0 & 0 & -Q^{-1} & 0 & 0 \\
W_i & 0 & 0 & 0 & -R^{-1} & 0 \\
X & 0 & 0 & 0 & 0 & -V
\end{bmatrix} < 0
$$

其中 $i = 1, 2, \cdots, r$。则状态反馈控制律 $u^*(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(Z(t))W_iX^{-1}x(t)$ 是一个保成本控制律, 且

$$
J^* = \varphi^{\mathrm T}(0)X^{-1}\varphi(0) + \int_{d}\varphi^{\mathrm T}(\tau)V^{-1}\varphi(\tau)\,\mathrm d\tau
$$

对不确定系统(3.21)是成本上界。

4 仿真实例

考虑没有外部扰动的不确定时滞模糊系统[9] R^1: If $x_2(t)$ is M_{11} Then

$\mathring{x}(t) = (A_1 + \Delta A_1(t))x(t) + (B +$

$\Delta B(t))u(t) + A_{d1}x(t - d)$

R^2: If $x_2(t)$ is M_{12} Then

$\dot{x}(t) = (A_2 + \Delta A_2(t))x(t) + (B + \Delta B(t))u(t) + A_{d2}x(t - d)$ 其中

$$x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]^T$$

$$x_1(t) \in [-1.5, 1.5]$$

$$x_2(t) \in [-1.5, 1.5]$$

$$M_{11}(x_2(t)) = 1 - x_2^2(t)/2.25$$

$$M_{12}(x(t)) := 1 - M_{11}(x_2(t)) = x_2^2/2.25$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.1125 & -0.02 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{d1} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.005 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.1125 & -1.527 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{d2} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.23 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -0.1125 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{11} = E_{12} = [1 \quad 0]$$

$$E = E_{21} = E_{22} = [1], \quad \Delta A_1 = DF(t)E_{11}$$

$$\Delta A_2 = DF(t)E_{12}, \quad \Delta B = DF(t)E$$

通过求解线性矩阵不等式, 得到

$$P = \begin{bmatrix} 8.6319 & 7.6485 \\ 7.6485 & 13.1063 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0.5821 & 0.0080 \\ 0.0080 & 0.6005 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = [-4.9745 \quad -4.7527]$$

$$K_2 = [-5.5763 \quad -4.6847]$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1.6914$$

状态的初始值是 $x_1(0) = -1, x_2(0) = -1.2, d = 4$。系统状态仿真结果如图 1 所示。

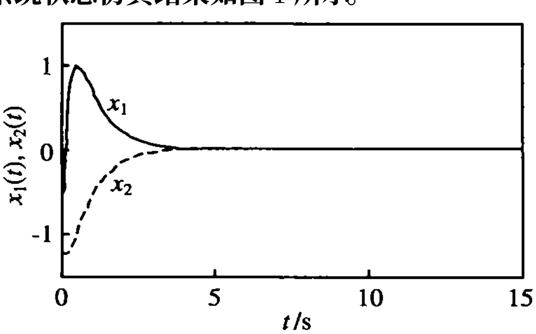

图 1 仿真结果

5 结 语

本文利用模糊 T-S 模型对一类不确定非线性时滞系统进行建模, 得到一组范数有界不确定模糊系统。结合一个二次型成本函数, 研究其保成本控制问题, 提出了保成本控制律存在的充分条件。利用求解线性矩阵不等式的方法给出了保成本控制律的设计。结论表明对一个给定的二次型成本函数, 闭环成本值不超过某个界。

参考文献(References):

[1] Chang M S L, Peng T K C. Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1972, 17(4): 474-483.

[2] Li Yu, Chu Jian. An LMI approach to guaranteed cost control of linear uncertain time-delay systems[J]. *Automatica*, 1999, 35: 1155-1159.

[3] 李志虎, 邵惠鹤. 一类不确定动态时滞系统保成本控制器的设计[J]. 上海交通大学学报, 2000, 34(5): 596-599.
(Li Z H, Shao H H. Desigh of guaranteed cost controllers for a class of uncertain time-delay systems[J]. *J of Shanghai Jiaotong University*, 2000, 34(5): 596-599.)

[4] Magdi S Mahmoud, Xie L H. Guaranteed cost control of uncertain discrete systems with delays[J]. *Int J of Control*, 2000, 73(2): 105-114.

[5] 邵锡军, 杨成吾. 离散不确定时滞系统的保成本控制[J]. 探测与控制学报, 2000, 22(3): 55-59.
(Shao X J, Yang C W. The guaranteed cost control of a discrete time delay linear systems[J]. *J of Detection and Control*, 2000, 22(3): 55-59.)

[6] 俞立, 黄昕, 褚健. 不确定时滞系统的保成本控制[J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 67-70.
(Yu L, Huang X, Chu J. Guaranteed cost control for uncertain time-delay systems[J]. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 67-70.)

[7] Kazuo Tanaka, Michio Sugeno. Stability analysis and design of fuzzy control systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, 45(2): 135-156.

[8] Xie Lihua. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty[J]. *Int J of Control*, 1996, 63(4): 741-750.

[9] Kap Rai Lee, Jong Hae Kim, Eun Tae Jeung, et al. Output feedback robust H^∞ control of uncertain fuzzy dynamic systems with time-varying delay[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2000, 8(6): 657-664.