文章编号: 1001-0920(2003)02-0141-04

基于遗传算法的非线性模型预测控制方法

杨建军, 刘　民, 吴　澄
(清华大学 自动化系, 北京 100084)

摘　要: 介绍了非线性模型预测控制算法结构, 提出了基于遗传算法的非线性模型预测控制方法, 将遗传算法作为优化技术用于受限非线性模型预测控制器的设计。算法采用双模控制策略, 将保证预测控制算法稳定性的终点等式约束转化为终点不等式约束, 以利于遗传算法的实施。基于不变集理论, 给出了非线性模型预测控制算法的稳定性定理。仿真结果表明了所提出控制算法的可行性和有效性。

关键词: 非线性系统; 模型预测控制; 遗传算法; 双模控制策略
中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Genetic algorithm based nonlinear model predictive control method

YANG Jian-jun, LIU Min, WU Cheng
(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Nonlinear model predictive control algorithm structure is introduced. A genetic algorithm based nonlinear model predictive control method is proposed for constrained nonlinear systems. Genetic algorithm is used as optimization techniques in designing of nonlinear model predictive controller. The controller uses dual-model control strategy, and the terminative equality constraints which are conditions of guaranteeing the stability of predictive control algorithm are turned into the terminative inequality constraints. The closed-loop stability theorem is also presented based on the invariant set theory. The simulation results show the feasibility and validity of control algorithm.

Key words: Nonlinear systems; Model predictive control; Genetic algorithm; Dual-model control strategy

1 引　　言

模型预测控制是自动控制理论的重要分支, 无论在理论上还是在应用上都取得了许多成果[1], 但目前针对非线性系统的模型预测控制方法, 大部分研究尚局限于一些特殊的非线性系统[2~4], 对一般非线性系统的研究成果还很少。对于一般非线性系统, 模型预测控制方法存在的困难主要是建模和优化问题。文献[5]针对一大类连续时间非线性系统, 提出了基于双模控制策略的滚动时域控制方法, 它将无限维的优化控制问题简化为有限维的非线性规划问题, 但仍要求非线性系统二次可微。

目前, 许多学者对非线性模型预测控制方法的研究产生了兴趣。文献[6]提出基于 SMIA 方法的非线性模型预测控制算法, 该算法虽能保证控制律在控制输入受限范围内的全局最优特性, 但计算时间较长, 不适于在线使用。还有一些采用传统的递

收稿日期: 2002-01-04; **修回日期**: 2002-05-13。
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60074015)。
作者简介: 杨建军(1972—), 男, 浙江余姚人, 博士, 从事模型预测控制理论及应用、智能优化的研究; 吴澄(1940—), 男, 浙江桐乡人, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士, 国家 863 计划自动化领域首席科学家, 从事复杂系统的建模、分析和智能优化等研究。

推优化方法, 但这些方法对初值太敏感, 很难得到全局最优解。为此, 人们正在努力寻求一种切实可行的优化技术, 以满足非线性模型预测控制算法的需求。遗传算法因其不苛求问题的表达形式和全局寻优的特点, 被认为是一种比较适合非线性模型预测控制器设计的优化技术, 该方法已在许多复杂优化问题中得到应用。遗传算法在模型预测控制方法中得到了一定的应用[7~9], 但主要是针对受限线性系统, 而且均未给出稳定性结论, 对非线性系统的研究则很少。

本文将遗传算法应用于离散时间的非线性系统模型预测控制方法中, 结合双模控制策略和不变集理论, 给出了控制算法的稳定性定理, 并通过数值仿真例子表明了该控制方法的可行性和有效性。

2 非线性模型预测控制算法结构

首先定义向量 z 的加权范数 $\|z\|_P = z^{\mathrm{T}}Pz$, P 为任意正定矩阵。考虑离散时间非线性系统的状态空间描述为

$$x(t+1) = f(x(t), u(t)),\quad x(0) = x_0 \tag{1}$$

系统的输入受限条件为

$$\Omega_u = \{u \mid -\bar{u} \leq u \leq \bar{u}\} \tag{2}$$

其中: $u(t) \in R$ 和 $x(t) \in R^m$ 为 t 时刻的系统输入和状态, f 为已知的非线性向量函数, $\bar{u}$ 为正常数。

假设 1 f 满足 $f(0,0) = 0$。

在 t 时刻, 根据系统(1) 和预测控制输入序列 $u(t+i-1 \mid t)$ $(i = 1,2,\cdots,N)$ 预测将来 N 步内的系统状态 $x(t+j \mid t)$, $j = 1,2,\cdots,N$, N 为预测水平。取目标函数

$$J = \sum_{i=1}^{N}(\|x(t+i \mid t)\|_Q + \|u(t+i-1 \mid t)\|_R) \tag{3}$$

其中 Q 和 R 为正定的状态和输入加权矩阵。

t 时刻, 在控制输入受限条件(2) 的约束下, 根据系统模型(1) 和控制输入序列 $u(t+i-1 \mid t)$ $(i = 1,2,\cdots,N)$ 极小化目标函数(3), 得最优控制序列 $u^*(t+i-1 \mid t)$, $i = 1,2,\cdots,N$; 取最优控制序列的第 1 个元素作为当前时刻的控制输入作用于系统; 在 $t+1$ 时刻重新进行采样、预测、优化。这就是基本的非线性模型预测控制算法结构, 其中目标函数的优化是算法的难点。通常, 为保证闭环系统的稳定性, 引入终点等式约束

$$x(t+i \mid t) = 0,\quad i \geq N \tag{4}$$

在极小化目标函数时, 除考虑输入约束外, 还应考虑终点等式约束。

3 基于遗传算法的非线性模型预测控制方法

本文提出的非线性模型预测控制算法采用遗传算法求解控制律。遗传算法是一种基于进化理论的优化技术, 它完全根据自然界的自然选择机理运作[10], 其基本概念和具体处理过程参见文献[10]。

将目标函数(3) 作为遗传算法的适应度函数, 状态变量的预测值表示为

$$\begin{aligned} &x(t+i \mid t) = \\ &f(f\cdots(f(x(t), u(t \mid t))\cdots u(t+i-\\ &2 \mid t))u(t+i-1 \mid t)),\quad 1 \leq i \leq N \end{aligned} \tag{5}$$

首先采用二进制编码方法对变量(控制输入序列 $u(t+i-1 \mid t)$, $i = 1,2,\cdots,N$) 进行编码。根据输入受限条件和要求精度确定编码串的长度 $L = N \times l$, l 为每个子串的长度, 算法的精度为 $2\bar{u}/2^l$。染色体 1, 1, …, 1 和 0, 0, …, 0 分别对应控制输入的上下界, 这样便能保证所求得的控制输入满足受限条件。

为保证闭环系统的稳定性, 非线性模型预测控制算法引入了终点等式约束。非线性系统很难象线性系统一样通过状态转换将终点等式约束去掉。为此, 本文采用双模控制策略[5], 其主要思想是放宽约束条件, 变等式约束为不等式约束。该不等式约束描述的是平衡点的一个邻域 W_α, 当系统状态进入该邻域时, 设计一个线性控制器使系统渐近稳定。当系统状态在 W_α 外面时, 采用非线性模型预测控制方法, 其控制目标是使系统状态进入 W_α。采用双模控制策略, 一方面扩大了优化问题的解集, 使得遗传算法的初始化和进化过程变得相对容易, 另一方面可以给出控制算法的稳定性定理。下面讨论如何确定邻域 W_α。

系统(1) 在原点进行线性化, 由如下假设得线性化后的系统为

$$x(t+1) = f_x(0,0)x(t) + f_u(0,0)u(t) \tag{6}$$

假设 2 线性系统(6) 是能稳定的。

定义线性控制律

$$u(t) = Kx(t) \tag{7}$$

其中 K 为控制器增益向量, 该控制律能稳定控制线性系统(6)。将控制律(7) 代入式(6), 得闭环状态方程为

$$x(t+1) = \Phi x(t) \tag{8}$$

其中 $\Phi = [f_x(0,0) + f_u(0,0)K]$。定义函数 V_l 为

$$V_l(x(t)) = \\ \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{\infty}(\|x(t+i)\|_Q + \|Kx(t+i-1)\|_R) =$$

$$\frac{1}{2}\left\|x(t)\right\|_P, \quad i=1,2,\cdots,\infty \tag{9}$$

其中 $x(t+i)$ 是初始状态为 $x(t)$ 时, 系统(8) 的状态轨迹。令式(9) 为系统(8) 的 Lyapunov 函数, 则

$$\begin{aligned} &V_l(x(t+1))-V_l(x(t))= \\ &(1/2)x^{\mathrm{T}}(t)(\Phi^{\mathrm{T}}P\Phi-P)x(t)= \\ &-(1/2)x^{\mathrm{T}}(t)(\Phi^{\mathrm{T}}Q\Phi+K^{\mathrm{T}}RK)x(t) \end{aligned} \tag{10}$$

令 $Q^*=\Phi^{\mathrm{T}}Q\Phi+K^{\mathrm{T}}RK$。

系统(8) 是由非线性系统

$$x(t+1)=f(x(t),Kx(t)) \tag{11}$$

局部线性化后得到的。定义线性化误差

$$\phi(x(t))=f(x(t),Kx(t))-\Phi x(t) \tag{12}$$

显然函数 ϕ 满足 $\phi(0)=0$, 且当 $\left\|x(t)\right\|_P\to 0$ 时, $\left\|\phi(x(t))\right\|_P/\left\|x(t)\right\|_P\to 0$, 则必然存在常数 $\alpha_1\in(0,\infty)$ 和 $\gamma\in(0,\infty)$, 使得当状态 $x(t)$ 满足 $V_l(x(t))=(1/2)\left\|x(t)\right\|_P\le(1/2)\alpha_1^2$ 时, 有

$$\left\|\phi(x(t))\right\|\le\gamma\left\|x(t)\right\| \tag{13}$$

成立。

引理 1[11]　任意给定正数 $\mu>1$, 则可定义正数 $\eta=1+(\mu-1)^{-1}$, 使

$$(z_1+z_2)^{\mathrm{T}}\overline{P}(z_1+z_2)\le\mu z_1^{\mathrm{T}}\overline{P}z_1+\eta z_2^{\mathrm{T}}\overline{P}z_2$$

成立。其中: $\overline{P}$ 是正定矩阵, z_1 和 z_2 是与 $\overline{P}$ 维数相一致的向量。

根据非线性系统(11) 和引理 1, 对 $V_l(x(t))$ 求差分, 即

$$\begin{aligned} &V_l(x(t+1))-V_l(x(t))= \\ &(1/2)(\left\|x(t+1)\right\|_P-\left\|x(t)\right\|_P)= \\ &(1/2)(\left\|\Phi x(t)+\right. \\ &\left.\phi(x(t))\right\|_P-\left\|x(t)\right\|_P)\le \\ &(1/2)(\mu\left\|\Phi x(t)\right\|_P+ \\ &\eta\left\|\phi(x(t))\right\|_P-\left\|x(t)\right\|_P)\le \\ &(1/2)(\mu\left\|\Phi x(t)\right\|_P+ \\ &\eta\beta\gamma\left\|x(t)\right\|-\left\|x(t)\right\|_P)= \\ &(-1/2)(x^{\mathrm{T}}(t)(Q^*- \\ &(\mu-1)\Phi^{\mathrm{T}}P\Phi-\eta\delta I_1)x(t)) \end{aligned} \tag{14}$$

其中: $\delta=\beta\gamma$, $\beta\in(0,\infty)$, 且 $P\le\beta I_2$, I_1 和 I_2 为维数相当的单位矩阵。因为 Q^* 是正定矩阵, 且当 $\left\|x(t)\right\|_P\to 0$ 时, $\left\|\phi(x(t))\right\|_P/\left\|x(t)\right\|_P\to 0$。所以必然存在常数 δ, 使得 $Q^*-(\mu-1)\Phi^{\mathrm{T}}P\Phi-\eta\delta I_1\ge 0$, 即

$$V_l(x(t+1))-V_l(x(t))\le 0$$

令 $\alpha\in(0,\alpha_1]$, 定义

$$\begin{aligned} W_\alpha&=\{x(t)\in R^n \mid V_l(x(t))\le\alpha^2/2\}= \\ &\{x(t)\mid\left\|x(t)\right\|_P\le\alpha^2\} \end{aligned} \tag{15}$$

由受限条件(2) 知, 对于任意 $x(t)\in W_\alpha$ 要求满足 $Kx(t)\in\Omega_u$, 由式(15) 和控制律(7) 得

$$\begin{aligned} \left\|Kx(t)\right\|&=\left\|K(\alpha P^{-1/2})(1/\alpha P^{1/2})x(t)\right\|\le \\ &\left\|K\alpha P^{-1/2}\right\|=\alpha^2KP^{-1}K^{\mathrm{T}} \end{aligned}$$

当 α 满足 $\alpha^2KP^{-1}K^{\mathrm{T}}\le\overline{u}^2$ 且 $\alpha\in(0,\alpha_1]$ 时, W_α 为系统(8) 和(11) 的不变可行集。即当初始状态在 W_α 内时, 系统的状态将始终保持在 W_α 内, 并渐近趋向于原点, 而且控制输入满足受限条件。

注 1　控制器增益向量 K, 正定矩阵 P 和常数 α 都可以离线计算。首先用传统方法设计 K, 使闭环系统的状态矩阵 $f_x(0,0)+f_u(0,0)K$ 稳定; 然后通过 Lyapunov 方程 $\Phi^{\mathrm{T}}P\Phi-P=-Q^*$ 计算 P, 根据 P 和 Q^* 确定常数 δ, 最后选择 α, α 越大可行解空间越大。

引入全局性能指标

$$\begin{aligned} &J(t)= \\ &\sum_{i=1}^{\infty}(\left\|x(t+i|t)\right\|_Q+\left\|u(t+i-1|t)\right\|_R)= \\ &J+\sum_{i=N+1}^{\infty}(\left\|x(t+i|t)\right\|_Q+ \\ &\left\|u(t+i-1|t)\right\|_R) \end{aligned} \tag{16}$$

给定线性控制律 K 和正定矩阵 P, 当某一时刻状态确定时, 目标函数 $J(t)$ 是控制序列 $u(t+i-1|t)$ 的函数, $i=1,2,\cdots,N$。

用遗传算法在线求解控制律时, 为提高算法的效率, 每一时刻的初始群体不要全部用随机方法生成, 部分个体可在前一时刻求得解的基础上, 采用变异方法生成, 而且群体内必须包含上一时刻求得的控制序列 $u(t+i|t)$, $i=1,2,\cdots,N$, $u(t+N|t)=Kx(t+N|t)$, 这对保证算法的稳定性很重要。

注 2　用上述方法初始化个体, 虽然存在丢失全局最优解的可能, 但优化算法效率明显提高。

遗传算法采用最优保存策略, 终点不等式约束采用搜索空间限定法处理, 即采用程序来保证产生的染色体都对应可行解。它要求父代个体在经过一定次数的交叉运算和变异运算后, 产生出对应可行解的染色体, 否则用父代个体替换。用遗传算法求得的控制律并不能保证是最优控制律, 但一定是近优控制律。

4　稳定性分析

定理 1　若系统(1) 满足假设 1 和假设 2, 且对于初始状态 x_t, 存在满足系统受限条件的控制序列 $u(t+i-1|t)$, $i=1,2,\cdots,N$, 使得系统状态在 N 步内进入不变可行集 W_α, 则在不考虑外部干扰的影

响下，基于遗传算法的模型预测控制方法能保证系统闭环渐近稳定。

证明 若系统状态 $x_t \in W_\alpha$，则由 W_α 的特性可知，线性控制律(7) 使系统渐近稳定。若 $x_t \notin W_\alpha$，则由条件知，存在可行的控制序列 $u(t+i-1|t)$，$i=1,2\cdots,N$，使系统在 N 步后进入 W_α，相应的目标函数值为 $\vartheta(t)$。取 $u^*(t+1)=[u(t+1|t),\cdots,u(t+N-1|t),Kx(t+N|t)]$，则 $u^*(t+1)$ 也是可行解，而且对应的目标函数值为 $\vartheta^*(t+1)$，所以 $\vartheta^*(t+1)-\vartheta(t)=-\|x_{t+1}\|_Q-\|u_t\|_R<0$。由于 $t+1$ 时刻遗传算法的初始群体中包含 t 时刻求得的 $u^*(t+1)$，而且算法采用最优保存策略，因此 $t+1$ 时刻的实际目标函数值应小于或等于 $\vartheta^*(t+1)$。依次类推，控制算法使目标函数单调递减，所以闭环系统渐近稳定。□

5 仿真研究

下面通过仿真例子来说明算法的有效性。考虑离散时间状态空间模型

$$\begin{cases} x_1(t+1)= \\ x_2(t)+2x_1(t)u(t)+x_1^2(t)u(t)+u^2(t) \\ x_2(t+1)=2x_1(t)+u(t) \end{cases}$$

在原点附近线性化，得

$$f_x(0,0)=\begin{bmatrix}0&1\\2&0\end{bmatrix},\quad f_u(0,0)=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$$

$f_x(0,0)$ 的特征值为[1 2]，用极点配置方法对线性化后的系统设计稳定控制律为

$$u(t)=Kx(t)=[-2\ \ 0.9]x(t)$$

则系统的闭环极点为[0 0.9]。

选择 $Q=\begin{bmatrix}0.1&0\\0&0.1\end{bmatrix}$，$R=1$，则

$$P=\begin{bmatrix}4&-1.8\\-1.8&9.2158\end{bmatrix}$$

取 $\delta=0.0076$，$\alpha=0.75$，控制器设计参数 $N=10$，$\overline{u}=1$。遗传算法采用二进制编码，种群的个体数量为 50，控制输入子串长度为 16，选择、交叉、变异概率分别为 1，0.7 和 0.05，遗传代数为 200。取初始状态为 $x(0)=[-2,5]$。仿真结果如图 1～图 3 所示，图 1 中两条虚线之间部分为控制输入受限范围，椭圆为不变可行集 W_α；图 2 表示状态进入不变可行集 W_α 后，采用线性控制律时，系统状态的响应曲线，系统最终稳定在状态[0 0]；图 3 是输入响应曲线。

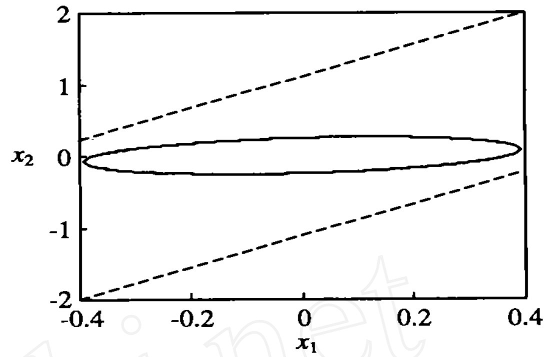

图 1 控制输入受限范围和不变可行集

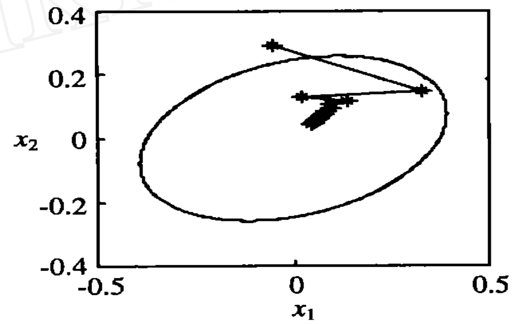

图 2 系统状态响应曲线

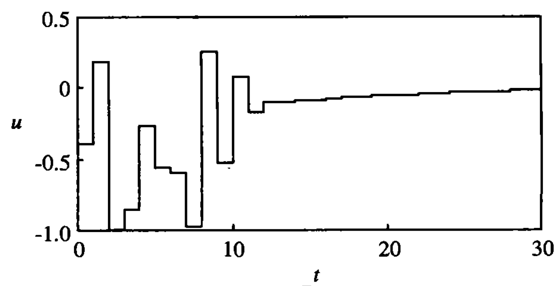

图 3 控制输入响应曲线

6 结 语

本文将遗传算法作为非线性模型预测控制算法的优化技术，能很好地处理系统输入受限问题。控制器采用双模控制策略，变终点等式约束为不等式约束，并基于不变集理论给出了控制算法的稳定性定理。通过约束条件的转换，使其便于遗传算法的具体实施，而且算法的在线计算量较小，适合在线使用。本文结果可以很容易地推广到多变量系统和输出受限系统。

参考文献(References)：

[1] Eduardo F C, Carlos B. *Model Predictive Control*[M]. New York: Springer, 1998.

[2] Fruzzetti K P, Palaoglu A, Mcdonald K A. Nonlinear model predictive control using Hammerstein models[J]. *J of Process Control*, 1997, 7(1): 31-41.

(下转第 149 页)

的控制系统, 不仅在系统元件处于良好工作条件下能够正常运行, 即使系统执行器和传感器在所限定的失误集合内出现任何失误, 系统仍能正常运行并保持较好的性能。

5 结　语

本文讨论了线性不确定系统的可靠控制问题, 利用 H_∞控制技术给出了在系统的传感器和执行器同时出现某些失误时可靠控制的设计方案。采用该方案所设计的可靠控制在系统不出现失误时, 可增强系统的品质; 当系统出现某些失误时, 仍能保证系统的正常运行。仿真例子进一步显示了所给出的设计方案的设计步骤, 同时证实了本文结论的有效性。

参考文献(References):

[1] MacFarlane A G J. *Complex Varyable Methods for Linear Multivariable Feedback Systems*[M]. London: Taylor and Francis Ltd, 1980.

[2] Shimemura E, Fujita M. A design method for linear state feedback systems possessing integrity based on a solution of Riccati-type equation[J]. *Int J Control*, 1985, 24(4): 887-899.

[3] Veillette R J. Reliable state feedback and reliable observer[A]. *Proc 31st IEEE Conf on Decision and Control*[C]. Tucson, 1992. 2898-2903.

[4] Veillite R J, Medanic J V, Perkins W R. Design of reliable control systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(3): 290-304.

[5] Veillette R J. Reliable linear-quadratic state feedback control[J]. *Automatica*, 1995, 31(1): 137-143.

[6] Yang G H, Wang J L, Soh Y C. Reliable H-infinite controller design for linear systems[J]. *Automatica*, 2001, 37(3): 717-725.

[7] Seo C J, Kim B K. Robust and reliable H_∞ control for linear systems with parameter uncertainty and actuator failue[J]. *Automatica*, 1996, 32(2): 465-467.

[8] Wang Z, Huang B, Unbehauen H. Robust reliable control for a class of uncertain nonlinear state-delayed systems[J]. *Automatica*, 1999, 35(2): 955-963.

[9] 孙金生, 李军, 王执铨. 时滞不确定系统的鲁棒容错控制[J]. 控制理论与应用, 1998, 15(2): 266-217.
(Sun J S, Li J, Wang Z Q. Robust fault-tolerant control of uncertain time-delay systems[J]. *Control Theory and Applications*, 1998, 15(2): 266-271.)

[10] 胡寿松, 曹坚, 王永. 关联大系统的分散强稳定控制[J]. 控制理论与应用, 1996, 13(3): 282-286.
(Hu S S, Cao J, Wang Y. Decentralized strong stable control of a class of interconnected systems[J]. *Control Theory and Applications*, 1996, 13(3): 282-286.)

[11] 顾永如, 李岐强, 程正群, 等. 具有状态滞后的不确定系统的鲁棒可靠 H_∞控制[J]. 控制理论与应用, 1999, 16(1): 149-151.
(Gu Y R, Li Q Q, Cheng Z Q, et al. Robust reliable control for linear uncertain systems with delayed state[J]. *Control Theory and Applications*, 1999, 16(1): 149-151.)

[12] Xie L H, Souza C E De. Robust H-infinite control for linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(2): 1188-1191.

(上接第 144 页)

[3] Bloemen H H J, Van den Boom T J J. MPC for Wiener systems[A]. *Proc of the 38th IEEE Conf on Decision and Control*[C]. Phoenix, 1999. 4595-4600.

[4] Feng E B, Yu J S, Jiang W S. New method for predictive controller design for bilinear systems[J]. *Int J of Control*, 1991, 53(1): 97-111.

[5] Michalska H, Mayne D Q. Robust receding horizon control of constrained nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1993, 38(11): 1623-1633.

[6] Yang J J, Wang W. Global numerical approach to constrained nonlinear generalized predictive control[A]. *Proc of the 14th IFAC*[C]. Beijing, 1999. 13-17.

[7] Onnen C, Babuska R, Kaymak U, et al. Genetic algorithms for optimization in predictive control[J]. *Control Engineering Practice*, 1997, 5(10): 1363-1372.

[8] Fravolini M L, La Cava M. Evolutionary algorithms for adaptive predictive control[A]. *7th IEEE Symposium on Emerging Technologies and Factory Automation, ETFA '99*[C]. Barcelona, 1999. 55-61.

[9] Martinez M, Senent J S, Blasco X. Generalized predictive control using genetic algorithms (GAGPC)[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 1998, 11(3): 355-367.

[10] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.

[11] Cannon M, Kouvaritakis B, Lee Y I, et al. Efficient nonlinear model based predictive control[D]. *Oxford*: *University of Oxford*, 1999.