文章编号: 1001-0920(2003) 03-0304-05

混合动态系统有界性定理及应用

高　瑞
(山东大学 数学与系统科学学院, 山东 济南 250100)

摘　要: 从连续系统的角度出发, 提出并证明了混合动态系统的有界性定理, 并以一类具体的数字反馈采样控制系统为例, 详细阐述了有界性定理的具体应用, 最终得到系统在其状态空间内有界的充分条件。

关键词: 混合动态系统; 一致有界性; 一致终结有界性; 数字反馈采样控制系统
中图分类号: TP271　　文献标识码: A

Boundedness theorem of hybrid dynamical systems and applications

GAO Rui
(School of Mathematics and System Science, Shandong University, Ji'nan 250100, China)

Abstract: Boundedness theorem of hybrid dynamical systems is presented by the study of continuous systems. Concrete applications of the theorem are recounted via analyzing a specific class of digital feedback sampling control systems. Sufficient conditions that the state of a hybrid dynamical system is bounded in the state space are given.

Key words: Hybrid dynamical systems; Uniform boundedness; Uniform ultimate boundedness; Digital feedback sampling control systems

1 引　　言

混合动态系统(HDS) 理论是近年兴起的系统分析理论。它是由离散事件动态系统(DEDS) 和连续变量动态系统(CVDS)组成并相互作用形成的。由于 HDS 既具有连续变量动态特性, 又有离散事件动态特性, 因此涵盖了实际应用中的一大类系统, 从而引起了科技人员的研究兴趣, 开辟了一个崭新的研究领域。对 HDS 的研究方法大致可分为两类: 一类是将连续系统嵌入离散事件动态系统, 用自动机语言和 Petri 网等工具对其进行建模, 并对所得到的 HDS 模型进行分析。该方法倾向于离散事件系统, 其研究侧重于连续动态系统间的离散切换。另一类是将离散事件动态系统嵌入连续系统, 用微分方程或差分方程对模型进行描述, 然后利用成熟的连续系统分析方法对 HDS 模型进行分析, 其研究侧重于连续系统。除了对 HDS 的理论研究, 科研人员还针对许多具体系统用 HDS 建模并进行分析, 也取得了一些有意义的结果。本文从连续系统的角度出发, 给出 HDS 有界性定理及其证明, 并以一类数字反馈采样控制系统为例, 给出有界性定理的具体应用。

2 HDS 有界性定理

由于 HDS 覆盖的领域非常广泛, 因此关于 HDS 的定义也各有差别, 每种定义往往对应其各自的应用领域。在此, 采用文献[1] 中的定义来描述 HDS。

定义 1[1]　定义 HDS 为一个五元组$\{\boldsymbol{T}, \boldsymbol{X}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{T}_0\}$, 其中 $\boldsymbol{T}$ 为 HDS 的时空间, 其元素包含连续时

收稿日期: 2002-02-01; 修回日期: 2002-04-18。
作者简介: 高瑞(1975—), 男, 山东济南人, 博士生, 从事混合动态系统理论研究。

间变量和离散时刻; $\boldsymbol{X}$ 表示 HDS 的状态空间, 其元素由连续系统运动状态和离散事件状态两部分组成, 可以在时空间 $\boldsymbol{T}$ 和状态空间 $\boldsymbol{X}$ 中定义距离和次序关系; $\boldsymbol{A} \subset \boldsymbol{X}$ 为 HDS 的初始状态集合; $\boldsymbol{S}$ 为 HDS 所有的允许运动所组成的集合; $\boldsymbol{T}_0 \subset \boldsymbol{T}$ 表示 HDS 的初始时间集合。

上述定义中, 关于 HDS 各部分的元素, 用如下符号表示: 令 $Z^+ = \{$全体非负整数$\}$, $N = \{$全体自然数$\}$, $R^+ = \{$全体非负实数$\}$。HDS 的时空间 $\boldsymbol{T} \subset R^+ \times \boldsymbol{E}$, 其中 $\boldsymbol{E} \triangleq \{\tau_k, k \in Z^+, 0 = \tau_0 < \tau_1 < \cdots\}$ 表示离散时刻集合。时空间元素记为 $r = (t, \tau_k)^\tau$, 其中 t 表示连续时间变量, $\tau_k \in \boldsymbol{E}$ 表示离散时刻, 它们满足关系 $t \in [\tau_k, \tau_{k+1}), k \in Z^+$, 特别地, 将系统在离散切换时刻上的时间元素记为 $r_k = (\tau_k, \tau_k)^\tau, k \in Z^+$。时空间 $\boldsymbol{T}$ 和状态空间 $\boldsymbol{X}$ 中定义距离和次序关系分别用 $d(\cdot, \cdot)$ 和 "$\succ$"表示。在此, 只具体定义 HDS 时间空间中元素的距离关系: 对任意的 $r_1 = (t_1, \tau_{k_1})^\tau \in \boldsymbol{T}, r_2 = (t_2, \tau_{k_2})^\tau \in \boldsymbol{T}$ 定义

$$d(r_1, r_2) \triangleq |r_1 - r_2| = |t_1 - t_2| \quad (2.1)$$

为简单起见, 采用连续时间的符号记法表示时空间中的元素关系, 如对 $\boldsymbol{T}$ 中某元素 r 满足关系 $r_{k+1} \succ r \succ r_k$, 可记为 $r \in (r_k, r_{k+1})$。$q(\cdot; a, r_0) \in \boldsymbol{S}$ 表示 HDS 的一个运动, 其中 $a \in \boldsymbol{A}, r_0 \in \boldsymbol{T}_0$ 分别表示系统运动的初始状态和初始时间, 对某 $r \succ r_0$, $q(r; a, r_0) \in \boldsymbol{X}$ 表示在 r 时刻 HDS 的一个状态。以下本文将采用 HDS 的运动集合 $\boldsymbol{S}$ 代表系统。

给出 H 类函数和 $H\infty$ 类函数的定义[2] 如下:

定义 2 称 $\phi(\mu): R^+ \to R$ 是 H 类函数或 $\phi(\mu) \in H$, 若其满足以下条件: 1) $\phi(\mu)$ 在 R^+ 上连续; 2) 对任意的 $\mu \geq 0$, 有 $\phi(\mu) \geq 0$ 成立, 当 $\mu = 0$ 时, $\phi(\mu) = 0$; 3) 对任意的 $\mu_1, \mu_2 \in R^+$ 且 $\mu_2 > \mu_1$, 存在 $\phi(\mu_2) > \phi(\mu_1)$。进一步, 若 $\phi(\mu)$ 满足上述条件, 且有

$$\lim_{\mu \to +\infty} \phi(\mu) = +\infty \quad (2.2)$$

则称 $\phi(\mu)$ 是 $H\infty$ 类函数或 $\phi(\mu) \in H\infty$。

定义 3[1] 设 $\{\boldsymbol{T}, \boldsymbol{X}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{T}_0\}$ 是一个 HDS, $\Omega \subset \boldsymbol{X}$ 是存在于 HDS 状态空间中的一个有界集, 称系统 $\boldsymbol{S}$ 是 Ω-有界的, 若对任意的 $\delta > 0$, 存在 $M = M(\delta, r_0) > 0$, 当 $d(a, \Omega) < \delta$ 时, 对所有的 $r \succ r_0$, 均存在 $d(q(r; a, r_0), \Omega) < M$; 若上述 M 独立于初始时刻 r_0, 则系统 $\boldsymbol{S}$ 被称为 Ω-一致有界的。存在某一常数 $M > 0$, 若对任意的 $\delta > 0$, 存在 $\sigma = \sigma(\delta) > 0$(独立于 r_0), 使得当 $d(a, \Omega) < \delta$ 时, 对所有的 $r \succ r_0$ 且 $d(r, r_0) > \sigma$, 有 $d(q(r; a, r_0), \Omega) < M$ 成立, 则称 $\boldsymbol{S}$ 是 Ω-一致终结有界的。若 $\boldsymbol{S}$ 对其状态空间 $\boldsymbol{X}$ 中的所有有界集 Ω 分别具有 Ω-有界性、Ω-一致有界性和 Ω-一致终结有界性, 则称 $\boldsymbol{S}$ 具有有界性、一致有界性和一致终结有界性。

定理 1 设 $\{\boldsymbol{T}, \boldsymbol{X}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{T}_0\}$ 是一个 HDS, $\Omega \subset \boldsymbol{X}$ 存在于 HDS 状态空间中的一个有界集合, 若存在函数 $V: \boldsymbol{X} \to R^+$, 对任意的 $q(\cdot; a, r_0) \in \boldsymbol{S}$, $V(q(r; a, r_0))$ 在 $[r_0, +\infty) \setminus \{r_k, k \in Z^+\}$ 上连续, 且满足:

1) 存在 $H\infty$ 类函数 ϕ_1, ϕ_2, 使得

$$\phi_1(d(q(r; a, r_0), \Omega)) \leq V(q(r; a, r_0)) \leq \phi_2(d(q(r; a, r_0), \Omega)), \quad r \succ r_0 \quad (2.3)$$

2) 存在单调非减函数 $f \in C[R^+; R^+]$, 对任意的 $r \in [r_k, r_{k+1}), k \in Z^+$, 使得

$$V(q(r; a, r_0)) \leq f(V(q(r_k; a, r_0))) \quad (2.4)$$

特别地, 当 $r = r_{k+1}$ 时

$$V(q(r; a, r_0)) \leq V(q(r^-; a, r_0)) \quad (2.5)$$

其中 $r^- = r_{k+1}^- = (\tau_{k+1}, \tau_k)^\tau$。且对某一给定的常数 $\xi > 0$, 定义

$$k_0 \triangleq \min\{k \in Z^+, \text{存在 } r \succ r_k \text{ 满足 } d(q(r; a, r_0), \Omega) \geq \xi\} \quad (2.6)$$

当 $k \geq k_0$ 时, 存在

$$V(q(r_{k+1}; a, r_0)) \leq V(q(r_k; a, r_0)) \quad (2.7)$$

则系统 $\boldsymbol{S}$ 是 Ω-一致有界的。若上述假设条件 1) 和 2) 均成立, 并且函数 V 还满足: 存在 H 类函数 ϕ_3, 对 $k \geq k_0$ 有

$$V(q(r_{k+1}; a, r_0)) - V(q(r_k; a, r_0)) \leq -\phi_3(d(q(r_k; a, r_0), \Omega)) d(r_{k+1}, r_k) \quad (2.8)$$

成立, 则系统 $\boldsymbol{S}$ 是 Ω-一致终结有界的。

证明　证明系统 $\boldsymbol{S}$ 在定理假设条件 1) 和 2) 下的 Ω-一致有界性成立。任取 $\delta > 0$, 对某一给定的常数 $\xi > 0$, 分两种情形进行讨论。

情形 1　假设 $\delta > \xi$, 则当 $d(a, \Omega) \in [\xi, \delta)$ 时, 由 k_0 的定义式(2.6) 可知 $k_0 = 0$, 于是对任一 $k \geq 0$, 必有式(2.7) 成立, 由式(2.3), 得

$$V(q(r_k; a, r_0)) \leq V(q(r_0; a, r_0)) \leq \phi_2(d(a, \Omega)) \leq \phi_2(\delta) \quad (2.9)$$

则对任意的 $r \succ r_0$, 其必属于某个区间 $[r_{k'}, r_{k'+1})$ $(k' \geq 0)$, 根据式(2.4) 及函数 f 的单调性, 得

$$V(q(r; a, r_0)) \leq f(V(q(r_{k'}; a, r_0))) \leq f(\phi_2(\delta)) \quad (2.10)$$

令 $M_1 = \phi_1^{-1}(f(\phi_2(\delta)))$, 显然可得到

$$d(q(r; a, r_0), \Omega) \leq M_1 \quad (2.11)$$

若 $d(a, \Omega) \leq \xi$, 则此讨论过程类似于下面的情

形 2。

情形 2 假设 $\delta \le \xi$, 则当 $d(a, \Omega) < \delta$ 时, 有 $d(a, \Omega) < \xi$ 成立。对于给定的 $\xi > 0$, 令

$$M_2 = \phi_1^{-1}(f(\phi_2(\xi))) \tag{2.12}$$

则当 $d(a, \Omega) < \xi$ 时, 对任意的 $r \succ r_0$, 必存在

$$d(q(r; a, r_0), \Omega) \le M_2 \tag{2.13}$$

事实上, 若上述结论不成立, 则必存在某个 $r' \succ r_0$, $r' \in [r_{k'}, r_{k'+1})$, 使得

$$d(q(r'; a, r_0), \Omega) > M_2 \tag{2.14}$$

根据式(2.3) 和(2.12), 得

$$V(q(r'; a, r_0)) \ge \phi_1(d(q(r'; a, r_0), \Omega)) > f(\phi_2(\xi)) \tag{2.15}$$

因为 $r' \in [r_{k'}, r_{k'+1})$, 则由式(2.4) 和函数 f 的单调性, 存在

$$\phi_2(\xi) < V(q(r_{k'}; a, r_0)) \tag{2.16}$$

又由式(2.3) 和 ϕ_2 的 H_∞ 类函数性质, 可得

$$d(q(r_{k'}; a, r_0), \Omega) > \xi \tag{2.17}$$

由 k_0 的定义(2.6) 可知, $k' \ge k_0$, 由于 HDS 的初始状态 a 满足 $d(a, \Omega) < \xi$, 显然由式(2.6) 可得

$$d(q(r_{k_0}; a, r_0), \Omega) \le \xi \tag{2.18}$$

考察式(2.16), 由式(2.3) 及 ϕ_2 的 H_∞ 类函数性质, 得

$$V(q(r_{k_0}; a, r_0)) < V(q(r_{k'}; a, r_0)), \quad k' \ge k_0 \tag{2.19}$$

此结论与式(2.7) 相矛盾。

综上两种情形, 取 $M = \max\{M_1, M_2\}$, 则系统 $\boldsymbol{S}$ 的 Ω-一致有界性得证。

下面证明系统 $\boldsymbol{S}$ 的 Ω-一致终结有界性, 对任意的 $\delta > 0$ 和给定的 $\xi > 0$, 仍分为两种情形讨论。

情形 Ⅰ 假设 $\delta > \xi$, 若 $d(a, \Omega) \in [\xi, \delta)$, 令

$$\sigma = \frac{\lambda(\phi_2(\delta) - f^{-1}(\phi_1(\xi)))}{\phi_3(\xi)} \tag{2.20}$$

其中 $\lambda > 0$ 为适当大的整数。则易证, 必存在 r', 满足 $r' \succ r_0$ 且 $d(r', r_0) \le \sigma$, 使得

$$d(q(r'; a, r_0), \Omega) \le \xi \tag{2.21}$$

成立。事实上, 若不存在这样的 r', 则对任意的 r'', 满足 $r'' \succ r_0$ 且 $d(r'', r_0) \le \sigma$ 均有

$$d(q(r''; a, r_0), \Omega) > \xi \tag{2.22}$$

成立。于是由式(2.3) 得

$$\phi_1(\xi) < V(q(r''; a, r_0)) \tag{2.23}$$

显然, 由 σ 的定义式(2.20), 只要 λ 取得足够大, 则一定存在某 $k_1 \in N$, 使得连续时间区间 $[\tau_{k_1}, \tau_{k_1+1}) \subset [\tau_0 + \sigma/\lambda, \tau_0 + \sigma]$, 又由于 r'' 取值是任意的, 不妨设 $r'' \in [r_{k_1}, r_{k_1+1})$, 于是由定理 1 的 2) 得

$$\begin{aligned} &V(q(r''; a, r_0)) \le f(V(q(r_{k_1}; a, r_0))) \le \\ &f(V(q(r_{k_1-1}; a, r_0)) - \\ &\phi_3(d(q(r_{k_1-1}; a, r_0), \Omega))d(r_{k_1}, r_{k_1-1})) \le \\ &f(V(q(r_0; a, r_0)) - \phi_3(\xi)\sum_{j=0}^{k_1-1} d(r_{j+1}, r_j)) \le \\ &f(\phi_2(\delta) - \phi_3(\xi)d(r_{k_1}, r_0)) \le \\ &f(\phi_2(\delta) - \phi_3(\xi)\sigma/\lambda) = \phi_1(\xi) \end{aligned} \tag{2.24}$$

式(2.24) 与式(2.23) 矛盾。所以对上述证明过程中情形 2 所定义的 M_2, 当 $r \succ r_0$ 且 $d(r, r_0) > \sigma$ 时, 类似于情形 2 的证明可知 $d(q(r; a, r_0), \Omega) \le M_2$ 成立。若当 $d(a, \Omega) \le \xi$, 则证明类似于下面的情形 Ⅱ。

情形 Ⅱ 假设 $\delta \le \xi$, 则当 $d(a, \Omega) < \delta$ 时, $d(a, \Omega) < \xi$ 成立。显然对任意的 $\sigma > 0$, 均存在 r', 满足 $r' \succ r_0$ 且 $d(r', r_0) \le \sigma$, 使得式(2.21) 成立。类似于情形 Ⅰ 的证明过程, 最终可得当 $r \succ r_0$ 且 $d(r, r_0) > \sigma$ 时, 存在 $d(q(r; a, r_0), \Omega) \le M_2$。

综上两种情形, 对任意的 $\delta > 0$ 和给定的 $\xi > 0$, 只需取

$$\sigma = \frac{\lambda(\phi_2(\delta) - f^{-1}(\phi_1(\xi)))}{\phi_3(\xi)}, \quad M = M_2$$

则系统 $\boldsymbol{S}$ 的 Ω-一致终结有界性得证。□

注 1 由上述定义 3 及定理 1 的叙述和证明可以看出, 系统 $\boldsymbol{S}$ 的 Ω-一致有界性定义中的 M 与 δ 的选取有关, 即 M 的大小随 δ 的变化而变化, 而 $\boldsymbol{S}$ 的 Ω-一致终结有界性定义中的 M 则是一个完全独立的正数, 它和 $\boldsymbol{S}$ 的初始运动状态与有界集 Ω 的距离远近无关, 因此在定理 1 中需要较强的充分条件来保证 $\boldsymbol{S}$ 的 Ω-一致终结有界性。

由定理 1 的叙述可知, 当系统的状态与有界集 Ω 的距离大于常数 ξ 时, 则定理提供的 Lyapunov 函数 V 将在后继的所有离散切换时刻上为单调非增的。实际上, 可将这种条件适当放宽, 于是得到下面的定理。

定理 2 设 $\{\boldsymbol{T}, \boldsymbol{X}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{T}_0\}$ 是一个 HDS, $\Omega \subset \boldsymbol{X}$ 是存在于 HDS 状态空间中的一个有界集, 若存在函数 $V: \boldsymbol{X} \to R^+$, 对任意的 $q(\cdot; a, r_0) \in \boldsymbol{S}$, $V(q(r; a, r_0))$ 在 $[r_0, +\infty) \backslash \{r_k, k \in Z^+\}$ 上连续, 且满足:

1) 存在 H_∞ 类函数 ϕ_1 和 ϕ_2, 使得

$$\phi_1(d(q(r; a, r_0), \Omega)) \le V(q(r; a, r_0)) \le \phi_2(d(q(r; a, r_0), \Omega)), \quad r \succ r_0 \tag{2.25}$$

2) 存在单调非减函数 $f \in C[R^+, R^+]$, 对任意的 $r \in [r_k, r_{k+1})(k \in Z^+)$, 函数 V 满足

$$V(q(r;a,r_0)) \le f(V(q(r_k;a,r_0))) \quad (2.26)$$

特别当 $r = r_{k+1}$ 时, 有

$$V(q(r;a,r_0)) \le V(q(r^-;a,r_0)) \quad (2.27)$$

成立。其中 $r^- = r_{k+1}^- = (\tau_{k+1}^-, \tau_k)^\tau$。且对某一给定的常数 $\xi > 0$, 定义集合

$$K \triangleq \{k \in Z^+, \text{存在 } r \in [r_k, r_{k+1}) \text{ 满足 } d(q(r;a,r_0),\Omega) \ge \xi\} \quad (2.28)$$

当 $k \in K$ 时, 存在

$$V(q(r_{k+1};a,r_0)) \le V(q(r_k;a,r_0)) \quad (2.29)$$

则系统 S 是 Ω-一致有界的。若条件 1) 和 2) 均成立, 且函数 V 还满足: 存在 H 类函数 ϕ_3, 对 $k \in K$ 有

$$V(q(r_{k+1};a,r_0)) - V(q(r_k;a,r_0)) \le -\phi_3(d(q(r_k;a,r_0),\Omega))\,d(r_{k+1},r_k) \quad (2.30)$$

成立, 则系统 S 是 Ω-一致终结有界的。

定理 2 的证明类似于定理 1, 证明略。

3　应　　用

在系统的建模工作中可以发现, 有一大类控制系统都可用 HDS 建模并进行分析。下面以一类数字反馈采样控制系统为例, 对上述定理进行具体应用。

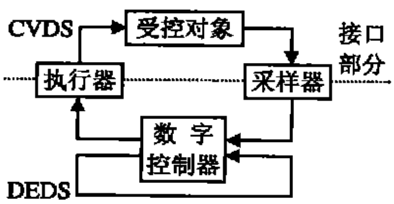

图 1　数字反馈采样控制系统

如图 1 所示的采样控制系统, 为简单起见, 设外输入为 0, 受控对象的控制输入来自系统数字控制器的输出, 受控对象的状态经采样器采样后与上一采样周期的数字控制信号合并为数字控制器的参考输入, 于是构成一个闭环控制系统。

下面在此仅讨论线性系统的情形。系统的数学描述如下

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(\tau_k), \quad t \in [\tau_k, \tau_{k+1}) \quad (3.1a)$$

$$u(\tau_{k+1}) = Cx(t^-) + Du(\tau_k), \quad t = \tau_{k+1} \quad (3.1b)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 为系统受控对象的状态; $u(\tau_k) \in R^m$ 为系统数字控制器的输出控制; $A, C \in R^{n\times n}$ 和 $B, D \in R^{n\times m}$ 为定常的系数矩阵, 特别设 A 可逆; 由常微分方程理论[3] 可知, 给定系统的初始状态 $x(t_0)$ 和初始控制 $u(\tau_0)$, 系统的运动由方程组(3.1) 唯一确定。

显然上述系统可以描述成一个 HDS, 系统的时空间为 $\boldsymbol{T} = \{r \in (t, \tau_k)^\tau \in R^+ \times \boldsymbol{E}, t \in [\tau_k, \tau_{k+1})\}$, 其中 $\boldsymbol{E}$ 是 HDS 离散时刻集合, 对时空间中的任意两个元素 $r_1, r_2 \in \boldsymbol{T}$, 由式(2.1) 定义其距离; 系统的状态空间 $\boldsymbol{X} = R^n \times R^m$, 对于系统状态空间中的任意两个元素 $q_1, q_2 \in \boldsymbol{X}$, 定义其距离 $d(q_1,q_2) = ((q_1 - q_2)^\tau(q_1 - q_2))^{1/2} = \|q_1 - q_2\|$, 而针对系统状态空间中的任一有界集 $\Omega \in \boldsymbol{X}$ 和 Ω 外系统的状态 $q \in \boldsymbol{X}$, 其距离又定义为 $d(q,\Omega) = \inf\limits_{\omega\in\Omega}\{d(q,\omega)\}$; 系统的初始时间集合 $\boldsymbol{T}_0 \subset \boldsymbol{T}$; 初始状态集合 $\boldsymbol{A} \subset \boldsymbol{X}$; 当系统的初始时间 $r_0 \in \boldsymbol{T}_0$, 初始状态 $a \in A$ 给定时, 系统的运动描述为 $q(\cdot;a,r_0) \in \boldsymbol{S}$, 简记为 $q(\cdot) \in \boldsymbol{S}$。

考察式(3.1a), 由常微分方程理论[3] 得

$$x(t) = e^{A(t-\tau_k)}x(\tau_k) + \int_{\tau_k}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau_k)\,d\tau = e^{A(t-\tau_k)}x(\tau_k) + A^{-1}(e^{A(t-\tau_k)} - I)Bu(\tau_k) \quad (3.2)$$

特别当 $t = \tau_{k+1}$ 时, 式(3.2) 为

$$x(t) = e^{A(\tau_{k+1}-\tau_k)}x(\tau_k) + A^{-1}(e^{A(\tau_{k+1}-\tau_k)} - I)Bu(\tau_k) \quad (3.3)$$

于是由上述定义, 当 $t = \tau_{k+1}$ 时, 可将方程组(3.1) 写成如下形式

$$q(r_{k+1}) = H_k q(r_k) \quad (3.4)$$

其中

$$H_k = \begin{bmatrix} e^{A(\tau_{k+1}-\tau_k)} & A^{-1}(e^{A(\tau_{k+1}-\tau_k)} - I)B \\ Ce^{A(\tau_{k+1}-\tau_k)} & CA^{-1}(e^{A(\tau_{k+1}-\tau_k)} - I)B + D \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

定义 $\Omega \triangleq \{\theta\}$, 其中 $\theta \in \boldsymbol{X}$ 表示 HDS 状态空间的原点, 对任意的 HDS 的运动状态 $q(r)$, 定义其与 Ω 的距离为 $d(q(r),\Omega) = \|q(r)\|$。叙述并证明 HDS(3.1) 的 Ω-一致有界性定理如下。

定理 3　考察 HDS(3.1), 如果

1) 系统的系数矩阵 A, B, C, D 满足

$$\sup_{k\ge 0}\|H_k\| \le 1 \quad (3.6)$$

其中 H_k 由式(3.5) 定义。

2) 存在某一有限数 $\alpha > 0$, 使得

$$\sup_{k\in Z^+}\{d(r_{k+1}, r_k)\} < \alpha, \quad r_k \in \boldsymbol{T} \quad (3.7)$$

则 HDS(3.1) 是 Ω-一致有界的。

证明　定义函数 $V: \boldsymbol{X} \to R^+$ 如下

$$V(q(r)) = q(r)^\tau q(r) = \|q(r)\|^2 \quad (3.8)$$

分别定义 H_∞ 类函数 ϕ_1 和 ϕ_2 为

$$\begin{cases} \phi_1(d(q(r),\Omega)) = \dfrac{1}{2}\|q(r)\|^2 \\ \phi_2(d(q(r),\Omega)) = 2\|q(r)\|^2 \end{cases} \quad (3.9)$$

假设给定的 $\xi > 0$ 足够小, 使得 $k_0 = 0$, 由式

(3.4) 和定理 3 条件 1), 对某一 $k \geq 0$ 有

$$V(q(r_{k+1})) = \|H_k q(r_k)\|^2 \leq$$
$$\|H_k\|^2 \|q(r_k)\|^2 \leq$$
$$\|q(r_k)\|^2 = V(q(r_k)) \tag{3.10}$$

而对任意的 $r \in [r_k, r_{k+1})$, $k \in Z^+$, 又由定理 3 的条件 2) 得

$$V(q(r)) = q(r)^\tau q(r) =$$
$$\| e^{A(t-\tau_k)} x(\tau_k) + \int_k e^{A(t-\tau)} d\tau B u(\tau_k) \|^2 +$$
$$\|u(\tau_k)\|^2 \leq 2e^{2\|A\|\alpha} \|x(\tau_k)\|^2 +$$
$$(2\alpha^2 e^{2\|A\|\alpha} \|B\|^2 + 1) \|u(\tau_k)\|^2 \tag{3.11}$$

定义映射 $f \in C[R^+, R^+]$, 满足

$$f(\rho) =$$
$$\rho \max\{2e^{2\|A\|\alpha}, 2\alpha^2 e^{2\|A\|\alpha} \|B\|^2 + 1\} \tag{3.12}$$

于是由式(3.11) 得

$$V(q(r)) \leq f(V(q(r_k)))$$
$$r \in [r_k, r_{k+1}) \tag{3.13}$$

特别当 $r = r_{k+1}$ 时, 由式(3.11) 的推导, 显然有

$$V(q(r)) = V(q(r^-)) \tag{3.14}$$

至此定理 1 的所有条件均得到满足, 运用 HDS 有界性定理 1, 即可得 HDS(3.1) 具有 Ω-一致有界性。□

4 结 语

本文从连续系统的角度出发, 提出并证明了 HDS 有界性定理, 并以数字反馈采样控制系统为例, 应用 HDS 有界性定理得到其一致有界的充分条件, 从而对 HDS 理论作了适当的补充。

参考文献(References):

[1] Ye H, Michel A N, Hou L. Stability theory for hybrid dynamical systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(4): 461-474.

[2] 黄琳. 稳定性理论[M]. 北京: 北京大学出版社, 1992.

[3] 宠特里雅金. 常微分方程[M]. 上海: 上海科技出版社, 1962.

[4] Michel A N, Hu B. Towards a stability theory of general hybrid dynamical systems[J]. *Automatica*, 1999, 35(3): 371-384.

(上接第 303 页)

4 结 语

SBMM 是新形势下解决我军装备管理问题的新方法, 是支持装备管理决策的有效手段, 通过组织人员集成、信息集成和过程集成的综合协同作用, 实现装备的全寿命质量和跨寿命周期的协同决策。当前我国大型武器系统的研制开发一般都遵循传统的分阶段管理模式, 仅有少量重点型号工程正逐渐向项目管理模式过渡, 这是由我国的现实国情决定的[6]。在我国广泛推行 SBMM 的管理模式, 将是一项长期、渐进的工作。应当首先转变管理观念, 改变以往各管一摊、各自为政的思想, 提倡跨管理部门、跨管理层次的信息交流和共享, 协同合作是解决问题的合理途径; 其次, 应尽快建立相应的数据交换、信息格式和仿真的标准, 解决不同管理阶段、不同管理项目的互操作性问题, 为协同决策奠定基础; 还应在仿真基础设施建设方面加强力度, 在各个子系统、子阶段内部首先实现相应的仿真和自动化, 这是实现 SBMM 迭代开发过程的基础。在新思想、新管理模式和新技术的推动下, 我军装备管理水平必然会登上一个新台阶。

参考文献(References):

[1] Michael V R Johnson, Mark F Mckeon, Terence R Szanto. *Simulation-based Acquisition: A New Approach*[M]. Fort Belvoir Defense Systems Management College, 1998.

[2] Wayne J Davis. Simulation-based acquisition: An impetus change[A]. *Proc of the 2000 Winter Simulation Conference*[C]. Orlando: 2000. 1061-1067.

[3] 曾天翔, 殷云浩, 夏伟. 美国防务采办改革对航空武器装备发展的影响[R]. 航空信息研究报告, HY99001, 1999. 10-13.

[4] Simulation Based Acquisition Functional Description-Version 1.1[R]. NDIA SBA Industry Steering Group, 1999.

[5] Fricke E, Negele H, Schropfer L, et al. Modeling of concurrent engineering processes for integrated systems development[A]. *Proc of 17th Digital Avionics Systems Conference*[C]. Bellevue, 1998, B13: 1, 3-8.

[6] 李伯虎, 柴旭东, 毛媛. 现代仿真技术发展中的两个热点—ADS, SBA[J]. 系统仿真学报, 2001, 13(1): 101-105. (Li Bo-hu, Chai Xu-dong, Mao Yuan. Two focuses in the development of contemporary simulation technology [J]. *J of System Simulation*, 2001, 13(1): 101-105.)